

$\sigma \mu \int \alpha \beta$
STATISTICS

المرجع الكامل في

الإحصاء

دكتور

مصطفى زايد

دكتوراه في الإحصاء

بحوث عمليات

٢٠٠٧

المرجع الكامل في الإحصاء

الطبعة الأولى ٢٠٠٧

حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

الدقي: ٣ ش المهندس إسماعيل أنور

ت: ٧٤٩٦٥٦٤ - ٢٨٧٧٤١٤ محمول: ٠١٠٢٠٨٩٨٤٤

رقم الإيداع: ٢٠٠٧/٢٩٧٩

مطابع الجدار الهندسية/القاهرة
تلفاكس: ٠٢٥٩٨٠٥٤٠٢٥٩٨ محمول: ٠١٢٢٣٤٩٠١١

المرجع الكامل في

الأحشاء

إهداء

إلى أولادى

عمرو

طارق

أحمد

تقديم

تقاس درجة تقدم العلوم بمدى إعتادها على الرياضيات ؛ وبصفة خاصة تزداد درجة الإعتاد على الإحصاء بإعتباره الرياضيات المنوطة بالأمور الإحتمالية ، وحالات عدم التأكد ، والتي هي سمة فى كل ما فى حياتنا من ظواهر وأحداث أيا كانت : طبيعية أو إجتماعية أو إنسانية . ومن هنا كان علم الإحصاء ضرورة مطلقة لازمة لكل العلوم والمعارف والبحوث دون إستثناء .

الكتاب يوضح أهمية الإحصاء وإستخداماته المتعددة ، وهو مقدم إلى الدارسين والمدرسين لعلم الإحصاء وكل المهتمين بالمنهج العلمى والمعرفة العلمية .

يتميز الكتاب بما يلى :

* عدد كبير من الأساليب والمقاييس الإحصائية ، بلغ عددها ٢٠٠ مئتين منها ما يظهر لأول مرة بالمراجع العربية^١ مثل : دليل الاختلاف الكيفى، نسبة جيبني للتركيز ، ومعامل ارتباط كندال ، معامل ارتباط جاما ، معامل ارتباط كرامير ، ومعامل ارتباط لامدا ومعامل ارتباط ثيتا ، ومعامل ارتباط السلاسل المتعددة ، اختبار ليليفورز ، اختبار جارت ، اختبار بوكر ، اختبار ستيوارت ، اختبار مود ، اختبار هارتلي ، اختبار كوكران (C) ، اختبار معامل جاما ، واختبار معامل لامدا ، واختبار معامل ثيتا ، واختبار الدفعات ، واختبار

1 بعضها ظهر فى مؤلفاتنا السابقة

ديكسون ،.... وفى مجال العلاقات غير الخطية تم عرض الكثير من الصيغ الرياضية التى تمكن من تحويل تلك العلاقات إلى الصورة الخطية كما تم عرض نسبة الارتباط لقياس الارتباط فى حالة العلاقات غير الخطية .

* عدد كبير من التطبيقات المحولة فاق عددها أربعمئة تطبيق فى مختلف المجالات الاجتماعية والاقتصادية والإدارية والمحاسبية ، الحيوية ، الطبية ، الزراعية ، مع إعداد كشاف لها لتيسير تتبعها وتعظيم الانتفاع منها .

* عدد كبير من الصيغ الرياضية فاق عددها أربعمئة صيغة ، تعرض المقاييس والأساليب الإحصائية بلغة العلم ، لتعظيم الانتفاع منها فى الحساب العلمى والبحوث .

* تصنيف الأساليب تبعاً لمستوى قياس المتغيرات: كمى، ترتيبي ، إسمى .

* عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، مع ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث بالإختيار بين الأساليب البديلة حسب ترتيب عرضها .

* الكتاب يضم مجموعة ملاحق هامة : الرموز المستخدمة ، كشاف بالأساليب الإحصائية، كشاف بموضوعات التطبيقات ، الجداول الإحصائية .

والكتاب مقدمة وأربعة أجزاء ، كل جزء منها يعرض وظيفة من وظائف الإحصاء وهى : جمع البيانات ، والوصف ، والإستقراء ، وصنع القرارات ؛ وهى الوظائف اللازمة للبحث العلمى وحل المشاكل ، فى أى مجال من المجالات.المقدمة توضح معنى علم الإحصاء ودوره ؛ الجزء الأول يوضح وظيفة جمع البيانات.الجزء الثانى يعرض وظيفة وصف البيانات ، وتم تقسيمه

إلى أبواب تعرض على التوالي وصف متغير وحيد ، وصف العلاقة بين متغيرين، وصف العلاقة بين عدة متغيرات .الجزء الثالث يعرض وظيفة الإستقراء بهدف وصف المجتمع ، أو التعميم . والجزء الرابع يعرض وظيفة صنع القرارات .وتعتبر الفصول وعددها ٣٥ هى الأساس فى عرض الموضوعات و ترقيم الصيغ الرياضية والتطبيقات .

قصدنا بالمرجع الكامل أن يعطى صورة أكثر عمقا وتعبيرا لعلم الإحصاء ، فهذا ضرورة من أجل تعظيم الإنتفاع من العلم ؛ فالعرض الجزئى لا يعطى الصورة واضحة ،ولا يحقق طموح الباحث وإستفساراته . ولا يعنى ذلك إحتواء كل ما فى العلم ،فمن الطبيعى عرض الأساليب الشائعة وإختصار الموضوعات المعقدة والمتعلقة بتعدد المتغيرات ؛ إن عرض ذلك يكون ملائما بصورة أفضل من خلال عرضها مع برامج الكمبيوتر الإحصائية المنفذة لها مثل SPSS ، MINITAB ، وهذا عمل نأمل صدوره فى القريب العاجل إن شاء الله .وإن الكمال لله وحده.

د./ مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

يناير ٢٠٠٧

المحتويات

مقدمة

١ علم الإحصاء Statistics

٢ أهمية الإحصاء

الجزء الأول: جمع البيانات Data Collection

٣ طرق جمع البيانات

٤ المعاينة العشوائية Random Sampling

الجزء الثاني: وصف البيانات Data Discription

الباب الأول: وصف متغير Univariate

٥ الجدول التكرارى Frequency Table

٦ العرض البياني Graphical Presentation

٧ النسب والمعدلات Ratios and Rates

٨ المتوسطات Averages

٩ مقاييس الموضع Measures of Position

١٠ مقاييس التشتت Dispersion

١١ مقاييس المركز النسبى Relative Position

١٢ مقاييس التغير النسبى (الأرقام القياسية) Index numbers

١٣ مقاييس الالتواء Skewness

١٤ مقاييس التقعر Kurtosis

الباب الثاني : وصف العلاقة بين متغيرين Bivariate

١٦ الجدول التكرارى المزدوج Bivariate Table

١٧ مقياس الارتباط Correlation Measures

١٨ مقياس التقدير Prediction (الإتحدار Regression)

١٩ مقياس التقدير (السلاسل الزمنية Time Series)

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات Multivariate

٢٠ الارتباط المتعدد Multiple Correlation

٢١ السببية Causality

الجزء الثالث : وصف المجتمع (الإستقراء Induction ،التعميم Generalization)

الباب الأول : أسس الإستقراء Bases

٢٢ نظرية الاحتمالات Probability

٢٣ توزيع المعاينة Sampling Distribution

الباب الثاني : منطق الإستقراء Logic of Induction

٢٤ الإستقراء الإحصائى Statistical Induction

٢٥ منطق التقدير Logic of Estimation

٢٦ منطق إختبارات الفروض Hypothesis Testing

الباب الثالث : أساليب الإستقراء Techniques of Induction

٢٧ تصنيف أساليب الإستقراء

الإستقراء عن التوزيع الإحتمالى Distribution	٢٨
الإستقراء عن المتوسطات Averages	٢٩
الإستقراء عن النسب والمعدلات Ratios and Proportions	٣٠
الإستقراء عن التشتت Dispersion	٣١
الإستقراء عن الارتباط Correlation	٣٢
الإستقراء عن التقدير Prediction	٣٣
الإستقراء حول البيانات Data	٣٤

الجزء الرابع : صنع القرارات Decision Making

٣٥ نماذج صنع القرارات

المراجع

الملاحق: الرموز ، الأساليب الإحصائية ، التطبيقات، الجداول

المحتويات (تفصيلي)

مقدمة ٣٧

فصل ١: علم الإحصاء Statistics ٣٩

١-١ علم الإحصاء ووظائفه ٤١

٢-١ تطور علم الإحصاء ٤٣

٣-١ قياس المتغيرات ٤٦

١-٣-١ مستويات القياس ٤٦

٢-٣-١ أهمية مستوى القياس ٤٨

٤-١ برامج الكمبيوتر الإحصائية ٥٠

فصل ٢: أهمية الإحصاء ٥٣

١-٢ دور الإحصاء في البحث العلمي ٥٥

٢-٢ دور الإحصاء في تطوير العلوم ٥٦

٣-٢ تطبيقات الإحصاء في المجالات المختلفة ٥٨

الجزء الأول: جمع البيانات ٦٣

فصل ٣ : طرق جمع البيانات ٦٥

١-٣ المسح Survey ٦٧

٢-٣ التجربة Experiment ٦٩

٦٩ Simulation المحاكاة ٣-٣

٧١ Random Sampling **فصل ٤ : المعاينة العشوائية**

٧٣ ١-٤ تعاريف

٧٧ ٢-٤ المعاينة العشوائية البسيطة

٧٧ ١-٢-٤ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة

٧٨ ٢-٢-٤ طرق الاختيار العشوائي

٧٩ ٣-٢-٤ إجراءات استخدام الجداول العشوائية

٨٢ ٣-٤ المعاينة المنتظمة

٨٣ Stratified Sampling ٤-٤ المعاينة الطبقية

٨٣ ١-٤-٤ مزايا المعاينة الطبقية

٨٤ ٢-٤-٤ عيوب المعاينة الطبقية

٨٤ Proportional Allocation ٣-٤-٤ التوزيع المتناسب

٨٥ Optimal allocation ٤-٤-٤ التوزيع الأمثل

٨٧ Cluster sampling ٥-٤ المعاينة العنقودية

٨٧ Multi-stage ٦-٤ المعاينة متعددة المراحل

٨٨ ٧-٤ تطبيقات متنوعة

٩٣ **الجزء الثاني : وصف البيانات**

٩٥ **الباب الأول : وصف متغير**

٩٧ Frequency Table **فصل ٥ : الجدول التكراري**

١-٥	الأهمية	٩٩
٢-٥	خطوات تكوين الجدول التكرارى	١٠٣
٣-٥	التوزيع التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)	١١٠
٤-٥	التوزيع التكرارى النسبى	١١٢

فصل ٦: العرض البيانى Graphical Presentation ١١٧

١-٦	الأهمية	١١٩
٢-٦	العرض البيانى للمتغيرات الكيفية	١١٩
٣-٦	العرض البيانى للمتغيرات الكمية	١٢٤
١-٣-٦	المدرج التكرارى	١٢٥
٢-٣-٦	المضلع التكرارى	١٢٧
٣-٣-٦	المنحنى التكرارى	١٢٨
٤-٣-٦	المضلع التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)	١٢٩
٥-٣-٦	المنحنى التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)	١٣١
٤-٦	قواعد العرض البيانى	١٣١
٥-٦	تطبيقات متنوعة	١٣١

فصل ٧: النسب والمعدلات Ratios and Rates ١٣٥

١-٧	الأهمية	١٣٧
٢-٧	النسب	١٣٧
٣-٧	المعدلات	١٣٩
٤-٧	المعدلات المعيارية	١٤٠

الفصل الثامن: المتوسطات Averages ١٤٣

- ١-٨ الأهمية ١٤٥
- ٢-٨ المتوسط الحسابي ١٤٦
- ٣-٨ المتوسط الحسابي المرجح ١٥٦
- ٤-٨ المتوسط الهندسي ١٦٠
- ٥-٨ الوسيط ١٦٣
- ٦-٨ المنوال ١٦٩
- ٧-٨ العلاقة بين المتوسطات ١٧٦
- ٨-٨ تطبيقات متنوعة ١٧٦

الفصل التاسع: مقاييس الموضع Measures of Position ١٨٥

- ١-٩ الربيعات Quartiles ١٨٧
- ٢-٩ العشرية Deciles ١٩١
- ٣-٩ المئينات Percentiles ١٩١

الفصل العاشر: مقاييس التشتت Dispersion ١٩٧

- ١-١٠ الأهمية ١٩٩
- ٢-١٠ المدى ٢٠٠
- ٣-١٠ الانحراف الربيعي ٢٠٠
- ٤-١٠ الانحراف المتوسط ٢٠٥
- ٥-١٠ التباين والانحراف المعياري ٢٠٧
- ٦-١٠ معامل الاختلاف ٢١٥

٢١٨.....	٧-١٠ دليل الاختلاف الكيفي
٢٢٣.....	٨-١٠ تطبيقات متنوعة

الفصل الحادي عشر: مقاييس المركز النسبي Relative Position ٢٣١

٢٣٣.....	١-١١ الأهمية
٢٣٤.....	٢-١١ الرتبة المثنية
٢٣٧.....	٣-١١ الدرجة المعيارية
٢٤٠.....	٤-١١ الدرجة المعيارية المعدلة
٢٤١.....	٥-١١ تطبيقات متنوعة

الفصل الثاني عشر: الأرقام القياسية Index numbers ٢٤٩.....

٢٥١.....	١-١٢ الأهمية
٢٥٢.....	٢-١٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple
٢٥٣.....	٣-١٢ الأرقام القياسية المرجحة Weighted
٢٥٣.....	١-٣-١٢ رقم لاسبير Laspeyre
٢٥٣.....	٢-٣-١٢ رقم باش Paasche
٢٥٥.....	٤-١٢ القوة الشرائية Purchasing Power
٢٥٦.....	٥-١٢ تعديل القيم Deflating Values
٢٥٨.....	٦-١٢ تغيير الأساس Base Shifting

فصل ١٣: مقاييس الالتواء Skewness ٢٦٣.....

٢٦٥.....	١-١٣ الأهمية
----------	--------------

٢٦٧.....	٢-١٣ معامل إلتواء بيرسون الأول
٢٦٨.....	٣-١٣ معامل إلتواء بيرسون الثاني
٢٦٨.....	٤-١٣ معامل إلتواء بولي
٢٦٨.....	٥-١٣ معامل إلتواء العزم الثالث

٢٧١..... **فصل ١٤ : مقاييس التفرطم Kurtosis**

٢٧٧..... **فصل ١٥ : مقاييس التركيز Concentration**

٢٧٩.....	١-١٥ الأهمية
٢٨٠.....	٢-١٥ منحنى لورنز
٢٨٥.....	٣-١٥ نسبة جيني للتركيز

٢٨٧..... **الباب الثاني : وصف العلاقة بين متغيرين**

٢٩١..... **الفصل ١٦: الجدول التكراري المزدوج Bivariate Table**

٢٩٣.....	١-١٦ الأهمية
٢٩٤.....	٢-١٦ إعداد الجدول المزدوج
٢٩٧.....	٣-١٦ التوزيع المزدوج النسبي

٣٠١..... **الفصل ١٧ : مقاييس الارتباط Correlation Measures**

٣٠٣.....	١-١٧ مقدمة
٣٠٣.....	١-١-١٧ الأهمية
٣٠٣.....	٢-١-١٧ تصنيف مقاييس الارتباط

٣٠٥.....	٢-١٧ الارتباط بين متغيرات كميات
٣٠٥.....	١-٢-١٧ العلاقة الخطية
٣٠٩.....	٢-٢-١٧ معامل بيرسون
٣١٢.....	٣-٢-١٧ البيانات المبوبة
٣١٥.....	٣-١٧ الارتباط بين متغيرات ترتيبية
٣١٥.....	١-٣-١٧ مقدمة
٣١٥.....	٢-٣-١٧ معامل ارتباط سبيرمان
٣١٧.....	٣-٣-١٧ معامل ارتباط جاما
٣٢٤.....	٤-٣-١٧ معامل ارتباط كندال
٣٢٦.....	٤-١٧ الارتباط بين متغيرات إسمية
٣٢٦.....	١-٤-١٧ مقدمة
٣٢٦.....	٢-٤-١٧ معامل ارتباط كرامير
٣٣٤.....	٣-٤-١٧ معامل ارتباط لامدا
٣٣٦.....	٤-٤-١٧ معامل ارتباط الرباعي
٣٣٧.....	٥-١٧ الارتباط بين متغير كمي ومتغير إسمي
٣٣٧.....	١-٥-١٧ معامل ارتباط السلسلتان
٣٤٢.....	٢-٥-١٧ معامل ارتباط السلسلتان الثنائى
٣٤٥.....	٣-٥-١٧ نسبة الارتباط
٣٤٩.....	٦-١٧ الارتباط بين متغير ترتيبى ومتغير إسمي
٣٤٩.....	١-٦-١٧ معامل ارتباط السلسلتان للرتب
٣٥١.....	٢-٦-١٧ معامل ثيتا
٣٥٥.....	٧-١٧ تطبيقات متنوعة

الفصل ١٨ : مقاييس التقدير Prediction (الإتحاد Regression) ٣٨١

٣٨٣.....	١-١٨ الأهمية
٣٨٤.....	٢-١٨ العلاقة الخطية
٣٨٨.....	٣-١٨ البيانات المبوبة
٣٩١.....	٤-١٨ العلاقة غير الخطية
٣٩١.....	١-٤-١٨ التحويل إلى العلاقة الخطية
٣٩٣.....	٢-٤-١٨ معادلة الدرجة الثانية
٣٩٩.....	٥-١٨ تطبيقات متنوعة

الفصل ١٩ : مقاييس التقدير (السلاسل الزمنية Time Series) ٤٠٩

٤١١.....	١-١٩ الأهمية
٤١٢.....	٢-١٩ العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية
٤١٥.....	٣-١٩ الاتجاه العام
٤١٦.....	١-٣-١٩ النموذج الخطي
٤١٨.....	٢-٣-١٩ النموذج الأسّي
٤٢٢.....	٣-٣-١٩ الاتجاه العام للمواسم
٤٢٣.....	٤-١٩ التغيرات الموسمية
٤٢٨.....	٥-١٩ السلاسل الزمنية المعترضة
٤٢٨.....	٦-١٩ تطبيقات متنوعة

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات ٤٣٣

الفصل ٣٠ : الارتباط المتعدد Multiple Correlation ٤٣٥

- ١-٢٠ الجدول التكرارى المركب Multivariate table ٤٣٩
- ٢-٢٠ المصفوفة الارتباطية Correlation Matrix ٤٣٩
- ٣-٢٠ الارتباط متعدد المتغيرات Multivariate Correlation ٤٤٠
- ٤-٢٠ الارتباط الجزئى Partial Correlation ٤٤٠
- ٥-٢٠ ارتباط الجزء Part Correlation ٤٤١
- ٦-٢٠ التحليل العاىلى Factor Analysis ٤٤١
- ٧-٢٠ التحليل العنقودى Cluster Analysis ٤٤١
- ٨-٢٠ تحليل التمايز Discrimination Analysis ٤٤١

الفصل ٣١ : السببية Causality ٤٤٣

- ١-٢١ مراحل البحث فى علاقة السببية ٤٤٥
- ١-١-٢١ مرحلة الوصف Discription ٤٤٧
- ٢-١-٢١ مرحلة التفسير Explanation ٤٤٧
- ٣-١-٢١ مرحلة التحديد Identification ٤٤٨
- ٢-٢١ الإنحدار المتعدد Multiple regression ٤٤٨
- ٣-٢١ أساليب أخرى ٤٥١
- ١-٣-٢١ تحليل المسار Path Analysis ٤٥١
- ٢-٣-٢١ التحليل المتقن Elaboration analysis ٤٥١
- ٣-٣-٢١ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models ٤٥٢

الجزء الثالث : وصف المجتمع (الاستقراء) Induction ٤٥٣

الباب الأول : أسس الاستقراء Bases ٤٥٥

الفصل ٢٢ : نظرية الاحتمالات Probability ٤٥٧

١-٢٢ مفهوم الاحتمال ٤٥٩

٢-٢٢ قوانين العد ٤٥٩

١-٢-٢٢ مبدأ العد ٤٥٩

٢-٢-٢٢ المضروب ٤٦١

٣-٢-٢٢ التباديل ٤٦١

٤-٢-٢٢ التوافق ٤٦٢

٣-٢٢ قوانين الاحتمالات ٤٦٣

١-٣-٢٢ قانون جمع الاحتمالات ٤٦٤

٢-٣-٢٢ الأحداث المتنافية ٤٦٤

٣-٣-٢٢ الاحتمال الشرطي ٤٦٥

٤-٣-٢٢ قانون ضرب الاحتمالات ٤٦٥

٥-٣-٢٢ الأحداث المستقلة ٤٦٦

٦-٣-٢٢ الاحتمال الكلي ٤٦٩

٧-٣-٢٢ نظرية بيز ٤٧٠

٨-٣-٢٢ نظرية تشييف ٤٧٣

٤-٢٢ التوزيعات الاحتمالية ٤٧٥

١-٤-٢٢ الأهمية ٤٧٥

٢-٤-٢٢ التوزيع الهيرجيومتري ٤٧٦

٤٧٩.....	٣-٤-٢٢ توزيع ذى الحدين
٤٨٣.....	٤-٤-٢٢ توزيع بواسون
٤٨٥.....	٥-٤-٢٢ التوزيع الطبيعي
٤٩٠.....	٦-٤-٢٢ توزيع ت
٤٩٢.....	٧-٤-٢٢ توزيع كا ^٢
٤٩٤.....	٨-٤-٢٢ توزيع ف
٤٩٥.....	٥-٢٢ تطبيقات متنوعة

الفصل ٣٣ : توزيع المعاينة Sampling Distribution ٥١٧

٥١٩.....	١-٢٣ الأهمية
٥٢٠.....	٢-٢٣ طرق الحصول على توزيع المعاينة
٥٢١.....	١-٢-٢٣ الحصر النظري الشامل
٥٢١.....	٢-٢-٢٣ النظريات الإحصائية
٥٢٥.....	٣-٢-٢٣ التجربة

الباب الثاني : منطق الاستقراء Logic of Induction ٥٢٧

الفصل ٣٤ : الاستقراء الإحصائي Statistical Induction ٥٢٩

٥٣١.....	١-٢٤ مناهج البحث المنطقية
٥٣٣.....	٢-٢٤ دواعي الاستقراء
٥٣٦.....	٣-٢٤ دقة النتائج
٥٤٠.....	٤-٢٤ مناهج الاستقراء الإحصائي

٥٤٠.....	١-٤-٢٤ المنهج الكلاسيكي (Classical approach)
٥٤١.....	٢-٤-٢٤ المنهج البيزياني (Bayesian approach)
٥٤٢.....	٣-٤-٢٤ مناهج أخرى

الفصل ٣٥ : منطق التقدير Logic of Estimation ٥٤٥

٥٤٥.....	١-٢٥ تقدير قيمة
٥٤٥.....	١-١-٢٥ الأهمية
٥٤٦.....	٢-١-٢٥ منطق التقدير بقيمة
٥٤٦.....	٣-١-٢٥ صفات المقدّر الجيد
٥٤٧.....	٤-١-٢٥ نماذج للمقدّرات
٥٥١.....	٢-٢٥ تقدير فترة
٥٥١.....	١-٢-٢٥ الأهمية
٥٥١.....	٢-٢-٢٥ تقدير متوسط المجتمع
٥٦١.....	٣-٢-٢٥ تحديد حجم العينة

الفصل ٣٦ : منطق اختبارات الفروض Hypothesis Testing ... ٥٦٩

٥٧١.....	١-٢٦ أنواع الفروض
٥٧٨.....	٢-٢٦ أنواع الاختبارات
٥٨١.....	٣-٢٦ منطق الاختبار الإحصائي
٥٨٤.....	٤-٢٦ أخطاء الاختبار
٥٨٤.....	١-٤-٢٦ خطأ الرفض
٥٨٥.....	٢-٤-٢٦ خطأ القبول

٥٨٥	٢٦-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء
٥٨٧	٢٦-٤-٤ تطبيقات إيضاحية
٥٨٨	٢٦-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء
٥٩١	٢٦-٤-٦ المعالجات المنطقية
٥٩٢	٢٦-٥ فعالية الاختبار
٥٩٨	٢٦-٦ تفسير النتائج
٦٠٢	٢٦-٧ خطوات الاختبار
٦٠٣	٢٦-٨ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
٦١٢	٢٦-٩ تحديد حجم العينة

٦١٦.....الباب الثالث : أساليب الاستقراء

٦١٧.....الفصل ٣٧ : تصنيف أساليب الاستقراء

٦١٩	٢٧-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب
٦٢٠	٢٧-٢ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات
٦٢١	٢٧-٣ الأساليب المعلمية وغير المعلمية
٦٢٣	٢٧-٤ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة

٦٢٥.....Distribution الفصل ٣٨ : الاستقراء عن التوزيع الإحصائي

٦٢٧	٢٨-١ اختبار جودة التوفيق
٦٢٧	٢٨-١-١ أهمية اختبار جودة التوفيق
٦٣٠	٢٨-١-٢ اختبار كا ^٢

٦٤١.....	٣-١-٢٨ اختبار كولوجوروف
٦٤٤.....	٤-١-٢٨ اختبار ليليفورز
٦٤٧.....	٢-٢٨ مقارنة توزيعان
٦٤٨.....	١-٢-٢٨ اختبار كا ٢
٦٥٤.....	٢-٢-٢٨ اختبار سميرنوف
٦٥٧.....	٣-٢٨ مقارنة عدة توزيعات
٦٥٧.....	١-٣-٢٨ اختبار كا ٢

٦٦١..... الفصل ٢٩: الاستقراء عن المتوسطات

٦٦٣.....	١-٢٩ الاستقراء حول متوسط المجتمع
٦٦٤.....	١-١-٢٩ تقدير متوسط المجتمع
٦٦٤.....	١-١-١-٢٩ تباين المجتمع معلوم
٦٦٦.....	٢-١-١-٢٩ تباين المجتمع غير معلوم
٦٧١.....	٢-١-٢٩ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
٦٧٢.....	١-٢-١-٢٩ الاختبار الطبيعي
٦٧٣.....	٢-٢-١-٢٩ اختبار - ت
٦٧٥.....	٣-٢-١-٢٩ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
٦٨٤.....	٤-٢-١-٢٩ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
٦٨٥.....	٥-٢-١-٢٩ اختبار الإشارة
٦٩٠.....	٦-٢-١-٢٩ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة
٦٩١.....	٢-٢٩ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة
٦٩٢.....	١-٢-٢٩ المقارنة الزوجية Paired comparison

٦٩٣.....	٢-٢-٢٩ اختبار - ت الزوجي
٧٠٣.....	٣-٢-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين
٧٠٤.....	٤-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
٧٠٧.....	٥-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
٧٠٧.....	٦-٢-٢٩ اختبار الإشارة
٧٠٩.....	٣-٢٩ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة
٧٠٩.....	١-٣-٢٩ الاختبار الطبيعي
٧١٢.....	٢-٣-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين
٧١٣.....	٣-٣-٢٩ اختبار - ت - فيشر
٧١٧.....	٤-٣-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين
٧١٧.....	٥-٣-٢٩ اختبار - ت سائرزويت
٧٢٠.....	٦-٣-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين
٧٢١.....	٧-٣-٢٩ اختبار ولكوكسون - مان - وتي
٧٢٥.....	٨-٣-٢٩ حالة العينات الكبيرة
٧٢٨.....	٤-٢٩ مقارنة عدة متوسطات
٧٢٨.....	١-٤-٢٩ الأهمية
٧٢٩.....	٢-٤-٢٩ مفاهيم تجريبية
٧٣١.....	٣-٤-٢٩ تحليل التباين
٧٣٢.....	٥-٢٩ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة
٧٣٢.....	١-٥-٢٩ التصميم كامل العشوائية
٧٣٢.....	١-١-٥-٢٩ التعشية
٧٣٥.....	٢-١-٥-٢٩ تحليل التباين

٧٣٧.....	٢٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة
٧٤٥.....	٢٩-٥-٢ اختبار كروسكال واليز
٧٤٦.....	٢٩-٥-٢-١ احصاء الاختبار
٧٥٢.....	٢٩-٥-٢-٢ المقارنات المتعددة
٧٥٣.....	٢٩-٦-١ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة
٧٥٣.....	٢٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية
٧٥٤.....	٢٩-٦-١-١ التشية
٧٥٤.....	٢٩-٦-١-٢ تحليل التباين
٧٥٩.....	٢٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة
٧٦٢.....	٢٩-٦-٢ اختبار فريدمان
٧٦٣.....	٢٩-٦-٢-١ احصاء الاختبار
٧٦٧.....	٢٩-٦-٢-٢ المقارنات المتعددة

الفصل ٣٠ : الاستقراء عن النسب والمعدلات ٧٧٣

٧٧٥.....	٣٠-١ النسبة
٧٧٦.....	٣٠-١-١ الاختبار الهبيرجيومتري
٧٧٨.....	٣٠-١-٢ اختبار ذى الحدين
٧٨٢.....	٣٠-١-٣ الاختبار الطبيعي
٧٨٦.....	٣٠-١-٣-١ تقدير النسبة
٧٩١.....	٣٠-١-٣-٢ تحديد حجم العينة
٧٩١.....	٣٠-٢ مقارنة نسبتيان : بيانات مستقلة
٧٩٢.....	٣٠-٢-١ اختبار فيشر الأصل

٧٩٢.....	٣-٢-١-١ إجراءات الاختبار
٧٩٧.....	٣-٢-١-٢ الجداول
٨٠٣.....	٣-٢-٢ الاختبار الطبيعي
٨٠٩.....	٣-٢-٣ اختبار بيتتر كا ٢
٨١٣.....	٣-٣ مقارنة نسبتيان : بيانات مرتبطة
٨١٣.....	٣-٣-١ اختبار مكنمار McNmar
٨١٥.....	٣-٣-١-١ تقريب اختبار كا ٢
٨٢٢.....	٣-٣-٢-١ تقريب الاختبار الطبيعي
٨٢٦.....	٣-٣-٢ اختبار جارت Gart
٨٢٦.....	٣-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة
٨٢٦.....	٣-٤-١ اختبار فرض قيم لعدة نسب
٨٢٨.....	٣-٤-٢ اختبار فرض تساوي عدة نسب
٨٣٠.....	٣-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة
٨٣١.....	٣-٥-١ اختبار بوكربو Bowker
٨٣٦.....	٣-٥-٢ اختبار ستوارت Stuart
٨٣٩.....	٣-٥-٣ اختبار كوكران Cochran'Q (Q)

٨٤٧..... الفصل ٣١ : الاستقراء عن التشنت

٨٥٠.....	٣١-١ الإستقراء عن التباين
٨٥٠.....	٣١-١-١ اختبار الفرض حول تباين المجتمع
٨٥٢.....	٣١-١-٢ تقدير تباين المجتمع
٨٥٤.....	٣١-٢ مقارنة التشنت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٨٥٤.....	١-٢-٣١ اختبار - ف F
٨٥٨.....	٢-٢-٣١ اختبار مود Mood
٨٦١.....	٣-٣١ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة
٨٦٤.....	٤-٣١ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات
٨٦٤.....	١-٤-٣١ اختبار هارتلي Hartley
٨٦٦.....	٢-٤-٣١ اختبار كوكران (C) Cochran's
٨٦٧.....	٣-٤-٣١ اختبار بارتلت Bartlett

٨٧١..... **الفصل ٣٣ : الاستقراء عن الارتباط**

٨٧٣.....	١-٣٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد
٨٧٣.....	١-١-٣٢ الارتباط بين متغيران كميان (معامل بيرسون)
٨٧٣.....	١-١-١-٣٢ اختبار فرض عدم وجود ارتباط
٨٧٣.....	- اختبار بيرسون
٨٧٧.....	- اختبار - ت
٨٧٨.....	٢-١-١-٣٢ اختبار فرض قيمة معينة $r = 0$
٨٨٠.....	٣-١-١-٣٢ تقدير معامل ارتباط بيرسون
٨٨١.....	٢-١-٣٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل سبيرمان)
٨٨١.....	١-٢-١-٣٢ اختبار سبيرمان
٨٨٣.....	٢-٢-١-٣٢ اختبار - ت
٨٨٤.....	٣-١-٣٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما)
٨٨٤.....	١-٣-١-٣٢ اختبار جاما
٨٨٥.....	٢-٣-١-٣٢ تقدير معامل ارتباط جاما

٨٨٧.....	٤-١-٣٢ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل كرامير)
٨٨٧.....	١-٤-١-٣٢ اختبار كا ^٢
٨٨٩.....	٢-٤-١-٣٢ اختبار بيتز كا ^٢
٨٩١.....	٣-٤-١-٣٢ اختبار فيشر
٨٩١.....	٥-١-٣٢ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل لامدا)
٨٩٣.....	٦-١-٣٢ الارتباط بين متغيران (ظروف متنوعة)
٨٩٣.....	١-٦-١-٣٢ معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric
٨٩٧.....	٢-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلسلتان Biserial
٩٠٢.....	٣-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point Biserial
٩٠٤.....	٤-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلاسل المتعددة Multiserial
٩٠٨.....	٥-٦-١-٣٢ نسبة الارتباط Correlation Ratio
٩١٢.....	٦-٦-١-٣٢ معامل ارتباط ثيتا Theta Coefficient θ
٩١٦.....	٢-٣٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)
٩١٦.....	١-٢-٣٢ الارتباط المتعدد Multiple Correlation
٩١٩.....	٢-٢-٣٢ معامل كندال للاتفاق Kendall's Concordance Coefficient
٩٢٣.....	٣-٣٢ مقارنة معاملي ارتباط
٩٢٣.....	١-٣-٣٢ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)
٩٢٦.....	٢-٣-٣٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)
٩٢٧.....	٤-٣٢ مقارنة عدة معاملات ارتباط
٩٣١.....	الفصل ٣٣ : الاستقراء عن التقدير
٩٣٣.....	١-٣٣ تمهيد

٩٣٤.....	٢-٣٣ نموذج الانحدار الخطي البسيط.....
٩٣٤.....	١-٢-٣٣ النموذج الإحصائي.....
٩٣٤.....	٢-٢-٣٣ اختبار فرض الاستقلال.....
٩٣٩.....	٣-٢-٣٣ اختبار الفرض حول معامل الإنحدار.....
٩٤٠.....	٤-٢-٣٣ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع.....
٩٤١.....	٥-٢-٣٣ اختبار الفرض حول أ.....
٩٤٢.....	٦-٢-٣٣ تقدير أ.....
٩٤٢.....	٧-٢-٣٣ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع.....
٩٤٣.....	٨-٢-٣٣ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع.....

٩٤٥..... **الفصل ٣٤ : الاستقراء حول البيانات**

٩٤٨.....	١-٣٤ العشوائية.....
٩٤٨.....	١-١-٣٤ الدفعات.....
٩٥٠.....	٢-١-٣٤ اختبار الدفعات.....
٩٥٣.....	٣-١-٣٤ الاختبار الطبيعي.....
٩٥٦.....	٢-٣٤ القيم المتطرفة.....
٩٥٦.....	١-٢-٣٤ اختبار ديكسون.....

٩٦١..... **الجزء الرابع : صنع القرارات**

٩٦٣.....	الفصل ٣٥ : نماذج صنع القرارات
٩٦٧.....	المراجع

٩٧٧.....	الملاحق :
٩٧٩.....	الرموز
٩٨٥.....	الأساليب الإحصائية
٩٩٥.....	كشاف التطبيقات
١٠٠٥.....	الجداول الإحصائية:
١٠٠٧.....	١ أعداد عشوائية
١٠٠٨.....	٢ التوزيع الطبيعي المعياري
١٠١٦.....	٣ توزيع ت
١٠١٨.....	٤ توزيع ف
١٠٢٩.....	٥ توزيع كا ^٢
١٠٣٢.....	٦ التوزيع الهبيرجيومتري
١٠٣٩.....	٧ احتمالات الجداول الرباعية
١٠٥٤.....	٨ توزيع ذى الحدين المتجمع
١٠٦٨.....	٩ توزيع بواسون المتجمع
١٠٧٨.....	١٠ توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة
١٠٨٦.....	١١ توزيع إحصاء ولكوكسون — مان — وتنى لمجموع الرتب
١١٠٠.....	١٢ توزيع إحصاء إختبار كروسكال واليز
١١٠٢.....	١٣ توزيع إحصاءمعامل كندال للإتفاق وإحصاءفريمان لتحليل التباين
١١٠٨.....	١٤ تحويل فيشر
١١٠٩.....	١٥ توزيع معامل إرتباط بيرسون
١١١٢.....	١٦ توزيع معامل إرتباط سبيرمان
١١١٥.....	١٧ توزيع إحصاء كولموجوروف

١٨	توزيع إحصاء ليليفورز..... ١١١٨
١٩	توزيع إحصاء سميرنوف $n_1 = n_2$ ١١١٩
	توزيع إحصاء سميرنوف $n_1 \neq n_2$ ١١٢١
٢٠	توزيع إحصاء هارتلي F_{max} ١١٢٥
٢١	توزيع إحصاء كوكران ١١٢٧
٢٢	توزيع إحصاء ديكسون للقيم المتطرفة ١١٣٠
٢٣	توزيع إحصاء عدد الدفعات الكلى ١١٣١

مقدمة

فصل ١: علم الإحصاء Statistics

فصل ٢ : أهمية الإحصاء

فصل ١

علم الإحصاء Statistics

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

٢-١ تطور علم الإحصاء

٣-١ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس

٢-٣-١ أهمية مستوى القياس

٤-١ برامج الكمبيوتر الإحصائية

الفصل الأول

علم الإحصاء

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

كلمة إحصاء Statistics لها ثلاث معانٍ :

١ الإحصاءات أو البيانات ، مثل إحصاءات السكان والمواليد والصادرات ،..

٢ المؤشرات المحسوبة من عينة

٣ علم الإحصاء :

هو فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو جمع البيانات ، وصف البيانات ، الاستقراء ، صنع القرارات .

وينتمى الإحصاء أيضا لمجال أوسع يعرف بالأساليب الكمية Quantitative Techniques ، وهذا مصطلح مركب ، يتميز باستخدام الأرقام والرموز والدوال الرياضية والمقاييس والجداول والرسوم البيانية ،.... ومعظم هذه الأساليب يدخل في ساحة الرياضيات وفروعها ، وخاصة الإحصاء والإحتمالات وبحوث العمليات .

ولمزيد من التحديد يمكن القول بأن علم الإحصاء هو فرع من الرياضيات موجه للحالات التي تتضمن الإحتمال وعدم التأكد .

جمع البيانات

يتم بعدد من الأساليب حسب طبيعة العمل أو البحث ، فقد يكون عن طريق الملاحظة أو التجربة أو المسح وغالبا تستخدم المعاينة العشوائية (الإحصائية أو الاحتمالية) في جمع البيانات ، بدلا عن دراسة المجتمع بالكامل وذلك للعديد من الإعتبارات الإقتصادية والعملية والمعاينة العشوائية هي عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو احتمال (يمكن حسابه) للظهور في العينة .

وصف البيانات

يقدم علم الإحصاء من خلال هذه الوظيفة عدد كبير من الأساليب ، بما يعين على الفهم والتحليل والتفسير . وتقسم هذه الأساليب إلى ثلاث مجموعات :

وصف متغير^١ ، وصف العلاقة بين متغيرين^٢ ، وصف العلاقة بين عدة متغيرات^٣

الاستقراء

عملية تمكن من وصف المجتمع (التعميم) باستخدام عينة منة ، ونقدم لنا تقريبا عن مدى دقة هذا الاستقراء ، وأكثر من ذلك فهي تمكن من التحكم في مستوى الدقة^٤ .

1 الأساليب معروضة في الباب الأول ، بالجزء الثاني

2 الأساليب معروضة في الباب الثاني ، بالجزء الثاني

3 الأساليب معروضة في الباب الثالث ، بالجزء الثاني

4 الأساليب معروضة في الجزء الثالث

صنع القرارات

هذه الوظيفة تتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ، تكلفة ، وقت ،) يراد تحقيقه وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقي¹.

٢-١ تطور علم الإحصاء

تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة، وتم ذلك بجهود كثيرة من العلماء من تخصصات مختلفة. وكان التطور بطيئاً حتى جاء القرن العشرين ليشهد معدلاً هائلاً للتطور في مجالات كثيرة.

ولقد كان التطور في علم الإحصاء بصفة عامة ملازماً وموازياً للتطور في نظرية الاحتمالات. فقد نشأت نظرية الاحتمالات على أساس رياضي منذ عام ١٤٩٤. غير أن التاريخ الحقيقي لنظرية الاحتمالات بدأ في القرن السابع عشر حيث وضعت أسسها في ١٦٤٥ بواسطة كل من العالمان: باسكال Pascal عالم الرياضيات والفيزياء والفيلسوف الفرنسي وكذا العالم فرمات Fermat. وقد ظهر اهتمام كبير بتطبيق النظريات والطرق الإحصائية في العلوم الاجتماعية فقد أوضح كينالية (١٧٩٦-١٨٧٤) عالم الفلك الاجتماعي البلجيكي إمكان استخدام الاحتمالات والإحصاء لوصف وتفسير الظواهر الاجتماعية والاقتصادية وقدم مساهمات هامة في الطرق الإحصائية وفي تنظيم

1 الأساليب معروضة في الجزء الرابع

وإدارة الإحصاءات الرسمية . وقد ساهم عالم من النفس الانجليزى جالتون (1822-1911) Galton فى تطبيق الطرق الإحصائية فى علم النفس ووضع أساس علم القياس النفسى Psychometrics وبدأ دراسة موضوع الارتباط والانحدار الذى اهتم به وطوره بعد ذلك عالم الإحصاء الانجليزى كارل بيرسون (1857-1936) Pearson,K بالإضافة إلى مساهمات أخرى هامة.

ولقد كان التطور فى علم الإحصاء أيضا ملازما للتطور فى المناهج المنطقية للمعرفة العلمية . فقد تطور منهج الإستقراء بصورة فعالة منذ فرنسيس بيكون (1561-1626م) ، أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الإستنباط الأرسطى . وقد تطور هذا المنهج مع تطور علم الإحصاء وعلم الاحتمالات. وقد ساهم منهج الإستقراء الإحصائى Statistical Induction فى تطور المعرفة العلمية بالمعدلات الفلكية التى نشهدها ، وهو على لأى حال يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين وحل المشاكل فى العلوم غير الرياضية وهى : علوم الحياة ، الطب ، الزراعة ، العلوم الإجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

وعلى الرغم من أن الرواد من علماء الإحصاء كان اهتمامهم بوظيفة الاستقراء فإن الجانب الأعظم من النظرية الإحصائية تم اكتشافه بعد عام 1920 تقريبا، فمنذ مطلع القرن العشرين كان الاهتمام منصبا على تطبيق الإحصاء على مشاكل علوم الحياة وعلى التجارب الزراعية والصناعية. كما أن العمل فى هذه المرحلة كان مكثفا ومركزا على التحليل الإحصائى وأساسه

المنطقي، وتمخض عن ذلك مساهمات عظيمة قدمها عالم الاحصاء الانجليزي فيشر (1890-1962) Fisher. ومن العلماء الذين ساهموا كثيرا في نظرية التقديرات واختبارات الفروض كلا من بيرسون Pearson, E.s. و نيمن Neyman . ويعد الثلاثي فيشر- بيرسون - نيمن مؤسسي منهج الإستقراء الاحصائي والذي يعرف حاليا بالاتجاه الكلاسيكي. وهو يعتمد على المعلومات المتاحة من العينة فقط. وقد ظهر في هذه الفترة اتجاه جديد يعرف بالاستقراء البيزياتي Bayesian inference ، و فيه يعتمد الإستقراء على بيانات العينة بالاضافة الى المعلومات المسبقة Prior information .

وشهدت هذه الفترة ايضا عملا مكثفا كان فيها الإهتمام منصبا على صنع القرارات، مما أدى الى نشوء وظيفة حديثة للاحصاء تحت اسم نظرية القرارات الاحصائية Statistical decision theory ويرجع ذلك الى أعمال والد (1939) Wald ونيومان Neuman, J ومورجنسترن Morgenstern, O وقد صاحب هذا التطور الكبير بداية ظهور مجموعة من التخصصات المختلفة تهتم بمجالات وأهداف خاصة - وقد بلغ هذا التطور قدرا هائلا وكأنها علوما مستقلة. ومن هذه التخصصات: الاحصاء السكاني Demography والاقتصاد القياسي Econometrics، وبحوث العمليات Operations Research .

١-٣ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس:

تختلف المقاييس والأساليب الإحصائية حسب مستوى القياس للمتغيرات محل البحث . وفي هذا الصدد يتم تقسيم مستويات القياس إلى نوعين : كمي وكيفي .

المستوى الكمي Quantitative level وينقسم إلى نوعين: النسبي والفتري.
المستوى الكيفي Qualitative وينقسم أيضا إلى قسمين: الترتيبي والإسمي.
ونعرض فيما يلي لهذه الأربعة مستويات مرتبة حسب كمية المعلومات التي تحويها ، أو حسب قوة المقياس ، ترتيبا تنازليا .

ملاحظات هامة:

المقياس المثالي والذي يمكن معه استخدام كافة العمليات الرياضية والإحصائية يتضمن وحدات قياس متساوية ويكون لها نفس المعنى ؛ وأن يكون الصفر حقيقي بمعنى إنعدام الخاصية .

ونوضح فيما يلي الفروق بين مستويات القياس المختلفة :

أولا : المستوى النسبي : Ratio

ويعد أقوى مستويات القياس . مثال ذلك الأوزان (بالكيلو) والأطوال (متر) ، ودرجات الحرارة (كلفن) .

المستوى النسبي يحوي خواص المستوى الفتري مضافا إليه خاصيتين:

- ١- المقياس يتضمن صفر حقيقي .
- ٢- الأرقام تتمتع بخواص الأرقام الحقيقية .

ولبيان كمية المعلومات فى هذا المستوى نشير إلى :

- ١ - شئ وزنة ٨ كجم يكون وزنة ضعف شئ وزنة ٤ كجم ، أى أنه يمكن حساب النسبة بين القيم .
- ٢ - شئ وزنة صفر يعنى إنعدام الوزن ، أى أن الصفر هنا صفر حقيقى ، يعبر فعلا عن إنعدام الخاصية .
- ٣ - إذا كان لدينا ثلاثة أشياء ، أوزانها ٤ ، ٨ ، ١٢ كجم ، يمكن تقرير أن الفرق بين الأول والثانى يساوى الفرق بين الثانى والثالث . أى أن وحدات القياس متساوية .
- ٤ - شئ وزنة ٨ كجم يزيد عما وزنه ٤ كجم بمقدار ٤ كجم ، بمعنى إمكان حساب الفرق بين القيم وإجراء المقارنة بينها شيئان وزن كل منهما ٦ كجم ، يكونان متماثلان ، أى أنه يمكن تقرير المساواة .

ثانيا : المستوى الفترى Interval:

يعنى فترات متساوية بين درجة وأخرى . مثال ذلك :

درجات الحرارة (مئوية ، فهرنهيت) و التقويم (التاريخ الهجرى أو الميلادى أو....) ، الوزن الذرى ، درجات الطلبة فى الإختبار .

يعد هذا المستوى أقل من السابق ، فهو يتضمن كمية معلومات أقل ،

مثلا بخصوص درجات الطلبة :

- ١ - الطالب الحاصل فى الإختبار على ٨ درجات ، لانستطيع أن نقرر أن مستوى تحصيله ضعف الحاصل على ٤ درجات (النسبة غير ممكنة)
- ٢ - الطالب الحاصل على صفر فى الإختبار ، لا يعنى أن تحصيله منعدم ، وكذلك إذا كانت درجة الحرارة المئوية فى منطقة ما صفرا ، فهذا

لا يعنى انعدام الحرارة (الصفر هنا غير حقيقى) .

٣ - الفرق ممكن .

٤ - المقارنة ممكنة .

ثالثا : المستوى الترتيبي Ordinal :

يكون التقسيم على أساس الرتبة أو الأهمية النسبية ، ويمكن فقط إجراء

المقارنات . مثال ذلك :

درجات الطلبة فى الإختبار : ممتاز ، جيد جدا ، جيد ، مقبول ، راسب مستوى
التعليم :جامعى ، متوسط ، ابتدائى ، قراءة وكتابة ، أمى .

رابعا : المستوى الإسمى Nominal :

يقتصر الأمر هنا على مجرد تقسيم أو تصنيف بالإسم فقط ، ولايمكن

هذا المقياس إلا من عملية المساواة ، مثال ذلك : الجنسية ، الديانة ، اللغة.

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس

فيما يلى قواعد هامة توضح أهمية مستوى القياس :

١ - يمكن تحويل المقياس إلى آخر أقل قوة ، بينما العكس غير ممكن ، مثلا

درجات الطلبة ذات المستوى الفترى ٢ ، ٥ ، ٧ ، ... يمكن عرضها

على المستوى الترتيبي : ضعيف، مقبول، جيد ،.....

٢ - كلما زاد مستوى القياس كلما توفرت له مجموعة أكبر من الخواص ،

وهى تشمل كل الخواص التى يتمتع بها المقياس الأقل فى المستوى .

٣ - لكل مستوى قياس معين أساليب إحصائية ورياضية معينة يمكن

إستخدامها، وكلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام

أساليب إحصائية أفضل. إن فهم وتفسير الأشياء يعتمد بدرجة كبيرة على مستوى قياسها.

٤ - المتغيرات بمستوى قياس معين يكون التعامل معها بالأساليب الإحصائية الموجهة لهذا المستوى ، كما أنه يمكن أيضا استخدام الأساليب الإحصائية الموجهة للمستوى الأقل (للحصول على مزيد من المعلومات حسب رؤية الباحث) . وفي هذا الصدد يمكن الإسترشاد بما يلي :

في المستوى الإسمى ، مسموح باستخدام عمليات العد Counting يمكن التفريق بين الوحدات وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات، كالمناول وعلاقات الإحتمال .

في المستوى الترتيبي ، مسموح باستخدام عمليات الترتيب وأساليب المقارنة وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات، كالوسيط والمئينات والإرتباط (الرتب) .

في المستوى الفترى ، مسموح باستخدام عمليات الجمع والطرح وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات ، كالمتوسط الحسابي.

في المستوى النسبي ، مسموح باستخدام كل الأساليب الإحصائية والرياضية .

١-٤ برامج الكمبيوتر الإحصائية

برامج متنوعة يمكن تقسيمها إلى أربعة أقسام :

(أ) برامج كمبيوتر عامة

وهي برامج عامة لا تقتصر على الإحصاء فقط ، مثل برنامج إكسل

(ب) حزم إحصائية عامة

الحزم التطبيقية Application packages هي مجموعة برامج جاهزة في مجال معين . وفيما يلي بعض البرامج الإحصائية الهامة في مجال الإحصاء
١ MINITAB¹

نظام إحصائي عام ، يتمتع بالكثير من الصفات المرغوبة

٢ SPSS

Statistical Package For The Social Sciences

البرنامج الإحصائي للعلوم الاجتماعية.

٣ SAS نظام التحليل الإحصائي Statistical Analysis Systems

٤ BMDP برامج الطب الحيوي (BMD) Biomedical Program

(ج) حزم إحصائية متخصصة

١ MULTIQUAL

من أقوى برامج التحليل الإحصائي للمتغيرات الكيفية، ويعد البرنامج المناظر
لبرنامج MULTIVARIANCE للتحليل الكمي

1 هذا البرنامج تم عرضه تفصيلا في كتاب عالم الكمبيوتر للمؤلف

٢) Everymans Contingency Table Analysis (ECTA)

برنامج للتحليل الإحصائي لجداول التوافق.

٣) NONPAR برنامج مخصص للأساليب الإحصائية الالاعلمية

(د) نظم الخبرة Expert system

هى برامج مخصصة للإرشاد وحل المشاكل فى حقن معين ، حيث تغنيه بالبيانات عن الحالة ، فيمدك بالنصيحة والحل . مثال ذلك برنامج المستشار الإحصائي Statistical Consultant .

فصل ٢

أهمية الإحصاء

٢-١ دور الإحصاء في البحث العلمي

٢-٢ دور الإحصاء في تطوير العلوم

٢-٣ تطبيقات الإحصاء في المجالات المختلفة

الفصل الثانى

أهمية الإحصاء

نوضح أهمية علم الإحصاء من خلال ثلاثة منظورات: دور الإحصاء فى البحث العلمى ، ودوره فى تطوير العلوم ، ثم تطبيقاته فى المجالات المختلفة.

٢-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى

يتأكد دور علم الإحصاء باعتباره المنفذ للمنطق ومناهج البحث العلمى فى كل المراحل ، فالباحث مهما كان منهجه أو طريقة بحثه ، عليه أن يجمع بياناته ، وهو فى سبيل ذلك يجد نفسه مضطرا لإستخدام أساليب المعاينة العشوائية أو الإحصائية . كما أن الباحث وهوبصدد التحقق من صدق وثبات هذه البيانات التى تم جمعها فعليه الإستعانة بمقاييس الارتباط الإحصائية،وعندما يبدأ الباحث فى وصف بياناته عليه إستخدام أساليب الوصف الإحصائى وحين يسعى الباحث إلى التوصل إلى القوانين والنظريات والتعميمات عليه إستخدام أساليب الإستقراء ، ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هى الطريق العلمى الوحيد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية . فحين يسعى الباحث إلى التقدير،عليه إستخدام نظرية التقديرات الإحصائية Estimation theory ، وعندما يسعى الباحث إلى إختبار نظرية أو قانون

أو فرض من الفروض فإن عليه الإستعانة بأساليب إختبارات الفروض الإحصائية وعندما يسعى الباحث إلى تفسير بياناته، عليه اللجوء إلى الأساليب الإحصائية وعندما يسعى الباحث الوصول إلى القرار الأمثل أو إلى الخطأ المثلى، عليه اللجوء إلى أساليب صنع القرارات، وعندما ينتهى الباحث من عمله ويحاول عرض نتائجه ، فعليه الإستعانة بطرق وأساليب العرض الإحصائية .

٣-٢ دور الإحصاء فى تطوير العلوم

إن البحث العلمى شاق ومضنى، وعلى الباحث إذا كان ينوى تقديم معارف علمية ، أن يكون عمقاً نظرياً وعملياً فى ناحيتين : الأولى هى مادة بحثه أو حقله ، والثانية هى القواعد المنهجية .

هذه القواعد المنهجية يمكن تصورها كشجرة فى الحقل جذورها المنطق وهو المصدر الأساسى للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الإستدلال والمعرفة الصحيحة ، وهى حامل الشجرة وحاميتها من السقوط أو التآرجح بسبب الرياح الغربية والأهواء المتحيزة .

وساق الشجرة طرق البحث ، فهى التى تفحص قواعد المعرفة وأساليبها وتأخذ منها حسب حاجة الإنبات العملية.

والأساليب الإحصائية والرياضية يمكن تمثيلها بفروع الشجرة فهى المنسق والمنفذ والمنتج ، تطرح الثمار وتحملها وتعرضها على أفضل ما يكون .

ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هي الطريق العلمى الوحيد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية و من المعلوم أن درجة تقدم العلوم يعتمد على مدى اعتمادها على الرياضيات ، وذلك لفهم وقياس وتفسير ظواهرها ووصف العلاقات القائمة بينها . ولذلك فقد خصصت العلوم المختلفة فروعاً خاصة لها بذلك ، تقوم على إستخدام الرياضيات والإحصاء ، فمثلاً العلوم الفيزيائية خصصت عدة فروع منها علم الفيزياء الرياضى Mathematical physics والميكانيكا الإحصائية statistical mechanics والفيزياء الإحصائية Statistical physics ، وفى العلوم الحيوية يوجد الإحصاء الحيوى Biostatistics والقياس الحيوى Biometry والطب التجريبي Experimental Medicine وفى علوم البيئة يوجد علم البيئة الرياضى Mathematical ecology وفى علم الإقتصاد يوجد عدة فروع منها الإقتصاد الرياضى economics Mathematical والإقتصاد القياسى Econometrics وفى علم الإدارة يوجد علم بحوث العمليات Operations research وفى علم السكان يوجد علم السكان الإحصائى Demography وفى العلوم الإجتماعية والإنسانية ظهرت العديد من الفروع منها علم الإجتماع الرياضى Mathematical sociology والقياس الإجتماعى Social measurement وعلم النفس الرياضى Mathematical psychology والقياس النفسى Psychometrics وفى التربية يوجد Educational measurement وعلم الإجرام الرياضى Criminology Mathematical وعلم الأنثروبولوجيا الرياضى Mathematical anthropology وعلم اللغة الرياضى Mathematical

linguistics وعلم الجغرافيا الرياضى Mathematical geography وعلم
القياس التاريخى Cliometrics .

٣-٣ تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

تطبيقات الإحصاء لا تحصى ولا تنتهى ، فهى تبعث وتجدد الحياة
فى كل العلوم والمجالات كما أوضحنا أعلاه ؛ ونعرض فيما يلى بعض
المجالات^١.

تطبيقات فى الطب

تعتمد العلوم الطبية على الإحصاء فى بحوثها العلمية وفى دراسة وفهم
ظواهرها وقياسها وتفسيرها ، ولذا نجدها و قد أفردت لها فروعاً إحصائية
خاصة تهتم بدراسة ظواهرها باستخدام الأساليب الإحصائية والرياضية ، مثل :
علم الإحصاء الحيوى Biostatistics وعلم القياس الحيوى Biometry والطب
التجريبى Experimental Medicine

إن القرار الطبى إحتمالى بطبيعته ، وهو فى النهاية قرار إحصائى ،
وذلك يعظم دور الإحصاء فى العمل الطبى .

1 راجع كتب المؤلف فى هذا الصدد « ومنها: الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى « التاريخ الكمى ، الإحصاء
والبحث التاريخى، الإحصاء والتاريخ الإسلامى ، المعدل التراكمى ، الإحصاء والقرآن الكريم ، الإحصاء والحديث
النبوى ، إحصاءات القرآن .

- ما هو سبب المرض ؟ هل هو سبب واحد ؟ أو مجموعة معينة ؟ أو عدة أسباب يلزم توفرها لحدوث المرض ؟
- ما هي المترتبات على المرض ؟ الأعراض ، العلامات ،...وما هو احتمال أى منها حال توفر المرض ؟
- ماهى أعراض المرض ، المرتبطة به والتي تشير حال تواجدها إلى احتمال المرض ؟
- ماهى علامات المرض ، المرتبطة به والتي تشير حال تواجدها إلى احتمال المرض ،
- قرار التشخيص يعتمد بدرجة كبيرة على مفهوم المدى الطبيعى ، والذي يحدد فى معظم الأحيان بمفاهيم إحصائية .
- كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد الاحتمال التشخيصى Diagnostic Probability، بمعنى ماهو احتمال المرض فى حالة وجود دليل معين: عرض أو علامة . إن ذلك يتحدد علميا إستنادا إلى الاحتمال القبلى ، مع إستخدام نظرية بيز .
- التجارب الطبية التى تجرى لتحديد فعالية علاج معين لمرض ما ، أو للمقارنة بين أنواع مختلفة من العلاجات ؛ هذه التجارب تصميمها وتحليلها إحصائى ، والقرار النهائى إحصائى .
- كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد معنى مصطلحات تعد الأساس فى القرار الطبى : مثال ذلك المدى الطبيعى Normal ، القيم الحرجة ، الحساسية Sensitivity ، الخصوصية Specificity .

تطبيقات فى القضاء¹

إن دور الإحصاء والإحتمال كمنهج فى الفكر القانونى ظهر منذ بداية القرن السابع عشر ، غير أن التطور المؤثر والمضطرد والمثير منذ ١٩٦٠.

يقدم علم الإحصاء ، فوائد جلية للعدالة ويمكن تمييز ذلك فى تقديم أدلة جديدة للمحكمة وفى رفع كفاءة الأدلة القائمة وفى تقديم حساب كمى لوزن الأدلة ، وحساب الوزن الإضافى للدليل ، وإضفاء الشرعية على الأدلة .

الدليل الإحصائى يكون هو الدليل الأوحد عندما يكون مصدر المعرفة متعدد القيم كما فى حالة تعدد الشهود ، وإثبات التحيز ، وقضايا الغش وتلوث البيئة ، ويسمح ذلك لإعمال مواد أساسية فى الدستور ووضعها موضع التنفيذ.

جمع الأدلة يستلزم استخدام المعاينة الإحصائية ، فمن ذلك تتحقق الموضوعية فى الاختيار والبعدهن الذاتية والتحيز.

أساليب التقدير الإحصائى تقدم للمحكمة أفضل دليل ، من ذلك تقدير السرعة فى حوادث السيارات ، تقدير الضرر ، التعويضات ، الضرائب ، مدة العقوبة ، مبلغ الغرامة ، وقت الوفاة ، مبلغ الكفالة .

إختبارات الفروض الإحصائية تقدم أيضا الدليل للمحكمة ، فى قضايا التلوث مثلا تبين ما إذا كانت نسبة التلوث أو درجة الحرارة المنبعثة أعلى من المسموح به ، فى قضايا الغش تبين أن وزن العبوة أقل من المعلن عنه ، نسبة الدسم أقل من المعايير المعتمدة ،

1 راجع : الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى ، ٢٠٠٢ ، للمؤلف

ومن التطبيقات الهامة إحتمال أن يكون المشتبه فيه مذنباً ، وكذلك إثبات التمييز والفرقة بين الأفراد ، وأيضاً فى قضايا النزاع حول من المؤلف أو الكاتب ،.....

من المعلومات المفيدة التى يقدمها علم الإحصاء حساب إحتمال حدوث الواقعة بالصدفة . إن التفسير البديل بالطبع هو حدوثها قصداً أو بسبب معين ، ويسهم ذلك فى تقديم الدليل على القصد الجنائى .
إن الدليل الإحصائى فى كثير من الحالات يكون هو الدليل الوحيد.

تطبيقات فى الإدارة والمحاسبة

نماذج الارتباط : تحديد عناصر التكلفة المتغيرة مع حجم النشاط (إنتاج، خدمات، مبيعات ، ... لنعتبر وجود ارتباط مثلاً إذا كان الارتباط : ٠,٩ فى بيرسون الخطى ، ... فى نماذج الإنحدار : تستخدم فى تقدير التكاليف ، وفى التنبؤ بالإنتاج والمبيعات ..
خرائط المراقبة الإحصائية تفيد فى تحليل إنحرافات الأداء الفعلى عن المخطط المعايينة الإحصائية تعين المحاسب فى الرقابة والتفتيش على كافة الأصول والعمليات ، وخاصة عند الجرد السنوى .
الأرقام القياسية هى الأساس فى إعادة التقويم لمراعاة التغيرات فى الأسعار بما يمكن المحاسب من عرض نتائج الأعمال الحقيقية و المركز المالى الحقيقى .
محاسبة البيئة : تكلفة التلوث : معدلات البث ، والتلوث ، ومؤثرات ذلك .

تطبيقات فى التاريخ^١

التاريخ هو وصف الماضى ، وصف بمعناه الواسع ، يشمل التفسير والتأويل والتصنيف ، والمقارنة ، والتوقيت ، والتسلسل ، وهذه كلها عمليات علمية متطورة تخضع لقواعد المنطق ومناهج وطرق البحث ، ويناط تنفيذها للأساليب الإحصائية والأساليب الكمية الأخرى. إن الأساليب الإحصائية أصبحت ضرورة للمؤرخ وهو فى سبيل تحصيل وتكوين الخبرة ، ذلك أن لغة الكم أصبحت هى لغة العرض والنشر فى كافة مصادر المعلومات . كما أن الأساليب الإحصائية لازمة للباحث التاريخى فى كل مراحل بحثه : فى مرحلة جمع البيانات، ووصفه لها ، والتعميم، والتقييم ، والتقدير واختبارات الفروض ، كما أن الأساليب الإحصائية تعين الباحث التاريخى فى مرحلة عرضه لبياناته ونتائجه حيث يكون ملزما بعرضها بلغة البحث المقبولة فى الأوساط العلمية، من أجل تيسير الفهم والتواصل وتعظيم المنفعة.

مجالات أخرى

تطبيقات الإحصاء تجدها أيضا فى علوم الحياة ، فى الزراعة ، فى العلوم الإقتصادية ، فى العلوم الإجتماعية ، فى العلوم السياسية، فى العلوم الدينية^٢، فى التربية^٣

1 راجع : التاريخ الكمي ، ٢٠٠٠ ، للمؤلف

2 راجع مؤلفاتنا: إحصاءات القرآن ، ٢٠٠٦

إحصاء والقرآن الكريم ، ١٩٩٧

إحصاء والحديث النبوى ، ١٩٩٨

إحصاء والتاريخ الإسلامى ، ١٩٩٧

3 راجع : المعدل التراكمى ، ٢٠٠٣ ، للمؤلف

الجزء الأول

جمع البيانات

فصل ٣: طرق جمع البيانات Collecting Data

فصل ٤: المعاينة العشوائية Random Sampling

فصل ٣

طرق جمع البيانات

Survey المسم

Experiment التجربة

Simulation المحاكاة

الفصل الثالث

طرق جمع البيانات

يتم البحث العلمى Scientific Research أو الإستقصاء Investigation باستخدام نوعين رئيسيين من التصميمات : التجربة ، والمسح. كما أن كل نوع منها ينقسم إلى العديد من النماذج أو التصميمات المختلفة ، يكون إختيار المناسب منها بمعرفة الباحث ، غير أن طبيعة المشكلة غالباً ما تحدد نوع الإستقصاء المستخدم وكذا التصميم الفرعي المناسب ، كما أنه يجب ملاحظة أن كل تصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

وكما أوضحنا فى القسم ١-٢ يقوم علم الإحصاء بأساليبه المختلفة بالمساهمة فى تنفيذ البحث فى كل مراحله . وفى مرحلة جمع البيانات يسهم فى التخطيط والتنفيذ أيا كان شكل التصميم المستخدم ، خاصة وأن كل تصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

٣-١ المسح (Survey)

وفى هذا النوع من الإستقصاء ، يتم جمع الملاحظات عن وحدات البحث كما هى على حالها بدون تحكم ، وتوجد عدة نماذج أو تصميمات للبحث يمكن تقسيمها إلى ما يلى :

١ - المسوح المستعرضة (Cross Sectional)
وفيما يتم جمع البيانات عن نقطة زمنية معينة (at one Point in Time) .

٢ - المسوح الطولية (Longitudinal Surreys)
وتتعلق بتحليل البيانات عن فترة معينة ، قد تمتد في الماضي أو المستقبل والتصميمات الطولية الأساسية هي :
أ - دراسات الاتجاه (Trend Studies) .
حيث يتم جمع البيانات وتحليلها في أوقات زمنية مختلفة ، وقد تختلف هنا وحدات البحث ، حيث يكون الإهتمام بدراسة الظواهر نفسها .
ب - دراسات الفوج (Cohort Studies)
تتعلق بدراسة لمجموعة معينة من الوحدات يطلق عليها فوج (جيل معين مثلاً) .

يتم جمع البيانات عن الفوج في فترات مختلفة (أي دراسة مجتمع البحث نفسه) ، وتكون الوحدات المبحوثة (العينة) من أصل الفوج ، غير أن العينة قد تختلف في كل فترة .

ج - دراسة الشريحة (Panel Studies)
في هذه الدراسة يتم جمع البيانات عبر فترات مختلفة على مجموعة بعينها من الوحدات - وتسمى هذه المجموعة شريحة (Panel) أي أن الدراسة تكون في كل مرة على نفس العينة .

٣-٢ التجربة (Experiment)

تتميز التجربة بعمل شئ ما لمعرفة أثره ، أي أن هناك قدر من الحرية والتحكم في المتغيرات - وهذا يؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

وتوجد عدة نماذج أو تصميمات تجريبية ، يمكن إدراجها في المجموعات التالية :

أولاً : تصميمات الوحدة (Single Subject Designs) .

ثانياً : تصميمات متعددة الوحدات (Multi Subject Designs) .

أ - تصميمات تجريبية حقيقية (True experimental Designs) .

ب - تصميمات شبه تجريبية (Quasi experimental Designs) .

٣-٣ المحاكاة Simulation

أحيانا لاعتبارات عملية أو أخلاقية يصعب أو يستحيل جمع البيانات باستخدام التجريب أو المسح . يمكن عن طريق المحاكاة توليد البيانات اللازمة للبحث اصطناعيا Artificially بدون إجراء التجربة .

إحدى طرق المحاكاة المعروفة باسم طريقة مونت كارلو وهي تعتمد على المعاينة العشوائية والتوزيعات الاحتمالية واستخدام الكمبيوتر فى توليد البيانات .

فصل ٤

المعاينة العشوائية

Random Sampling

- ٤-١ تعاريف
- ٤-٢ المعاينة العشوائية البسيطة
- ٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة
- ٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي
- ٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية
- ٤-٣ المعاينة المنتظمة
- ٤-٤ المعاينة الطباقية Stratified Sampling
- ٤-٤-١ مزايا المعاينة الطباقية
- ٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطباقية
- ٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation
- ٤-٤-٤ التوزيع الأمثل Optimal allocation
- ٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster sampling
- ٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage
- ٤-٧ تطبيقات متنوعة

الفصل الرابع

المعاينة العشوائية

Random Sampling

٤-١ تعاريف :

الاستقراء عملية يتم بمقتضاها وصف الكل (المجتمع) باستخدام جزء منه (العينة). ولإختيار هذا الجزء نقوم بعملية تسمى المعاينة، وهناك طريقتان للمعاينة: المعاينة العشوائية والمعاينة غير العشوائية. وأياً كانت طريقة جمع البيانات فإن المعاينة العشوائية تعد أساساً لعملية الاستقراء الإحصائي فهي تحقق الموضوعية في الاختيار والبعد عن الذاتية والتحيز وهي تقدم عينة ممثلة للمجتمع تصلح لتعميم النتائج على المجتمع كما تمكن من قياس الدقة في النتائج التي يتم التوصل إليها. أما في حالة استخدام المعاينة غير العشوائية فلا نضمن تحقيق أى شئ من ذلك.

ونقدم فيما يلي بعض التعاريف الهامة المتعلقة بعملية المعاينة.

وحدة البحث : Unit of inquiry

هى الوحدة موضوع البحث، والمطلوب استنتاج معلومات بشأنها مثال ذلك الأسرة، العامل، الطالب، إلخ.

وحدة المعاينة : Sampling unit

هى الوحدة المتخذة أساساً للمعاينة، وقد تكون هى نفس وحدة البحث أى الوحدة الطبيعية أو مجموعة منها Clusters. فمثلاً فى البحوث المتعلقة بالأسرة يمكن اعتبار مجموعة من العائلات كوحدة للمعاينة. وليس من الضروري أن تكون وحدة المعاينة وحدة طبيعية، بل قد تكون وحدة مصنعة كما فى حالة تقسيم مجموعة مساكن على خريطة إلى مجموعات.

مجتمع البحث : Universe of inquiry

هو مجموعة العناصر الطبيعية Physical محل البحث، أى مجموعة العناصر المطلوب معرفة خصائصها.

المجتمع : Population

هو مجموعة وحدات المعاينة. وبالتحديد أكثر هو مجموعة خواص لمجتمع البحث، فإذا كان مجتمع البحث مجموعة أشخاص فإن مجموعة البيانات التى تمثل أعمارهم تمثل مجتمعاً كما أن مجموعة البيانات التى تمثل أوزانهم تمثل مجتمعاً آخر، وهكذا.

العينة : Sample

هى مجموعة جزئية من مجتمع البحث- وتستخدم أيضاً باعتبارها مجموعة جزئية من المجتمع.

المعالم : Parameters

الخواص التي تصف المجتمع تسمى معالم مثال ذلك المتوسط الحسابي، الوسيط، الانحراف المعياري، معامل الارتباط، ... إلخ.

الإحصاء : Statistic

أي مؤشر محسوب من عينة يسمى إحصاء، مثال ذلك المتوسط الحسابي للعينة، وكذا الوسيط، الانحراف المعياري، معامل الارتباط، ... إلخ. كما أن الإحصاء ليس بالضرورة أن يكون له معنى وصفي، بل لمجرد استكمال حلقات إختبارات الفروض .

إطار المعاينة : Sampling frame

هو المجموعة التي تحوى وحدات المعاينة، ويعد المصدر الذي نختار منه العينة. وقد يكون قائمة أو خريطة أو فهرساً أو أى شئ آخر.

كسر المعاينة: Sampling fraction

هو النسبة بين حجم العينة وحجم المجتمع، فإذا ما اعتبرنا أن :

ن حجم العينة ن حجم المجتمع

$$\text{فإن كسر المعاينة} = \frac{n}{N} \quad (١-٤)$$

يلاحظ إننا استخدمنا الحرف الصغير لحجم العينة و الحرف الكبير لحجم المجتمع . و هذا الإجراء شيتم استخدامه بصفة عامة عند التفرقة بين بيانات العينة و بيانات المجتمع

طرق المعاينة العشوائية:

المعاينة العشوائية و يطلق عليها أيضا المعاينة الاحتمالية
Statistical Probability Sampling و كذلك المعاينة الإحصائية
Sampling هي عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة
أو احتمال للظهور في العينة و هذا الاحتمال يمكن حسابه و لا يساوي صفرا .
و طرق المعاينة العشوائية هي :

- ١ - المعاينة العشوائية البسيطة .
- ٢ - المعاينة المنتظمة .
- ٣ - المعاينة الطبقية .
- ٤ - المعاينة العنقودية .
- ٥ - المعاينة متعددة المراحل .

ويمكن أن يحتوي تصميم المعاينة على اثنان أو أكثر من هذه الطرق
في آن واحد ، على انه يجب ملاحظة أن كل أسلوب للمعاينة له صيغته
الرياضية الخاصة في تحديد حجم العينة و توزيعها و في عرض نتائج البحث
وقياس دقة النتائج ، و مجال ذلك كله في المراجع المتخصصة في المعاينة.

٤-٣ المعاينة العشوائية البسيطة :

تعريف :

المعاينة العشوائية البسيطة Simple random sampling هي طريقة للمعاينة يكون فيها لكل العينات الممكن سحبها احتمال متساو .

ويلاحظ أن سحب العينة يمكن أن يتم بطريقتين :

(أ) مع الإرجاع With replacement . وهنا يتم إرجاع الوحدات المسحوبة للمجتمع ، ويعني ذلك احتمال ظهور الوحدة أكثر من مرة بالعينة .

(ب) بدون إرجاع without replacement . و هنا لا يتم إرجاع لوحدة المسحوبة للمجتمع .

٤-٣-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة:

(أ) أبسط طرق المعاينة .

(ب) تعد الأساس لدراسة طرق المعاينة الأخرى .

(ح) المعلومات المستمدة منها يكون عرضها في صيغ رياضية بسيطة ، بالمقارنة بصيغ طرق المعاينة الأخرى .

(د) تعد الأساس لمعظم الصيغ الواردة بالمراجع و المتعلقة بالاستقراء الإحصائي .

(هـ) تعد الأساس لتقييم و قياس كفاءة طرق المعاينة الأخرى .

عيوب المعاينة العشوائية البسيطة :

(أ) غالبا ما تكون بعيدة عن الاعتبارات العلمية ، و قد تكون مستحيلة في بعض الأحيان .

(ب) غالبا ما تكون مكلفة و تتطلب جهدا و وقتا كبيرا

(ج) لا تستثمر أي معلومات متاحة للمجتمع .

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي:

هناك عدة طرق يمكن استخدامها لاختيار عينة عشوائية هي طرق الخلط و جداول الأرقام العشوائية و الحاسبات الإلكترونية .

(أ) طريقة الخلط :

في هذه الطريقة تكتب أسماء و وحدات المعاينة للمجتمع محل البحث ، أو تعطي كل وحدة رقم ، و تكون الكتابة على بطاقات أو قصاصات ورق متشابهة ، و يتم خلطها جيدا ، ثم يتم سحب العدد المطلوب منها ليمثل عينة . وهذه الطريقة سهلة غير إنها تكون غير عملية إذا كن المجتمع كبيرا كما إن الخلط التام لوحدات لوحدات المجتمع لا يمكن ضمانه كما أن التحيز الشخصي لا يمكن تجنبه.

(ب) جداول الأرقام العشوائية Random number table :

الجدول العشوائية عبارة عن أرقام منظمة في صفوف وأعمدة ،

بصورة عشوائية ، بحيث يكون لأي رقم احتمال مساو في الظهور ، بمعنى ان يكون احتمال ظهور أي رقم مكون من حد واحد متساو ، و أن احتمال ظهور أي رقم مكون من حدين متساو،...و هكذا . كما أن الحدود مستقلة عن بعضها. والجدول العشوائية وسيلة متاحة و سهلة و مرنة و تتجنب الكثير من أخطاء طريقة الخلط .

ويعاب على استخدام الجداول العشوائية إنها تستبعد عدد كبير من الأرقام ، كما أن هناك عرضة للأخطاء في تدوين الأرقام ، كما إن استخدامها يشترط إمكان حصر وحدات المجتمع كلها و تدوينها بقائمة و ترقيمها . كما أن تحقيق شرط العشوائية يتطلب استخدام جداول عشوائية ذات حجم كبير .

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية:

(١) تعيين تناظر Correspondence بين المجتمع و جدول الأرقام العشوائية:

— كل وحدة معاينة تعطي رقم من ١ إلي ن (حجم المجتمع) .

— تعيين عدد الحدود التي تستخدم من الجدول — و هو يساوي عدد حدود ن .

(٢) تعيين نقطة البداية :

يتم تعيين نقطة البداية ، و ذلك بتعيين الصفحة ثم الصف و العمود و أن يكون ذلك بصورة عشوائية . و يمكن هنا الاستعانة بطريقة الخلط .

(٣) تعيين المسار :

و يكون ذلك إما رأسيا في أي اتجاه (أعلي — أسفل) أو أفقيا في أي اتجاه

(يميناً - يساراً) . و عند الوصول إلى نهاية العمود أو الصف تعين النقطة التي يتم الانتقال إليها.

ويكون إتباع المسار باتساق حتى نهاية اختبار العينة ، و ذلك لتقليل التحيز و تبرير العشوائية .

(٤) اختيار العينة :

يتم اختيار عدد قدره ن (حجم العينة) وفق المسار المحدد مع مراعاة استبعاد ما يلي:

— الأرقام المكررة (إذا كان السحب بدون إرجاع)

— الصفر (في حالة بدء ترقيم المجتمع من ١)

— أي رقم أكبر من ن .

وللتسهيل و لتقليل استبعاد الأرقام بالجدول يمكن :

— طرح رقم ثابت من ارقام المجتمع الأصلي .

— طرح ن أو مضاعفتها (٢ن ، ٣ن ،) من الأعداد العشوائية

بشرط أن تكون المجموعات المتبقية كاملة أي تحوي عدد قدره ن .

(٥) تعيين نقطة النهاية :

تعيين نقطة النهاية كمرجع عند سحب وحدات إضافية للعينة إذا لزم الأمر .

تطبيق (٤-١):

مطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠ مدارس من مجتمع المدارس بإحدى الدول و البالغ عددها ٦٠٠ مدرسة .

ملحوظة :استخدم الجداول العشوائية الملحقة في نهاية الكتاب و لتكن نقطة البداية ١٥ و العمود ٢٦

(١) تعيين تناظر بين المجتمع و جداول الأرقام العشوائية .

١ مدرسة حطين

٢ مدرسة اليمامة

.

.

.

٦٠٠ = ن مدرسة عليا

— عدد الحدود التي تستخدم بالجدول ٣

(٢) نقطة البداية : الصف ١٥ و العمود ٢٦

(٣) تعيين المسار : رأسي و أسفل

(٤) اختيار العينة : الأرقام بين قوسين تحذف

٥٨٢	٤٤٢	٥٦٤	(٩٥٨)	٤٠٤
٠٠٥	(٧٥٥)	٤٦٢	٩١٤	(٩٦٥)

٥٧٢	٥٦٨	(٦٠٢)	(٦٧٩)	٣٣٦
(٧١٩)	(٨٣٧)	٠٨١		

٤-٣ المعاينة المنتظمة :

المعاينة المنتظمة Systematic هي معاينة يتم فيها سحب العينة بطريقة منتظمة ، فمثلا في حالة المعاينة من قائمة يتم سحب الوحدات على فترات . و المعاينة من مساحة يتم بتحديد نموذج لنقاط معينة على الخريطة ، أو بأختيار المباني أو الحقول التي تبعد كيلومتر عن بعضها ، و في معاينة درجات الحرارة تؤخذ القراءات كل ساعة مثلا.

فإذا كنا بصدد سحب عينة منتظمة حجمها ن (على الأقل) من مجتمع حجمه ن فإننا نتبع الخطوات التالية :

١ - نعطي وحدات المجتمع أرقام متسلسلة من ١ إلى ن

٢ - نقسم المجتمع إلى ن من المجموعات حجم كل منها ك = ن/ن

و نقرب ك لأقرب عدد صحيح ، و هذا المقدار يطلق عليه فترة العينة
Sampling interval

٣ - نختار وحدة عشوائية من بين الأرقام ١ ، ٢ ، ، ك .

و يمكن هنا استخدام طريقة الخلط أو أي طريقة عشوائية أخرى و سنفترض أن الوحدة التي تم اختيارها عشوائيا رقمها ر

٤- نحدد وحدات العينة بإضافة فترة العينة (ك) على التوالي للرقم

(ر) حتى نحصل على حجم العينة المطلوب .

و تمتاز هذه الطريقة بالبساطة و السرعة و قلة تكاليفها و قلة الأخطاء عند سحب العينة . على أنه يفضل استخدامها فقط في حالة ما إذا كان المجتمع عشوائيا ، حيث انه إذا كان المجتمع دوري أو مرتب تثار مسألة الدقة و تحديدها .

تطبيق (٤-٢):

مجتمع حجمه ١٠٠ يراد سحب عينة منتظمة حجمها ٥ و المطلوب تحديد وحدات العينة اذا كانت الوحدة الأولى المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٩

$$ك = ١٠٠ / ٥ = ٢٠$$

إن وحدات العينة هي التي تحمل الأرقام التالية [٩ ، ٢٩ ، ٤٩ ، ٦٩ ، ٨٩]

٤-٤ المعاينة الطبقية :

في المعاينة الطبقية Stratified يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات و يسحب من كل طبقة عينة . باستخدام المعاينة العشوائية البسيطة .

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية:

١- تحسين درجة تمثيل العينة للمجتمع .

٢- غالبا ما تؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

- ٣- توفير بيانات عن قطاعات جزئية من المجتمع (الطبقات)
- ٤- الملائمة للأعتبارات الإدارية ، حيث يمكن تطبيق إجراءات مختلفة لجمع البيانات بما يتناسب مع كل طبقة .

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقيّة:

- ١ - تتطلب ضرورة معرفة حجم كل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.
- ٢ - ضرورة وجود إطار للمعاينة لكل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.
- ٣ - بعض اساليب المعاينة الطبقيّة كما في حالة التوزيع الأمثل يتطلب معرفة التباين في كل طبقة ، و هذا غالبا لا يكون متاحا.

طرق توزيع العينة على طبقات:

يتم توزيع العينة على الطبقات بعدد من الطرق

فإذا كان لدينا مجتمع حجمه N و حجوم الطبقات N_1, N_2, \dots, N_r و يراد سحب عينة حجمها n و من كل طبقة N_1, N_2, \dots, N_r فإنه يمكن توزيع العينة على الطبقات باستخدام عدة طرق :

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation

ويتم فيه توزيع العينات على الطبقات بحيث يتناسب حجم العينة مع حجم الطبقة ، أي أن :

(٢-٤)

$$n_d = \frac{N_d}{N}$$

حيث هـ = ١، ٢، ...، ل

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل Optimal Allocation:

يتم فيه توزيع العينات على الطبقات بأعداد تتناسب مع درجة التشتت في الطبقة و تبعا للصيغة التالية :

(٣-٤)

$$n_d = \frac{N_d \sigma_d}{\sum N_d \sigma_d}$$

حيث هـ = ١، ٢، ...، ل

تطبيق (٣-٤):

مجتمع حجمه ١٠٠٠٠ وحدة مقسم إلى ثلاث طبقات و الجدول التالي يوضح الحجم و الانحراف المعياري بكل طبقة . يراد سحب عينة طبقية حجمها ٤٠٠ والمطلوب توزيع هذه العينة :

١ - حسب التوزيع المتناسب

٢ - حسب التوزيع الأمثل

الانحراف المعياري	الحجم	الطبقة
١٠	٦٠٠٠	أ
٦	٣٠٠٠	ب
١٥	١٠٠٠	ج

الحل :

توزيع العينة الطبقة

الطبقة	ن	σ	المتناسب	ن	σ	الأمثل	ن
أ	٦٠٠٠	١٠	٢٤٠	٦٠٠٠	٢٥٨		
ب	٣٠٠٠	٦	١٢٠	١٨٠٠٠	٧٧		
ج	١٠٠٠	١٥	٤٠	١٥٠٠٠	٦٥		
	١٠٠٠٠		٤٠٠	٩٣٠٠٠	٤٠٠		

التوزيع المتناسب تم باستخدام الصيغة (٢-٤) فمثلا حجم العينة بالطبقة أ هو

$$٢٤٠ = ١٠٠٠٠ / ٦٠٠٠ \times ٤٠٠$$

التوزيع الأمثل تم باستخدام الصيغة (٣-٤) فمثلا بالنسبة للطبقة أ هو

$$٢٥٨ = ٩٣٠٠٠ / ٦٠٠٠٠ \times ٤٠٠$$

(مع ملاحظة إجراء التقريب المناسب)

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster Sampling

المعاينة العنقودية هي معاينة عشوائية بسيطة تكون فيها وحدة المعاينة عبارة عن مجموعة (عنقود) من وحدات البحث .

مزايا المعاينة العنقودية :

- (١) المعاينة العنقودية تمتاز بقلّة تكلفتها في أغلب الأحوال .
- (٢) تظهر أهميتها بصفة خاصة عندما لا يوجد إطار للمعاينة يحوي وحدات البحث ، و كذا عندما يصعب إعداد الإطار. فمثلا ، في كثير من الدول لا يوجد إطار شامل للسكان أو المنازل

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage

المعاينة متعددة المراحل تعد امتدادا لمفهوم المعاينة العنقودية . فغالبا ما يحتوي العنقود أو المجموعة Cluster على عدد كبير من وحدات البحث بدرجة يصعب قياسها جميعا ، كما انه ما يحوي العنقود على عناصر متشابهة تقريبا بحيث إن عدد قليلا منها يكفي لإعطاء معلومات عن كل العنقود . و في مثل هذه الحالات فإنه يمكن سحب عينة عشوائية بسيطة من وحدات البحث داخل كل عنقود من العناقيد المختارة بالعينة و هذا الأجراء يسمى معاينة ذات مرحلتين two-stages sampling

وقد تتم المعاينة بنفس الطريقة مع إضافة مرحلة معاينة أخرى ،

وتسمى هذه بالمعاينة ذات الثلاث مراحل three-stages sampling ، وهكذا . وبصفة عامة فإن الطريقة تسمى المعاينة متعددة المراحل . فمثلا عند إجراء بحث على طلبة الثانوية العامة مثلا في إحدى الدول ، يمكن أولا معاينة المحافظات ، ومن بين المحافظات المختارة يتم معاينة الأحياء أو القرى ، ومن هذه الوحدات المختارة يتم معاينة المدارس، ومنها معاينة الفصول.

٤-٧ تطبيقات متنوعة

تطبيق (٤-٤):

في مراجعة حسابات الشركات كان الهدف اختيار و فحص ستة عشر من حسابات العملاء . و المطلوب اختيار عينة عشوائية بسيطة إذا علم إن دفتر أستاذ العملاء يحوي الحسابات أرقام ١ - ٤٠٠

ملحوظة : استخدم الجداول العشوائية الموضحة بالملحق (جدول ١) و لتكن نقطة البداية الصف ٦ و العمود ٢١

نختار رقم مكون من ثلاثة حدود و نستبعد الرقم صفر و كل الأرقام التي تزيد عن ٤٠٠

ملحوظة : الأرقام المستبعدة سيتم وضعها بين قوسين .

١٤٩	٠٨٥	(٤٥٣)	١٢٤	(٦٧٣)
٢٧٨	(٧٨٢)	(٥٤٦)	٣٤٣	(٩٩٨)

٥٣

تطبيق (٤-٥):

مطلوب اختيار عينة من خمس فواتير من ملف فواتير المبيعات يحوى الأرقام

٧٣٢١-٧٥٣

استخدم الجداول العشوائية بالملحق (جدول ١) نقطة البداية : الصف ٩

والعمود ٣٥

نختار رقم مكون من أربعة حدود :

٤٧٤٦ ٢٩٩٥ ١٣٨٦ (٧٨٧٢)

٤١٩٤ ١٦٦٨ (٩٠٢١)

تطبيق (٤-٦):

تضمنت إجراءات الجرد المستمر في احدى الشركات قيام مراقب الحسابات

باختيار عينة من عشرة أصناف من قوائم الجرد التي تحوي الأرقام ٦٠٠٠-

١٣٠٠٠

والمطلوب اختيار العينة بأستخدام الجدول ١ بالملحق مع نقطة البداية : صف ٣

عمود ١٧

في حالة رقم مكون من خمس حدود فإن عدد الأرقام المستبعدة سيكون كبيرا .

وفي مثل هذه الحالات يفضل طرح رقم و ليكن ٥٠٠٠ و ندون الأرقام التي

تقع بين ٨٠٠٠-١٠٠٠ و هنا نستخدم أرقام ذات أربعة حدود فقط

٣٤٥٣ ٦٧٥٨ ٦٧٨٩ ١٩٦٢ ١١١٠

١٠٩٠ (٩٤٦٢) ٥٦٢٦ ٣٥١٤ (٠٩٨٩)

وهذه الأرقام يجب ان يضاف اليها ٥٠٠٠ السابق طرحه لإعادة التناظر مع أرقام المجتمع المستهدف لأصناف المخزون . أي أن العينة هي :

٨٤٥٣	١١٧٧٨	١١٧٨٩	٦٩٦٢	٦٦١٠
٦٢٢٦	٦٢٤٩	٦٠٩٠	١٠٦٢٦	٨٥١٤

تطبيق (٧-٤):

المطلوب تحديد وحدات عينة منتظمة اذا كان حجم المجتمع ٧٣٠ و كسر المعاينة ١٠% اذا كانت الوحدة الأولى المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٣

$$\frac{10}{100} = \frac{n}{N} = \text{كسر المعاينة}$$

$$10 = \frac{100}{10} = \frac{n}{N} = k$$

وحدات العينة هي [٣، ١٣، ٢٣،، ٧٢٣]

تطبيق (٨-٤):

في دراسة لأحوال العمال — طلب سحب عينة عشوائية طبقية من ٥٠٠ عامل وقد تقرر اعتبار ان مدة الخدمة ترتبط بهذه الدراسة و تم تقسيم الطبقات على هذا الأساس ، و المطلوب باستخدام البيانات توزيع العينة حسب:
أ — التوزيع المتناسب

ب - التوزيع الأمثل

مدة الخدمة	عدد العمال	الانحراف المعياري
أقل من ٢ سنة	٢٠٠٠	٠,٧
٢-٥	١٠٠٠	١,٤
٥ فأكثر	١٠٠٠	٢,٨

الحل:

توزيع العينة

الطبقة	ن	σ	الأمثل		المتناسب
			ن	σ	
١	٢٠٠٠	٠,٧	٢٥٠	١٤٠٠	١٢٥
٢	١٠٠٠	١,٤	١٢٥	١٤٠٠	١٢٥
٣	١٠٠٠	٢,٨	١٢٥	٢٨٠٠	٢٥٠
	٤٠٠٠		٥٠٠	٥٦٠٠	٥٠٠

الجزء الثانى

وصف البيانات

Discription

الباب الأول : وصف متغير Univariate

الباب الثانى : وصف العلاقة بين متغيرين Bivariate

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات Multivariate

الباب الأول

وصف متغير Univariate

- ٥ الجدول التكراري Frequency Table
- ٦ العرض البياني Graphical Presentation
- ٧ النسب والمعدلات Ratios and Rates
- ٨ المتوسطات Averages
- ٩ مقاييس الموضع Measures of Position
- ١٠ مقاييس التشتت Dispersion
- ١١ مقاييس المركز النسبي Relative Position
- ١٢ مقاييس التغير النسبي (الأرقام القياسية) Index numbers
- ١٣ مقاييس الالتواء Skewness
- ١٤ مقاييس التفرطح Kurtosis
- ١٥ مقاييس التركيز Concentration

فصل ٥: الجدول التكراري

Frequency Table

٥-١ الأهمية

٥-٣ خطوات تكوين الجدول التكراري

٥-٣ التوزيع التكراري المتجمع (الصاعد ، النازل)

٥-٤ التوزيع التكراري النسبي

الفصل الخامس

الجدول التكراري

١-٥ الأهمية :

بعد انتهاء عملية جمع البيانات ، وتسمى بيانات خام حيث تكون في صورة غير معبرة ويصعب استنتاج معلومات منها . ويتم ترتيب هذه البيانات الخام في جدول يسمى الجدول التكراري (التوزيع التكراري) . وفي هذا الجدول يتم توزيع البيانات الخام إلى فئات (مجموعات) بأطوال مناسبة ، ويدون التكرار (عدد الحالات) أمام الفئة المناظرة له . والجدول التكراري له فوائد كثيرة نعرضها بعد التطبيق التالي.

تطبيق (١-٥):

قام باحث بجمع البيانات التالية والموضحة بالجدول (١-٥) والتي تمثل درجات اختبار في مادة الرياضيات لخمسين طالباً . والمطلوب تلخيص هذه البيانات و^٢تنظيمها في صورة جدول تكراري .

جدول (٥-١)

٥٧	٤٢	٥١	٥٥	٧٠
٥٣	٦٣	٤٧	٦٠	٤٥
٥٥	٨٢	٣٩	٦٥	٣٣
٤٢	٦٥	٦١	٥٨	٦٤
٥٥	٤٥	٥٣	٥٢	٥٠
٣٩	٦٣	٥٩	٣٦	٢٥
٦٤	٥٤	٤٩	٤٥	٦٥
٧٨	٥٢	٤١	٤٢	٧٥
٢٦	٤٨	٢٥	٣٥	٣٠
٨٨	٤٦	٥٥	٤٠	٢٠

هذه البيانات الخام لا توضح الكثير عن طبيعة الظاهرة محل الدراسة ، فكم عدد الطلاب الراسبين ؟ كم عدد الطلاب الممتازين ؟ وإذا كانت هذه الدرجات تمثل درجات طلاب أحد الفصول ونود معرفة مستوى هذا الفصل ، هل هو ضعيف ، متوسط ، جيد ، ممتاز وإذا كنا نريد مقارنة هذا الفصل بفصل آخر فكيف تتم المقارنة ؟ لاشك أن هذه البيانات بصورتها الخام أو الأولية لا تساعدنا بسهولة في الإجابة على كل هذه الاستفسارات وغيرها . ولذلك فإننا نقوم بتلخيص هذه البيانات وتنظيمها في صورة جدول تكراري أو (توزيع تكراري) كما هو موضح بالجدول (٥-٢) أدناه .

جدول (٢-٥) التوزيع التكراري

العلامات	التكرار	الفئات
////	٤	٣٠-٢٠
/ ////	٦	٤٠-٣٠
// //// //	١٢	٥٠-٤٠
//// //// //	١٤	٦٠-٥٠
/// ////	٩	٧٠-٦٠
///	٣	٨٠-٧٠
//	٢	٩٠-٨٠
	٥٠	

وفي هذا الجدول تم تقسيم قيمة الظاهرة (الدرجات) إلى فئات ، فالفئة الأولى وهي (٣٠-٢٠) خصصت للدرجات التي تقع بين ٢٠ درجة وتقل عن ٣٠ درجة والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٤ بمعنى أن هناك أربعة طلاب تقع درجاتهم في هذه الفئة . فبالرجوع إلى البيانات الخام بالجدول رقم (١) نجد أن هذه الأربع درجات هي : (٢٥،٢٥،٢٦،٢٠) .

وبالمثل فإن الفئة الثانية (٤٠-٣٠) فإنها خصصت للدرجات التي تقع بين ٣٠ درجة وتقل عن ٤٠ درجة . والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٦ بمعنى أن هناك ستة طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٤٠-٣٠) وبالرجوع إلى الجدول رقم (١) نجد أن هذه الدرجات هي (٢٣،٣٠،٣٩،٣٦،٣٩،٣٣) .

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . لاحظ أن مجموع التكرار ٥٠ وهو عدد المشاهدات (الدرجات) ولسهولة إعداد الجدول التكراري ، جدول (٢) فإننا نقوم أولاً بكتابة الفئات في الخانة المخصصة لذلك (الخانة الأولى) ونقوم بعمل خانة أخرى بسيطة تخصص لعلامات ، حيث نضع علامة (/) لكل درجة أمام الفئة

المناظرة لها وأخيراً نقوم بعد العلامات المدونة أمام كل فئة لتمثل التكرار المناظر للفئة . ولسهولة عد العلامات فإننا نضع كل خمس علامات في صورة حزمة وذلك بوضع العلامة الخامسة بصورة مختلفة كما هو موضح بالجدول .

والجدول التكراري : هو بيان بقيم المتغير مقسمة إلى فئات أو مجموعات مع بيان التكرار بكل فئة .

أهمية الجدول التكراري :

- (١) تلخيص البيانات حيث يتم عرض البيانات في جدول صغير لا يتعدى صفحة واحدة أو أقل من ذلك — مهما كان عدد البيانات التي يتم جمعها حتى لو وصل إلى مئات الآلاف .
- (٢) هذا التلخيص يؤدي إلى إفصاح عن المعلومات بصورة مباشرة وسريعة . ويساعد على ذلك أيضاً ترتيب هذه البيانات . ذلك الإفصاح لا يكون ممكناً بالنظر إلى أعداد كبيرة من القيم متناثرة ومتباعدة وغير مرتبة .
- (٣) إمكان المقارنة بين مجموعتين أو أكثر بعرضها في جدول واحد .
- (٤) يمكن حساب كافة المقاييس الإحصائية من هذا الجدول المختصر ، بدلاً من الرجوع للبيانات الأصلية الكبيرة العدد . وفي ذلك تسهيل كبير لحساب هذه المقاييس .
- (٥) هناك مقاييس إحصائية يلزم لحسابها أن توضع البيانات في جدول تكراري .
- (٦) إمكان عرض الظاهرة محل البحث عرضاً بيانياً .

٥-٢ خطوات تكوين الجدول التكراري

المثال السابق يعطي فكرة عن مفهوم وطبيعة الجدول التكراري (التوزيع التكراري) . ونعرض فيما يلي الخطوات اللازمة لتكوين الجدول التكراري ، وذلك بعد تقديم بعض التعاريف الضرورية .

□ حدود الفئة :

لكل فئة حدان ، الحد الأدنى والحد الأعلى ، الفئة الأولى (٢٠-٣٠) حدها الأدنى هو ٢٠ وحدها الأعلى هو ٣٠ ، والفئة الثانية حدها الأدنى ٣٠ وحدها الأعلى ٤٠ . وهكذا.

□ طول الفئة :

هو الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى للفئة ، أي أن :
طول الفئة = الحد الأعلى - الحد الأدنى

$$\text{فمثلاً : طول الفئة الأولى} = 30 - 20 = 10$$

$$\text{طول الفئة الثانية} = 40 - 30 = 10$$

ويلاحظ في هذا المثال أن طول الفئة موحد وهو ١٠ لكل الفئات . وفي هذه الحالة ، أي حالة تساوي أطوال الفئات يسمى الجدول التكراري أو (التوزيع التكراري) بأنه ذو فئات منتظمة .

□ مركز الفئة :

لكل فئة مركز ، هو القيمة التي تقع في منتصف الفئة ، ويتم تحديدها كما يلي :

مركز الفئة = $\frac{1}{4}$ (الحد الأدنى + الحد الأعلى)

فمثلاً : مركز الفئة الأولى = $\frac{1}{4} = (30+20)$ $\frac{1}{4} = (50)$ $25 =$

مركز الفئة الثانية = $\frac{1}{4} = (40+30)$ $\frac{1}{4} = (70)$ $35 =$

وهكذا .

وتأتي أهمية مركز الفئة في أننا نفترض دائماً أم جميع المشاهدات التي تقع في فئة ما وكأن قيمتها تساوي مركز الفئة . فمثلاً الفئة الأولى (٣٠-٢٠) مركزها ٢٥ ويفترض أن جميع الطلاب الذين وقعوا في الفئة الأولى (تكرارات الفئة الأولى) وعددهم ٤ وكأن كل منهم قد حصل على ٢٥ درجة . وهذا نوع من التقريب لسهولة إجراء التحليلات الإحصائية . وحتى يمكن استخدام الجدول التكراري مباشرة في إجراء هذه التحليلات دون الرجوع إلى البيانات الخام .

خطوات تكوين الجدول التكراري :

- ١- تحديد عدد الفئات .
- ٢- تحديد طول الفئة .
- ٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة .

١- تحديد عدد الفئات :

يتم تحديد عدد الفئات في ضوء الاعتبارين التاليين :

(أ) أن تكون قيم المشاهدات التي تخصص لفئة معينة قريبة بقدر الإمكان من مركز تلك الفئة وذلك حتى نقلل من الخطأ الناتج من

عملية التوبيب. فقد سبق أن ذكرنا أنه يفترض دائماً أن قيم المشاهدات التي تقع في فئة معينة تكون مساوية لمركز هذه الفئة .

(ب) أن يكون عدد الفئات قليلاً بقدر الإمكان لتحقيق عملية تلخيص البيانات ولسهولة إجراء التحليلات الإحصائية .

وعموماً فإن عدد الفئات يعتمد على عدد المشاهدات أو التكرار الكلي . ويمكن الاسترشاد بقاعدة ستورج (Sturge's rule) لتحديد عدد الفئات (م) .

$$م = ٣,٣ + ١ \text{ لو } ن$$

حيث لو ترمز إلى اللوغاريتم المعتاد للأساس ١٠ ، ن ترمز إلى عدد المشاهدات وبالنسبة للقارئ الذي ليس لديه الإلمام باللوغاريتمات فيمكنه الاسترشاد بالجدول التالي وهو تطبيق لقاعدة ستورج (مع التقريب لأقرب رقم صحيح) :

عدد المشاهدات	٣٠	٥٠	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٥٠٠٠	١٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
عدد الفئات	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧

فإذا كان عدد المشاهدات ١٠٠ مثلاً فإن عدد الفئات المناسب يكون ٨ .
ويلاحظ من الجدول أنه إذا ما زاد عدد المشاهدات بدرجة كبيرة فإن الزيادة في عدد الفئات يكون طفيفة ، ونادراً ما يستخدم عدد من الفئات يزيد على ٢٠ .
لاحظ عدد المشاهدات في مثالنا السابق هو ٥٠ ولذلك فإن عدد الفئات المناسب هو ٧ .

٢- تحديد طول الفئة :

يتم تحديد طول الفئة بقسمة المدى العام لقيم المشاهدات ، وهو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ، على عدد الفئات والذي تم تحديده في الخطوة (١) أي أن :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} \quad (٢-٥)$$

وبالتطبيق على مثالنا السابق :

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢٠-٨٨}{٧} = \frac{٦٨}{٧} = ٩,٧$$

وبالتقريب يكون طول الفئة ١٠ .

٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة :

نبدأ بقراءة المشاهدات بالتسلسل ، ثم نضع علامة أمام الفئة المناظرة لكل مشاهدة ، ففي مثالنا السابق نبدأ بالرقم ٧٠ ، هذا الرقم يقع في الفئة (٧٠-٨٠) فنضع علامة (/) أمام الفئة . يلي ذلك الرقم ٥٥ ويقع في الفئة (٥٠-٦٠) فنضع علامة أمام هذه الفئة ، ثم الرقم ٥١ وهكذا حتى الرقم ٨٨ . وبعد ذلك نبدأ في عد العلامات أمام كل فئة ويكون عدد العلامات هذا هو التكرار الحادث بالنسبة للفئة .

طرق كتابة الفئات في الجدول التكراري:

(أ) يلاحظ في الجدول التكراري رقم (٢) أن الفئات كتبت على الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، ٤٠-٥٠ وهكذا . ويعاب على هذه الطريقة أنها قد تؤدي إلى تداخل الفئات . فالرقم ٣٠ مثلاً هل يتبع الفئة الأولى أم الفئة الثانية ؟ ولذا يرى البعض أنه من الأفضل كتابة الفئات على الصورة .

٢٠ إلى أقل من ٣٠

٣٠ إلى أقل من ٤٠

وهكذا .

وبذلك لا يكون هناك تداخلاً بين الفئات . ويلاحظ أن هذا ما اتبعناه عند إعداد الجدول التكراري رقم (٢) . وعليه فإنه للاختصار فإن الفئات سيتم كتابتها على الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، وهكذا على أن يكون مفهوماً أن الفئة الأولى مثلاً وهي ٢٠-٣٠ تعني أنها تشمل المشاهدات من ٢٠ إلى أقل من ٣٠ .

(ب) وهناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك بكتابة الفئات كما يلي :

٢٠- ، ٣٠- ، ٤٠- ، ٥٠- ، ٦٠- ، ٧٠- ، ٨٠- ، ٩٠-

(ج) وهناك طريقة أخرى تشابه ما سبق ولكن تكون فيها الفئات على الصورة :

أكثر من ٢٠-٣٠

من اللازم البحث عن هذه الحدود الحقيقية قبل إجراء التحليل الإحصائي —
وحتى لا يكون هناك فجوات بين الفئات . وفي مثالنا هذا فإن الحدود الحقيقية
للفئات تكون على الصورة :

$$١٩,٥ — ٢٩,٥$$

$$٢٩,٥ — ٣٩,٥$$

$$٣٩,٥ — ٤٩,٥$$

وهكذا .

الفئات غير المنتظمة :

بصفة عامة يفضل عند إعداد الجدول التكراري أن تكون الفئات
منتظمة، بمعنى أن تكون أطوال الفئات متساوية ، إذ أن ذلك سيوفر الكثير من
عبء العمل اللازم عند إجراء التحليلات الإحصائية ، كما سيتضح ذلك فيما
بعد. ومع ذلك فإن هناك بعض الظواهر يصبح معها استخدام الفئات غير
المنتظمة أكثر ملاءمة لعرض الظاهرة . مثال ذلك عند دراسة أعمار حالات
الوفيات من الأطفال الأقل من سنة . حيث يكون عدد الوفيات في اللحظات
الأولى من الولادة كبيراً ثم يقل هذا العدد تدريجياً بزيادة عمر الطفل . وحتى
يكون الجدول التكراري معبراً عن حقيقة هذه الظاهرة فإنه يفضل تخصيص
الفئة الأولى لحالات الوفيات الذين تتراوح أعمارهم بين صفر ويوم واحد والفئة
الثانية من يوم إلى يومين ، ولا يكون من الملائم على أي حال جعل طول الفئة
يوم واحد بطريقة منتظمة ، إذ بذلك يصبح عدد الفئات بقدر عدد أيام السنة .
ولذا فإن طول الفئة يزداد تدريجياً ليصبح عدد الفئات ملائماً . وكذلك فإنه من

دواعي استخدام فئات غير منتظمة ، وجود عدد قليل من القيم المتطرفة ، كما قد نشاهد في توزيع درجات الطلاب ، وتوزيع الأجور ، الدخول .

الفئات المفتوحة :

هي الفئات التي يكون أحد حديها الأعلى أو الأدنى غير محدد . وقد نضطر أحياناً إلى استخدامها في حالة وجود عدد قليل من المشاهدات قيمها متباعدة في أعلى التوزيع أو في أسفله ، وقد نضطر إلى استخدام الفئات المفتوحة أيضاً لعدم إمكان تحديد أحد حدي الفئة . والمثال التالي يوضح حالة الفئات المفتوحة . وهو يمثل أعمار حاملي رخص القيادة .

العمر

أقل من ٢٠

٢٠-٣٠

٣٠-٤٠

٥-٣ التوزيع التكراري المتجمع

في هذا التوزيع يتم تجميع التكرارات على التوالي ، بما يعطى مزيد من الوصف ، ويوجد نوعان أحدهما صاعد ، والآخر نازل ، وفيما يلي عرض لذلك .

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

فأحياناً يكون المطلوب تحديد عدد التكرارات الأقل من قيمة معينة .
ويتضح ذلك من الجدول التالي تطبيقاً للبيانات الواردة بالجدول (٢-٥) .

جدول (٣-٥): التكرار المتجمع الصاعد

التكرار الصاعد	
صفر	أقل من ٢٠
٤	أقل من ٣٠
١٠	أقل من ٤٠
٢٢	أقل من ٥٠
٣٦	أقل من ٦٠
٤٥	أقل من ٧٠
٤٨	أقل من ٨٠
٥٠	أقل من ٩٠

التوزيع التكراري المتجمع النازل:

وهو يوضح عدد التكرارات الأكثر من قيمة معينة . وتطبيقاً للبيانات
الواردة بالجدول رقم (٢-٥) يمكن تصور الجدول التكراري المتجمع النازل
كما يلي :

جدول (٤-٥): التكرار المتجمع النازل

التكرار النازل	
٥٠	من ٢٠ فأكثر
٤٦	من ٣٠ فأكثر
٤٠	من ٤٠ فأكثر
٢٨	من ٥٠ فأكثر
١٤	من ٦٠ فأكثر
٥	من ٧٠ فأكثر
٢	من ٨٠ فأكثر
صفر	من ٩٠ فأكثر

٤-٥ التوزيع التكراري النسبي:

ونحصل عليه بقسمة التكرارات على مجموع التكرارات أي (ن) .
وكما ذكرنا فإن استخدام النسب يؤدي إلى مزيد من الوضوح خاصة لأغراض المقارنات في حالة اختلاف التكرار الكلي . ويمكن عرضها أيضاً كمنسبة مئوية.

تطبيق (٢-٥):

للبائانات الخاصة بدرجات الطلبة والواردة بالتطبيق (١-٥) وضع الجدول التكرار النسبي للتوزيع الأصلي وللتوزيع المتجمع الصاعد .

التوزيع التكراري النسبي

التكرار الأصلي	التكرار المساعد	
٠,٠٨	٠,٠٨	٣٠-٢٠
٠,١٢	٠,٢٠	٤٠-٣٠
٠,٢٤	٠,٤٤	٥٠-٤٠
٠,٢٨	٠,٧٢	٦٠-٥٠
٠,١٨	٠,٩٠	٧٠-٦٠
٠,٠٦	٠,٩٦	٨٠-٧٠
٠,٠٤	١,٠٠	٩٠-٨٠
١,٠		

لأغراض المقارنة بين الحالة التعليمية للسكان في مجتمعين تم تحويل التوزيع التكراري (الجدول على اليمين) إلى توزيع تكراري نسبي (الجدول على اليسار) .

التوزيع التكراري النسبي		الحالة التعليمية (ألف)		
(ب)	(أ)	المجتمع (ب)	المجتمع (أ)	
٠,٢١٠	٠,٣٠٠	٢٥٠٢	١٣٧٧	أمي
٠,٢٠٠	٠,٢٤٠	٢٣٨١	١١٠١	يقرأ ويكتب
٠,١٩٠	٠,٢٢٠	٢٢٦١	١٠٠٩	ابتدائية
٠,١٨٠	٠,١٢٠	٢١٤١	٥٥٠	إعدادية
٠,١٧٥	٠,١٠٠	٢٠٨٣	٤٥٩	ثانوية
٠,٠٣٥	٠,٠١٥٢	٤١٧	٦٩	جامعية
٠,٠١٠	٠,٠٠٥	١١٩	٢٣	شهادات عليا
١	١	١١٩٠٤	٤٥٨٩	

تطبيق (٥ - ٣):

البيانات التالية يمثل عدد الكتب المستعارة في اليوم من إحدى المكتبات العامة خلال شهر . والمطلوب إعداد توزيع تكراري لعدد الكتب المستعارة في اليوم على أساس خمس فئات منتظمة — مع بيان التوزيع التكراري المتجمع الصاعد .

٨٧	١٠٨	٩٣	٢٨	٧٠	٤٠
٦٩	٧١	١٥	٥٢	٢٦	٦٣
٨٣	٥٧	٤٥	٧٣	١٠	٦١
٦٧	٧٨	٩٥	١٠٠	١٠٦	٤٨
٨٠	٤٠	١٠٥	٧٥	٦٥	٣٠

الحل :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٢٠ - ٨٨}{٧} = \frac{٦٨}{٧} = ٩.٧ \text{ تقريباً}$$

وبتوسيط العلامات يمكن إعداد التوزيع التكراري كما هو موضح

فيما يلي :

عدد الكتب	التكرار	التوزيع الصاعد
٣٠-١٠	٤	٤
٥٠-٣٠	٥	٩
٧٠-٥٠	٧	١٦
٩٠-٧٠	٨	٢٤
١١٠-٩٠	٦	٣٠

تطبيق (٤-٥):

الآتي بيان بعدد حوادث السيارات في إحدى المدن والمطلوب إعداد توزيع تكراري يكون فيه طول الفئة يساوي خمسة .

١٦	٢٢	٢٧	٢٦	١٠	٥
٢٧	٦	٢٢	٢٠	٢١	١٢
١٧	١٦	٢٨	٢٢	١٧	١٠
٢٤	٢٩	١٨	٢١	٩	٢١
٣٣	٣٤	٢٦	١٤	١٨	١٣

الفئات	١٠-٥	١٥-١٠	٢٠-١٥	٢٥-٢٠	٣٠-٢٥	٣٥-٣٠
التكرار	٣	٥	٦	٨	٦	٢

تطبيق (٥-٥):

البيان التالي يمثل عدد سنوات الخدمة لثلاثين عاملاً بإحدى الشركات ، والمطلوب إعداد توزيع تكراري على أساس خمسة فئات منتظمة .

٣	٦	٨	٢	٦	٨
٩	٥	٤	٦	١١	٤
٥	٧	١١	٨	٤	٢
٥	١٠	٥	٩	٦	١١
٧	٣	٧	٦	٣	٢

الحل:

الفئات	٤-٢	٦-٤	٨-٦	١٠-٨	١٢-١٠
التكرار	٦	٧	٨	٥	٤

تطبيق (٥ - ٦):

في دراسة لتقييم إحدى المكتبات ، تم سحب عينة من المجموعة المكتبية ، وسجل عدد النسخ لكل كتاب كما هو موضح أدناه والمطلوب إعداد توزيع تكراري لعدد النسخ .

٦	١٠	١	٢	٧	٢	١٤	١١
١	١	٢	١٨	٢	٥	١	٣
٨	١	٤	٣	٩	٣	٦	٨
٣	١٥	٣	٥	١	١٢	٢	١

الحل:

عدد الفئات المناسب حسب قاعدة ستورج هو ستة .

$$\text{طول الفئة} = \frac{1-18}{6} = 2,83 \approx 3$$

عدد النسخ	٤-١	٧-٤	١٠-٧	١٣-١٠	١٦-١٣	١٩-١٦
التكرار	١٧	٥	٤	٣	٢	١

فصل ٦: العرض البياني

Graphical Presentation

٦-١ الأهمية

٦-٢ العرض البياني للمتغيرات الكيفية

٦-٣ العرض البياني للمتغيرات الكمية

٦-٣-١ المدرج التكراري

٦-٣-٢ المضلع التكراري

٦-٣-٣ المنحنى التكراري

٦-٣-٤ المضلع التكراري المتجمع (الصاعد ، النازل)

٦-٣-٥ المنحنى التكراري المتجمع (الصاعد ، النازل)

٦-٤ قواعد العرض البياني

٦-٥ تطبيقات متنوعة

الفصل السادس

العرض البياني

٦-١ الأهمية :

إن تلخيص وتنظيم البيانات في صورة جداول تكرارية يعطي تصوراً في سبيل وصف طبيعة التوزيع التكراري . والعرض البياني يُعد وسيلة أخرى مساعدة في هذا الصدد .

أهمية العرض البياني :

- (١) الإفصاح عن خصائص الظاهرة بصورة سريعة وأحياناً بمجرد النظر وبدون الدخول في الأرقام وتفصيلاتها .
- (٢) إمكان إجراء المقارنات بين التوزيعات المختلفة .
- (٣) استخلاص بعض المؤشرات الإحصائية عن التوزيع ودون استخدام الصيغ الرياضية .
- (٤) يُعد العرض البياني تمهيداً أساسياً لتوفيق صيغة رياضية لوصف التوزيع التكراري .

٦-٢ العرض البياني للمتغيرات الكيفية

تختلف أساليب العرض البياني تبعاً لمستوى قياس المتغيرات ، وفيما يلي أساليب عرض المتغيرات الكيفية (اسمية — ترتيبية) . على أنه في المتغيرات

الترتيبية يمكن استثمار المعلومات الإضافية ، مثلاً ، يتم ترتيب المتغير ترتيباً تصاعدياً .

(١) الأعمدة البيانية Bar Chart

يخصص عمود (رأسي غالباً) لكل فئة بحيث يتناسب ارتفاع العمود مع التكرار بالفئة . وإذا ما اتخذنا وحدة القياس لتعبر عن عرض كل عمود فإن مساحة كل عمود يمكن استخدامها لتعبر عن تكرار الفئة ، وتكون المساحة الكلية للأعمدة ممثلة للتكرار الكلي . ويلاحظ أنه طالما أن المتغير اسمي فإن الترتيب لا يكون له معنى ، كما أن الأعمدة لا تكون متلاصقة تمثيلاً مع كون المتغير غير مستمر .

(٢) الدائرة البيانية Pie (Circle) Chart

تقسم مساحة الدائرة على الفئات بحيث تتناسب المساحة مع التكرار ، ويتم ذلك بتقسيم عدد الدرجات في الدائرة وقدرها ٣٦٠ إلى عدد من الزوايا بحيث تتناسب درجات الزاوية مع التكرار بالفئة . وتستخدم الصيغة التالية :
زاوية الفئة = ٣٦٠ × التكرار النسبي للفئة .

$$ز = \frac{ك}{ن} \times ٣٦٠$$

تطبيق (٦-١):

البيان التالي يوضح كمية المبيعات في مناطق التسويق المختلفة لإحدى

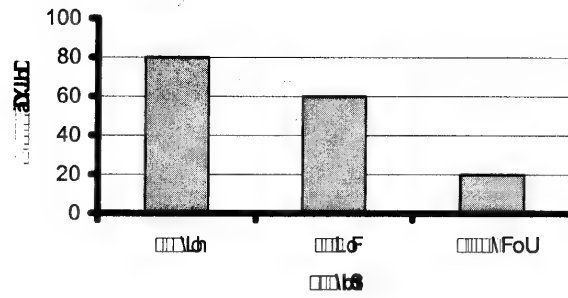
الشركات والمطلوب إعداد العرض البياني لها باستخدام :

(أ) الأعمدة البيانية

(ب) الدائرة البيانية

المنطقة	كمية المبيعات
القاهرة	٨٠
الجيزة	٦٠
الإسكندرية	٢٠

(أ) الأعمدة البيانية :



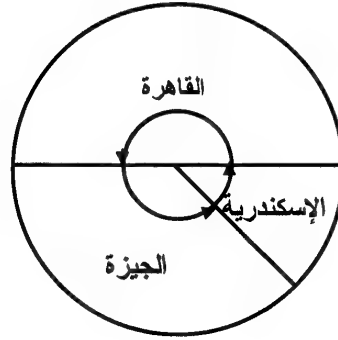
(ب) الدائرة البيانية :

نحدد مقدار الزاوية لكل منطقة :

$$\text{القاهرة} = \frac{80}{160} \times 360 = 180$$

$$\text{الجيزة} = \frac{60}{160} \times 360 = 135$$

$$\text{الإسكندرية} = \frac{20}{160} \times 360 = 45$$



شكل

تطبيق (٦ - ٢) :

التوزيع التكراري التالي يعرض أرصدة المدينين في إحدى الشركات
(ألف دولار) .

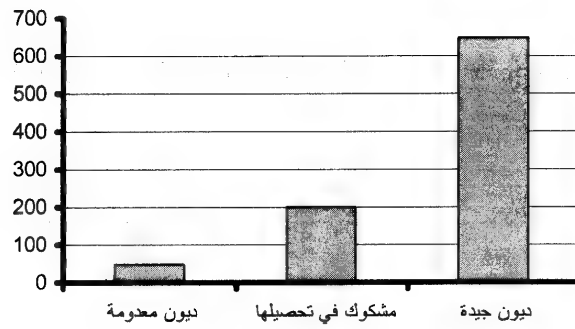
المبلغ	الديون
٥٠	معدومة
٢٠٠	مشكوك في تحصيلها
٦٥٠	جيدة

والمطلوب إعداد عرض بياني لهذه البيانات باستخدام :

(أ) الأعمدة البيانية .

(ب) الدائرة البيانية .

(أ) الأعمدة البيانية :

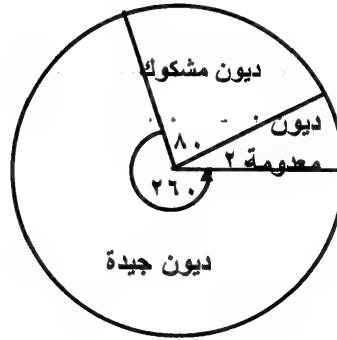


(ب) نحدد مقدار الزاوية لكل فئة :

$$\text{الديون المعدومة} = \frac{٥٠}{٩٠٠} \times ٣٦٠ = ٢٠$$

$$\text{الديون المشكوك في تحصيلها} = \frac{٢٠٠}{٩٠٠} \times ٣٦٠ = ٨٠$$

$$\text{الديون الجيدة} = \frac{60}{90} \times 360 = 240$$



٦-٣ العرض البياني للمتغيرات الكمية :

فيما يلي طرق عرض المتغيرات الكمية :

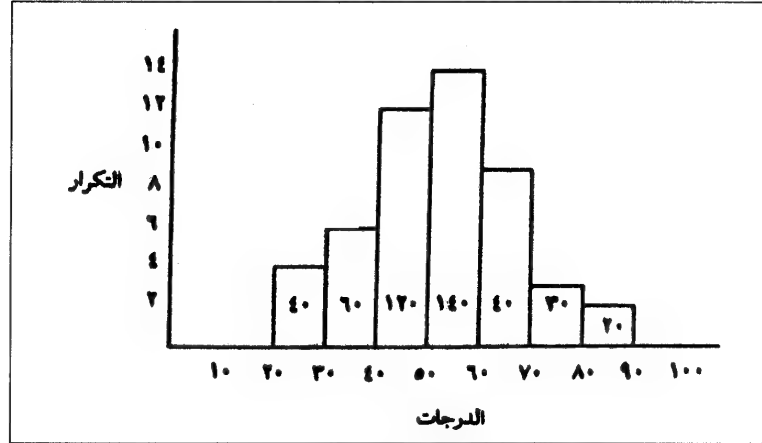
- ١- المدرج التكراري .
- ٢- المضلع التكراري .
- ٣- المنحنى التكراري .
- ٤- المضلع التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) .
- ٥- المنحنى التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) .

١-٣-٦ المدرج التكراري:

المدرج التكراري عبارة عن مستطيلات متجاورة - يخصص كل مستطيل منها لإحدى الفئات ، بحيث تتناسب مساحة المستطيلات مع تكرارات الفئات . ويتضح ذلك من الشكل التالي ، حيث يعرض التوزيع التكراري الموضح بالجدول رقم (٢) . ويلاحظ أن المحور الأفقي يخصص للفئات والمحور الرأسي للتكرارات .

تطبيق (٣-٦)

ارسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (١-٥)



رسم المدرج في حالة الفئات غير المنتظمة:

لاحظ أن التكرارات تتناسب مع مساحات المستطيلات وهي الموضحة داخل المستطيلات ، حيث أن الفئات بالجدول التكراري منتظمة - فإذا ما

كانت الفئات غير منتظمة فإنه لا يصح استخدام التكرارات الأصلية كارتفاعات للمستطيلات ، ويستخدم بدلاً منها التكرارات المعدلة والتي يتم الحصول عليها بقسمة التكرار الأصلي بكل فئة على طول الفئة المناظرة ، ويمكن توضيح ذلك في التطبيق التالي .

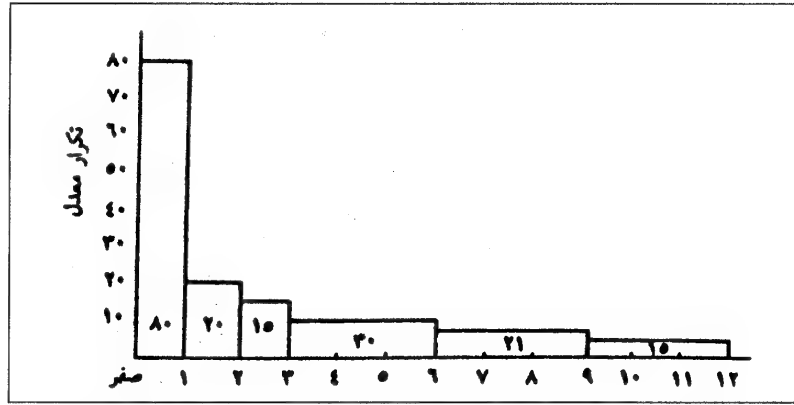
تطبيق (٦-٤):

مطلوب رسم المدرج التكرارى للتوزيع التالى والذي يمثل أعمار الوفيات من الأطفال الأقل من سنة في إحدى الدول عام (١٩١٧) .

الحل :

لاحظ أن الفئات غير منتظمة ، مما يستلزم تعديل التكرارات لغرض رسم المدرج التكرارى . في الخانة الثالثة ، تم حساب طول كل فئة وفي الخانة الرابعة تم حساب التكرار المعدل وذلك بقسمة التكرار بكل فئة على طول الفئة المناظرة .

العمر بالشهر	التكرار (ألف)	طول الفئة	التكرار المعدل
١-صفر	٨٠	١	٨٠
١-٢	٢٠	١	٢٠
٢-٣	١٥	١	١٥
٣-٦	٣٠	٣	١٠
٦-٩	٢١	٣	٧
٩-١٢	١٥	٣	٥
	١٨١		

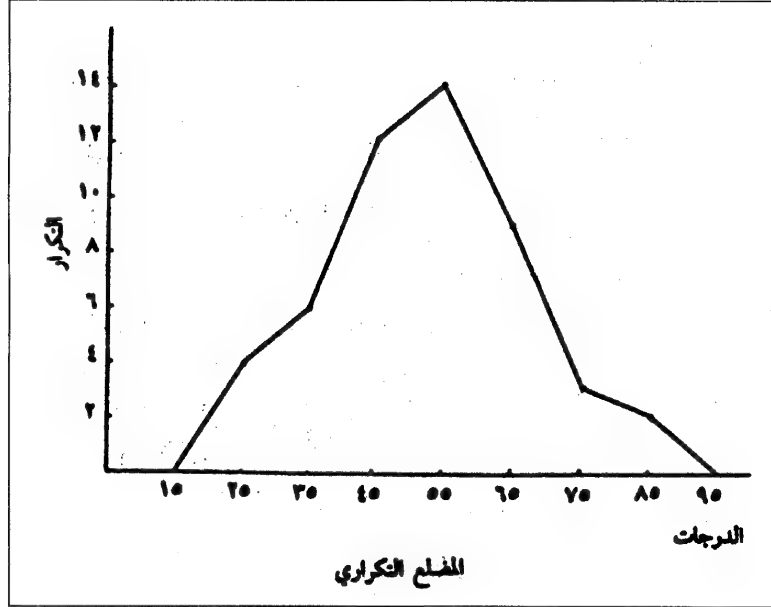


ويلاحظ أنه باستخدام التكرارات المعدلة كارتفاعات للمستطيلات فإن مساحة المستطيلات تتناسب مع التكرارات .

٢-٣-٦ المضلع التكراري :

وهو وسيلة أخرى لعرض التوزيع التكراري ، ويمتاز عن المدرج التكراري في أنه يمكننا من مقارنة بين أكثر من توزيع تكراري ، وذلك برسمها في شكل واحد . ويتم رسم المضلع التكراري بحيث يخصص المحور الأفقي لمراكز الفئات والمحور السيني للتكرارات ، ثم نضع نقطة فوق مركز كل فئة وبارتفاع يناظر التكرار المقابل للفئة . ويراعى عند رسم المضلع التكراري توصيل النقاط المذكورة بخطوط مستقيمة ومده ليلاصق المحور الأفقي من الطرفين ، وذلك بافتراض فئتين وهميتين تكرر كل منهما صفراً .

هذا ويمكن رسم المضلع التكراري مع المدرج التكراري في شكل واحد، وذلك بوضع النقاط عند منتصف القواعد العلوية للمستطيلات .
ويلاحظ أن مساحة المدرج التكراري تساوي تماماً المساحة تحت المضلع التكراري في حالة ما إذا كانت الفئات منتظمة . والشكل التالي يوضح المضلع التكراري للتوزيع التكراري الوارد بالجدول رقم (٢-٥) .



٦-٣-٣ المنحنى التكراري:

فكرته مشابهة للمضلع التكراري ، ويتم رسمه بنفس الطريقة ، غير أن النقاط يتم توصيلها باليد ، بحيث نحصل على منحنى ممهد لا توجد به انكسارات أو تغيرات فجائية كما في حالة المضلع التكراري . وعند رسم المنحنى التكراري يلاحظ أنه ليس من الضروري أن يمر على جميع النقاط.

أنواع المنحنيات التكرارية :

يختلف شكل المنحنى التكراري باختلاف البيانات ، ولأغراض الدراسة العلمية ، يتم تصنيف المنحنيات تبعاً لعدة عوامل نعرض أكثرها شيوعاً .

(أ) الانتواء :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى منحنيات ملتوية ومنحنيات منمالة.

(ب) التفرطح :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى مفرطحة ومذبذبة .

(ج) الصيغة الرياضية :

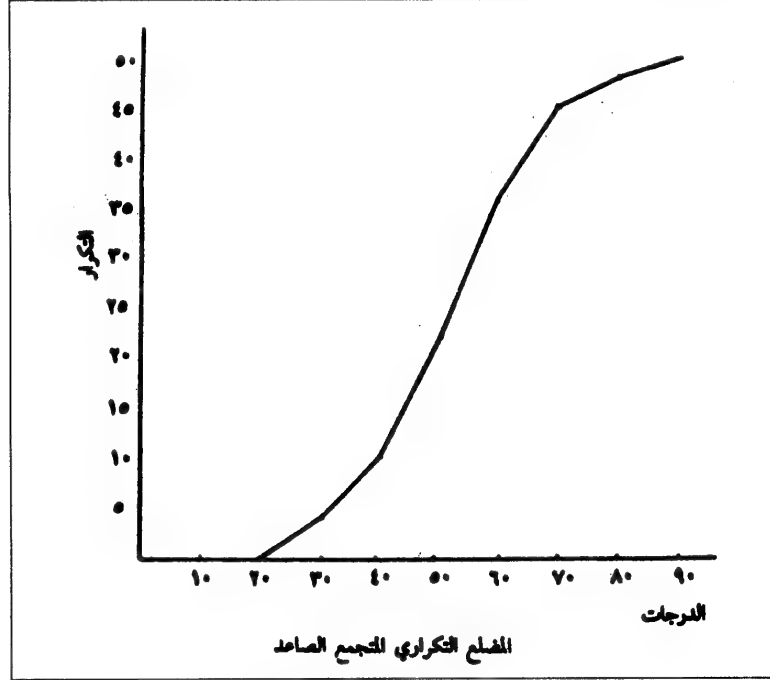
ومن هذه الناحية يتم تقسيم المنحنيات التكرارية إلى مجموعات أهمها التوزيع الطبيعي Normal Distribution وتوزيع ت. T-dist. وتوزيع ف- F-dist. وتوزيع كا^٢ Chi-square dist. . هذه التوزيعات وغيرها معروضة تفصيلاً في الفصل العشرون

٦-٣-٤ المضلع التكراري المتجمع :

يستخدم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) لتمثيل التكرار
المتجمع الصاعد (النازل) بيانياً .

تطبيق (٥-٦):

إرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد للبيانات الواردة بالجدول رقم
(٣-٥)



ومن هذا الشكل يمكن بسهولة الحصول على عدد الطلاب الحاصلين

على درجات أقل من درجة معينة (تحدد على المحور الأفقي) ، وذلك بالنظر إلى التكرار المناظر على المحور الرأسي .

٥-٣-٦ المنحنى التكراري المتجمع:

يتم رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد (النازل) بنفس طريقة رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) ، بخلاف أن النقاط يتم توصيلها باليد وليس بخطوط مستقيمة ، وبهذا نحصل على منحنى ممهد لا توجد به تغيرات فجائية .

٤-٦ قواعد العرض البياني:

- ١- المحور الرأسي يبدأ من الصفر . أما المحور الأفقي فذلك ليس ضرورياً .
 - ٢- هناك اتفاق بين الإحصائيين على أن تكون نسبة ارتفاع المحور الرأسي إلى المحور الأفقي $\frac{3}{4}$ تقريباً .
- عند رسم المضلع أو (المنحنى) التكراري المتجمع الصاعد ، يفضل أن يصنع في المتوسط زاوية قدرها من 40° إلى 50° مع المحور الأفقي .

٥-٦ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (٦-٦):

البيان التالي يوضح أعمار المستخدمين بإحدى الشركات :

٣	٣	٣	٣	٢	٣	٢	٣	٢	٣
٠	٧	٩	٦	٥	٥	٦	٤	٧	٥
٢	٤	٢	٤	٤	٣	٣	٣	٣	٤
٦	٤	٥	٥	١	٧	٩	٦	٢	٠
٣	٣	٣	٣	٥	٤	٥	٣	٤	٣
٥	٩	٠	٧	٧	٢	٣	٦	٤	٢
٥	٣	٣	٤	٢	٥	٣	٤	٢	٤
١	٤	٢	٩	٨	٤	٣	٨	٨	٧
٢	٤	٣	٥	٣	٤	٣	٣	٣	٣
٩	٣	٧	٨	١	٣	٦	٨	٠	٥

والمطلوب :

- ١- توزيع الأعمار في جدول تكراري .
- ٢- رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري في شكل واحد .
- ٣- رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد .

الحل :

١- الجدول التكراري :

(أ) حيث أن عدد المشاهدات ٥٠ فإن عدد الفئات المناسب هو ٧ وذلك بالاسترشاد بقاعدة ستورج .

$$(ب) \quad \text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}}$$

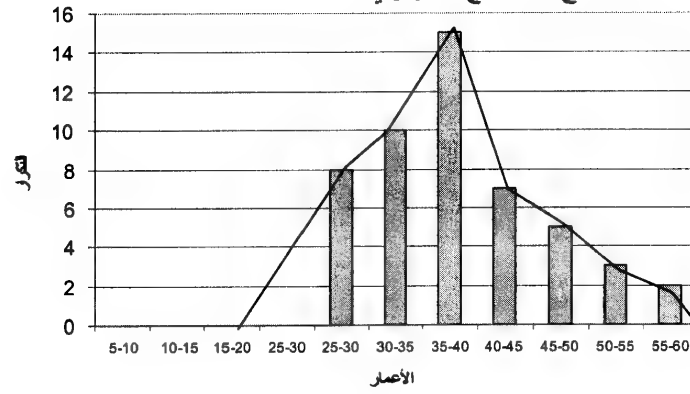
$$h = \frac{33}{7} = \frac{25-58}{7} = \text{طول الفئة}$$

مع التقريب لأقرب رقم صحيح

التوزيع التكراري لأعمار المستخدمين

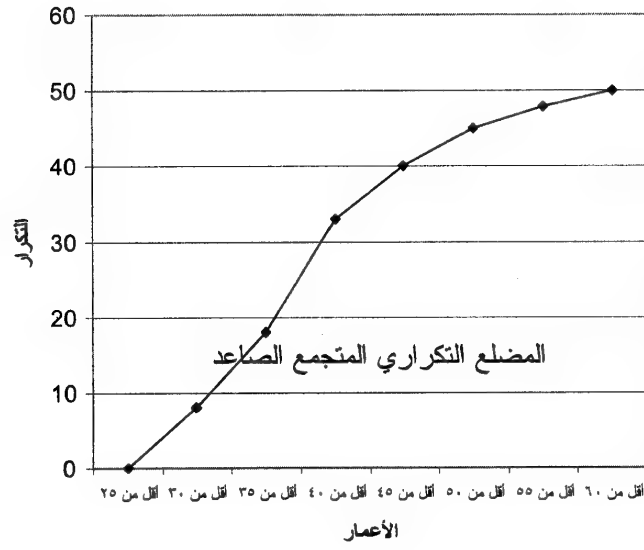
التكرار	العلامات	الفئات
٨	/// //	٣٠-٢٥
١٠	//// //	٣٥-٣٠
١٥	//// //	٤٠-٣٥
٧	// //	٤٥-٤٠
٥	////	٥٠-٤٥
٣	///	٥٥-٥٠
٢	//	٦٠-٥٥
٥٠		

٢- المدرج والمضلع التكراري :



٣- لرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، نوجد أولاً التكرار المتجمع الصاعد ، كما يلي :

التكرار الصاعد	
صفر	أقل من ٢٥
٨	أقل من ٣٠
١٨	أقل من ٣٥
٣٣	أقل من ٤٠
٤٠	أقل من ٤٥
٤٥	أقل من ٥٠
٤٨	أقل من ٥٥
٥٠	أقل من ٦٠



فصل ٧: النسب والمعدلات

Ratios and Rates

١-٧ الأهمية

٢-٧ النسب

٣-٧ المعدلات

٤-٧ المعدلات المعيارية

الفصل السابع

النسب والمعدلات

٧-١ الأهمية:

تستخدم النسب والمعدلات كثيرا بغرض تحقيق مزيدا من الإيضاح والإفصاح عن طبيعة الظاهرة محل البحث ، كما تستخدم لتسهيل إجراء المقارنات بين الظواهر .

٧-٢ النسب Ratios

وتعرف النسبة لعدد ما وليكن س إلى عدد آخر ص علي أنها خارج قسمة س علي ص . وقد يتم عرضها أحيانا كنسبة مئوية .
وللنسبة تطبيقات كثيرة ومن الأمثلة علي ذلك :

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times 100$$

$$\text{نسبة الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة بالكيلو متر أو الميل المربع}}$$

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times 100$$

وهناك نوع خاص من النسب ، حيث تكون س جزء من ص ، مثل نسبة عدد الطلاب الناجحين بالثانوية العامة ، والرقم س/ص هنا يطلق عليه نسبة proportion ، مثال ذلك أيضا نسبة البطالة ، نسبة الأمية ، نسبة الذكور ، نسبة الأجانب من العاملين ، نسبة المدخنين .. الخ .

نسبة التغير :

وهي نوع من النسب يعتمد علي الزمن وتعرف نسبة التغير بأنها النسبة بين مقدار التغير خلال زمنين إلى المقدار في البداية ، وتكون النسبة موجبة في حالة الزيادة وسالبة في حالة النقص .

$$ق = \frac{س_2 - س_1}{س_1} \times 100 \quad (١-٧)$$

حيث ق نسبة التغير ، س_١ المقدار في الزمن الأول ، س_٢ المقدار في الزمن الثاني

تطبيق (١-٧):

مدينة عدد سكانها ٣٧٨ ألف عام ١٩٧٥ أصبح عددها ٥٢٥ ألف عام ١٩٨٥ ، ما هي نسبة الزيادة .

$$\text{نسبة الزيادة} = (378 - 525) / 378 = 0,39$$

٧-٣ المعدلات Rates

وهناك نوع آخر من النسب ويعد من المؤشرات الهامة وهو ما يطلق عليه المعدل حيث أن النسبة في حد ذاتها قد تكون رقم كسري صغير جدا ، ولذا يتم ضربها في رقم ثابت يتفق عليه وغالبا ما يكون ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠ حسب الأحوال ، وغالبا ما يستخدم لعرض معدل التغير في وحدة الوقت ، ومن أمثلة المعدلات المعرفة :

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

معدل انتشار مرض معين في لحظة معينة the point prevalence .

$$= \frac{\text{عدد المرضى بهذا المرض في تلك اللحظة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في تلك اللحظة}} \times 100$$

معدل حدوث المرض incidence rate in

$$= \frac{\text{عدد المصابين بالمرض أثناء السنة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في منتصف السنة}} \times 100$$

٧-٤ المعدلات المعيارية

المعيارية هي إحدى الأساليب التي تستخدم لإلغاء الآثار المتواجدة في البيانات بفعل بعض العوامل والتغيرات الغير مرغوب فيها .

والمعدلات المعيارية تعد من الأساليب الهامة للوصف خاصة لأغراض المقارنات فمثلا معدل الوفيات الخام لا يعد كافيا لغرض المقارنات سواء بين المجتمعات المختلفة أو بين فترات مختلفة للمجتمع نفسه وذلك بسبب اختلاف البناء السكاني . ان توزيع السكان حسب العمر مثلا يؤثر على معدل الوفيات الخام ، فهذا المعدل يبدو كبيرا اذا كان المجتمع يحوى نسبة كبيرة من المسنين ، حيث تزداد معدلات الوفاة في هذه الفئة . وبالعكس فان معدل الوفيات الخام يبدو قليلا اذا كان المجتمع يحوى نسبة عالية من الاطفال والشباب ، حيث تقل معدلات الوفيات في تلك الفئات .

وعلى ذلك يفضل ، خاصة لأغراض المقارنات حساب معدلات الوفيات بعد استبعاد اثر التركيب العمرى . وهذا هو مايتبع غالبا حيث يتم تعديل معدلات الوفيات او معيارتها ، لاستبعاد اثر العوامل المؤثرة مثل العمر والجنس و السلالة ،..... الخ

وهناك عدة طرق تستخدم فى تعديل او معايرة المعدلات ، ومن اكثرها شيوعا طريقة المعايرة المباشرة Direct standardisation . فى هذه الطريقة يتم اختيار مجتمع معيارى Standard population يتم على اساسه

الحساب . وهذا المجتمع المعياري قد يكون احد المجتمعات محل المقارنة او المتوسط الحسابي لتوزيعها او مجتمع اخر بعيد عن هذه المجتمعات . فمثلا عند مقارنة بين عدة محافظات يمكن اخذ مجتمع السكان بالدولة كمجتمع معياري . ويتم حساب العدد المعياري (م) باستخدام المتوسط الحسابي المرجح كما فى الصيغة العامة التالية :

$$م = \frac{\text{مج س و}}{\text{مج و}} \quad (٧-٢)$$

حيث س المعدل الخاص بالفئة ، و التكرار النسبي للفئة بالمجتمع المعياري

تطبيق (٧-٢):

البيان التالي يعرض ثلاثة توزيعات حسب العمر وهي : توزيع الوفيات وتوزيع السكان الفعلي وتوزيع السكان المعياري والمطلوب إيجاد : معدل الوفيات الخام، ومعدل الوفيات المعياري

فئات العمر	عدد الوفيات	حجم السكان	المجتمع المعياري
٠-٢٠	٢٤	٣٠٠٠	٣٢٠
٢٠-٤٠	١٢	٤٠٠٠	٢٦٠
٤٠-٦٠	٥٢	٤٠٠٠	٢٤٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	١٨٠

الحل :

الفئات	عدد الوفيات	حجم السكان	س	و	س و
٢٠-٠	٢٤	٣٠٠٠	٨	٣٢٠	٢٥٦٠
٤٠-٢٠	١٢	٤٠٠٠	٣	٢٦٠	٧٨٠
٦٠-٤٠	٥٢	٤٠٠٠	١٣	٢٤٠	٣١٢٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	٨٠	١٨٠	١٤٤٠٠
	٢٤٨	١٣٠٠٠		١٠٠٠	٢٠٨٦٠

$$\text{معدل الوفيات الخام} = \frac{٢٤٨ \times ١٠٠٠}{١٣٠٠٠} = ١٩$$

$$\text{معدل الوفيات المعياري} = \frac{١٠٠٠}{٢٠٨٦٠} = ٢٠,٩$$

الفصل الثامن: المتوسطات

Averages

٨-١ الأهمية

٨-٢ المتوسط الحسابي

٨-٣ المتوسط الحسابي المرجح

٨-٤ المتوسط الهندسي

٨-٥ الوسيط

٨-٦ المنوال

٨-٧ العلاقة بين المتوسطات

٨-٨ تطبيقات متنوعة

الفصل الثامن

المتوسطات Averages

وصف المتغيرات يتم من خلال عدد كبير من الأساليب الإحصائية ، عرضنا منها التوزيع التكراري (الجدول التكراري) والعرض البياني والنسب والمعدلات ، وأوضحنا أهمية ودور كل منهما في عملية الوصف . وإستكمالاً لعملية الوصف نعرض في هذا الفصل أسلوباً آخر من الأساليب الهامة ، وهي المتوسطات (مقاييس النزعة المركزية)

٨-١ الأهمية:

من المفيد وصف البيانات بمجموعة من الأرقام تلخصها وتوضح فحواها وخصائصها . من أهم هذه المقاييس أو المؤشرات مقاييس النزعة المركزية أو (المتوسطات) Averages . يلاحظ بصفة عامة ، أن المشاهدات أو قيم الظاهرة تميل إلى التركز أو (هناك نزعة نحو تركزها) عند قيم معينة في مركز التوزيع التكراري . وهناك عدة أنواع من هذه المتوسطات نعرض منها أكثرها شيوعاً وتطبيقاً : المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

ويستخدم المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية والوسيط للمتغيرات الترتيبية والمنوال للمتغيرات الاسمية^١ .

1 راجع مستويات القياس بالقسم ١-٣-١

والغرض من هذه المقاييس هو وصف المجموعة برقم واحد يمثلها فهو يعبر عن مزيد من الوصف والتلخيص . ويفيد هذا الرقم المتوسط في المقارنات المستعرضة أو الآتية بين عدة مجموعات أو مجتمعات . كما يفيد في المقارنات التاريخية أو الطولية بما يمكن من وصف التغير أو التطور في الظاهرة عبر الزمن . هذا يعد الأساس لتحقيق فوائد كبرى للعلم والبحث العلمى .

٨-٢ المتوسط الحسابي : Arithmetic Mean

يعتبر المتوسط أو (الوسط) الحسابي أهم مقاييس النزعة المركزية أو أكثرها استخداماً . كما أنه يسهل حسابه . والوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو ناتج قسمة مجموع هذه القيم على عددها . فإذا كان لدينا متغير يأخذ القيم ٣ ، ٤ ، ٥ فإن : المتوسط الحسابي = $12 / 3 = 4$

وبصفة عامة فإنه إذا ما رمزنا للمتغير بالرمز (س) وقيمته بالرموز (س_١) ، (س_٢) ، (س_٣) ، ، ، ، (س_ن) ، متوسطه الحسابي بالرمز (س̄) ، فإنه يمكن كتابة طريقة احتساب المتوسط الحسابي بالصيغة التالية :

$$\bar{s} = \frac{\text{مجم س}}{ن} \quad (٨-١)$$

حيث (مجم س) تعني مجموع قيم (س) ، أى : س_١ + س_٢ + ... + س_ن ،
ن عدد القيم

تطبيق (١-٨):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في التطبيق (١-٥) .

علينا إيجاد مجموع الدرجات كلها تم قسمتها على ٥٠ وهو عدد الدرجات .

$$\text{المتوسط الحسابي} = 2600 / 50 = 52 \text{ درجة .}$$

خصائص المتوسط الحسابي :

١- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، أي أن :

$$\text{محد} (\bar{x} - x) = \text{صفر}$$

ففي المثال السابق كان الوسط الحسابي $\bar{x} = 4$ وعليه تكون انحرافات القيم عن وسطها الحسابي هي (٣-٤) ، (٤-٤) ، (٥-٤) أي تساوي -١ ، صفر ، ١ وواضح أن مجموع هذه الانحرافات يساوي صفراً .

٢- إذا كانت $\bar{x} = d + a$ حيث a ثابت فإن : (٨-٢)

$$\bar{x} = d + a$$

٣- إذا كانت $\bar{x} = l + d$ حيث l ثابت فإن : (٨-٣)

$$\bar{x} = l + d$$

٤- إذا كانت $s = l + d + a$ حيث a ، l ثوابت فإن : (٨-٤)

$$\bar{s} = \bar{l} + \bar{a}$$

وتفيدنا الخصائص السابقة في تسهيل احتساب المتوسط الحسابي فبدلاً من إيجاد المتوسط الحسابي للمتغير (س) مباشرة ، نقوم بتحويله إلى متغير آخر (د) يمكن إيجاد متوسطه الحسابي (\bar{d}) بسهولة . وبعد ذلك نستخدم العلاقات الموضحة بعاليه لإيجاد المتوسط الحسابي (\bar{s}) للمتغير الأصلي (س). ويظهر ذلك واضحاً عند إيجاد المتوسط الحسابي في حالة القيمة المبوبة في جدول تكراري .

إيجاد المتوسط الحسابي للقيم المبوبة:

(أ) الطريقة المباشرة Direct Method

الطريقة المباشرة Direct Method هي الطريقة العامة والتي تستخدم في كل الحالات بدون شروط ، ويمكن توضيحها بالتطبيق التالي.

تطبيق (٨-٢):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في الجدول التكراري للتطبيق (٥-١) .

يلاحظ أن الفئة الأولى تكرارها (٤) أي أن هناك ٤ طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٢٠-٣٠) . وقد سبق أن ذكرنا أنه يفترض أن كل درجة من هذه الدرجات الأربع تساوي تماماً مركز الفئة وهي (٢٥) . ولذا نستطيع

القول أن مجموع الدرجات الأربع يساوي (١٠٠) أي حاصل ضرب التكرار في مركز الفئة . وبالمثل إذا ما انتقلنا إلى الفئة الثانية (٣٠-٤٠) ، فإن مجموع درجات الست طلاب هو $210 = 35 \times 6$ درجة ، وهكذا . ويتضح ذلك من الجدول التالي .

فإذا ما رمزنا لمركز الفئة بالرمز (س) وللتكرار بالرمز (ك) فإن :

$$\bar{S} = \frac{\text{مجم س ك}}{N} \quad (٨ - ٥)$$

حيث N = محـ ك ، مجموع التكرارات (عدد القيم)

$$\bar{S} = \frac{2600}{50} = 52 \text{ درجة}$$

الدرجات	التكرار (ك)	مركز الفئة (س)	التكرار × مركز الفئة (ك س)
٣٠-٢٠	٤	٢٥	١٠٠
٤٠-٣٠	٦	٣٥	٢١٠
٥٠-٤٠	١٢	٤٥	٥٤٠
٦٠-٥٠	١٤	٥٥	٧٧٠
٧٠-٦٠	٩	٦٥	٥٨٥
٨٠-٧٠	٣	٧٥	٢٢٥
٩٠-٨٠	٢	٨٥	١٧٠
	٥٠		٢٦٠٠

(ب) الطريقة المختصرة Short Cut Method

وتعتمد هذه الطريقة على الخاصية رقم (٢) للوسط الحسابي والتي سبق ذكرها حيث يتم تحويل المتغير (س) إلى متغير آخر (د = س - أ) .

تطبيق (٣-٨):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في الجدول التكراري للتطبيق (١-٥) ، باستخدام الطريقة المختصرة .

الحل :

قيمة (أ) الملائمة هنا هي إحدى مراكز الفئات ، ويفضل أن تكون الفئة التي يناظرها أكبر تكرار ، و باعتبار (أ=٥٥) فإن قيم (د) تصبح على التوالي (٢٥-٥٥=٣٠) ، (٣٠-٥٥=٢٥) ، وهكذا . ويتم احتساب المتوسط الحسابي (د) كما اتبع في الطريقة المباشرة تماماً ، ويوضح ذلك الجدول التالي.

الدرجات	ك	س	٩	ك د
٣٠-٢٠	٤	٢٥	٣٠-	١٢٠-
٤٠-٣٠	٦	٣٥	٢٠-	١٢٠-
٥٠-٤٠	١٢	٤٥	١٠-	١٢٠-
٦٠-٥٠	١٤	٥٥	صفر	صفر
٧٠-٦٠	٩	٦٥	١٠	٩٠
٨٠-٧٠	٣	٧٥	٢٠	٦٠
٩٠-٨٠	٢	٨٥	٣٠	٦٠
	٥٠			١٥٠-

$$د = \frac{\text{محد د}}{ن} = \frac{١٥٠-}{٥٠} = ٣-$$

$$\bar{س} = \bar{د} + \bar{أ} = ٣- + ٥٥ = ٥٢ \text{ درجة}$$

(ج) الطريقة القصيرة (الرمزية) Coding Method

وتعتمد هذه الطريقة على الخاصية رقم (٤) والتي سبق ذكرها ، حيث يتم تحويل المتغير (س) إلى متغير آخر $د = \frac{س - \bar{أ}}{ل}$ وهذه الطريقة توفر كثيراً من العمل الحسابي اللازم ويفضل اتباعها في حالة التوزيعات التكرارية ذات الفئات المنتظمة ، حيث تكون قيمة (أ) الملائمة هي إحدى مراكز الفئات وقيمة (ل) هي طول الفئة .

تطبيق (٤-٨):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في الجدول التكراري للتطبيق (٥-١) ، باستخدام الطريقة القصيرة (الرمزية) .

الحل:

قيمة (أ) الملائمة هنا هي إحدى مراكز الفئات (٥٥ مثلاً) وقيمة (ل) هي طول الفئة (١٠) ، وعليه فإن قيم (د) على التوالي هي $٣- = ٢- = ١-$ ، وهكذا ، كما هو موضح بالجدول التالي:

الدرجات	ك	س	ق	ك د
٣٠-٢٠	٤	٢٥	٣-	١٢-
٤٠-٣٠	٦	٣٥	٢-	١٢-
٥٠-٤٠	١٢	٤٥	١-	١٢-
٦٠-٥٠	١٤	٥٥	صفر	صفر
٧٠-٦٠	٩	٦٥	١	٩٠
٨٠-٧٠	٣	٧٥	٢	٦٠
٩٠-٨٠	٢	٨٥	٣	٦٠
٥٠				١٥-

$$\bar{d} = \frac{\text{مركز د}}{n} = \frac{١٥-}{٥٠} = ٠,٣-$$

$$\bar{s} = \bar{d} + \bar{a} = (١٠) + (٠,٣-) = ٥٥$$

$$= ٥٥ + ٣- = ٥٢ \text{ درجة}$$

ويلاحظ أنه في حالة الفئات المنتظمة ليس من الضروري حساب قيم المتغير (د) ويمكن وضعها رأساً بوضع إحدى هذه التقييم صفراً وتكون القيم السابقة عليه على الترتيب (١-، ٢-، ٣-، ٤-) وتكون القيم اللاحقة لها (١، ٢، ٣، ٤، ٥) وهكذا .

ويتم حساب الوسط الحسابي باستخدام الصيغة التالية :

$$س = (طول الفئة) + مركز الفئة الصفرية$$

والفئة الصفرية هي الفئة المناظرة لقيمة د = صفر .

والمثال التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٥-٨):

أوجد المتوسط الحسابي لتوزيع أعمار المستخدمين الموضح بالجدول التكراري للتطبيق (٦-٦) :

(أ) باستخدام الطريقة المباشرة

(ب) باستخدام الطريقة القصيرة

الحل : باستخدام الطريقة المباشرة :

الأعمار	ك	س	ك س
٣٠-٢٥	٨	٢٧,٥	٢٢٠
٣٥-٣٠	١٠	٣٢,٥	٣٢٥
٤٠-٣٥	١٥	٣٧,٥	٥٦٢,٥
٤٥-٤٠	٧	٤٢,٥	٢٩٧,٥
٥٠-٤٥	٥	٤٧,٥	٢٣٧,٥
٥٥-٥٠	٣	٥٢,٥	١٥٧,٥
٦٠-٥٥	٢	٥٧,٥	١١٥
	٥٠		١٩١٥

$$\bar{س} = \frac{\text{مح س ك}}{\text{ن}} = \frac{١٩١٥}{٥٠} = ٣٨,٣ \text{ سنة}$$

الحل : باستخدام الطريقة القصيرة :

الأعمار	ك	س	ك س
٣٠-٢٥	٨	٣-	٢٤-
٣٥-٣٠	١٠	٢-	٢٠-
٤٠-٣٥	١٥	١-	١٥-
٤٥-٤٠	٧	صفر	صفر
٥٠-٤٥	٥	١	٥
٥٥-٥٠	٣	٢	٦
٦٠-٥٥	٢	٣	٦
	٥٠		٤٢-

$$\bar{d} = \frac{٤٢-}{٥٠}$$

$\bar{d} = \text{س} - (\text{طول الفئة}) + \text{مركز الفئة الصفرية}$

$$٣٨,٣ \text{ سنة} = ٤٢,٥ + (٥) \frac{٤٢-}{٥٠}$$

تطبيق (٦-٨):

أوجد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

الفئات	التكرار
صفر-٥	٩
١٠-٥	١٣
٢٠-١٠	١٥
٤٠-٢٠	١٨
٥٠-٤٠	٢٢
٨٠-٥٠	٨٥
٩٠-٨٠	٢٣
٩٥-٩٠	٨
١٠٠-٩٥	٧
	٢٠٠

الحل :

حيث أن الفئات غير منتظمة ، يفضل استخدام الطريقة المباشرة ، إذ أن الطرق الأخرى لا تسهل العمل الحسابي في هذه الحالة .

الفئات	ك	س	ك س
صفر-٥	٩	٢,٥	٢٢,٥
١٠-٥	١٣	٧,٥	٩٧,٥
٢٠-١٠	١٥	١٥	٢٢٥
٤٠-٢٠	١٨	٣٠	٥٤٠
٥٠-٤٠	٢٢	٤٥	٩٩٠
٨٠-٥٠	٨٥	٦٥	٥٥٢٥
٩٠-٨٠	٢٣	٨٥	١٩٥٥
٩٥-٩٠	٨	٩٢,٥	٧٤٠
١٠٠-٩٥	٧	٩٧,٥	٦٨٢,٥
	٢٠٠		١٠٧٧٧,٥

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم س ك}}{ن} = \frac{١٠٧٧٧,٥}{٢٠٠} = ٥٣,٩$$

٨-٣ المتوسط الحسابي المرجح : Weighted

في الحالات السابقة كان يتم احتساب المتوسط الحسابي بافتراض أن كل القيم لها نفس الأهمية ، غير أن ذلك قد لا يكون صحيحاً بصفة عامة — فبفرض أننا بصدد احتساب متوسط سعر السوق لسلعة ما في إحدى المدن ، وكانت هذه السلعة تباع في عدة أسواق بأسعار مختلفة وحسب البيان التالي :

السوق	سعر السلعة
أ	٩
ب	٧
ج	٥

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم س}}{ن} = \frac{٥+٧+٩}{٣} = ٧$$

وهذا المتوسط يكون صحيحاً فقط في حالة ما إذا كانت الأسواق الثلاثة لها نفس الأهمية ، بمعنى أن كمية مبيعاتها واحدة ، فإذا ما اختلفت كمية المبيعات فإنه يجب أخذ ذلك في الحسبان عند احتساب متوسط السعر . ويتم ذلك بترجيح الأسعار ، أي إعطائها أوزان حسب أهميتها النسبية . ويتم ذلك باستخدام المتوسط الحسابي المرجح كما يلي :

$$\frac{\text{متوسط الحسابي المرجح} (\bar{x})}{\text{مجموع س و}} = \frac{\text{مجموع س و}}{\text{مجموع و}} \quad (٨-٦)$$

حيث (و) تمثل الأوزان المخصصة للقيم المختلفة .

تطبيق (٧-٨):

باستخدام البيانات عاليه ، وبفرض أن كمية المبيعات في الأسواق المختلفة كانت (٨٠٠، ١٥٠، ٥٠) على الترتيب ، استخدم هذه الكميات كأوزان تعبر عن الأهمية النسبية للأسعار المذكورة في حساب المتوسط الحسابي المرجح .

السوق	السعر (س)	كمية المبيعات (و)	س و
أ	٩	٥٠	٤٥٠
ب	٧	١٥٠	١٠٥٠
ج	٥	٨٠٠	٤٠٠٠
		١٠٠٠	٥٥٠٠

$$\text{المتوسط الحسابي المرجح} = ٥٥٠٠ / ١٠٠٠ = ٥.٥$$

تطبيق (٨-٨):

البيان التالي يمثل درجات أحد الطلاب في المواد المقررة ، حيث تختلف عدد الساعات الأسبوعية المخصصة لدراسة كل مادة . أوجد المتوسط الحسابي المرجح :

المادة	الدرجة	عدد الساعات
أ	٩٥	٤
ب	٨٩	٣
ج	٨٥	٢
د	٦٠	١

الحل :

المادة	الدرجة (س)	عدد الساعات (و)	س و
أ	٩٥	٤	٣٨٠
ب	٨٩	٣	٢٦٧
ج	٨٥	٢	١٧٠
د	٦٠	١	٦٠
		١٠	٨٧٧

المتوسط الحسابي المرجح = $٨٧,٧ = ١٠ / ٨٧٧$

تطبيق (٨-٩)

قطعت سيارة رحلتها على ثلاث سرعات مختلفة كما هو موضح بالبيان التالي ،
أوجد متوسط سرعة السيارة خلال الرحلة :

الفترة	السرعة كيلو/ساعة	الزمن (ساعة)
الأولى	٣٠	٥
الثانية	٧٠	٣
الثالثة	٨٠	٢

الحل :

$$\bar{x} = \frac{\text{محدس و محو}}{\text{محدس و محو}} = \frac{520}{10} = 52 \text{ كم / ساعة .}$$

مزايا المتوسط الحسابي :

- (أ) يعتمد حسابه على كل القيم
- (ب) يسهل التعامل معه جبرياً

عيوب المتوسط الحسابي :

- (أ) يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة ، فالمتوسط الحسابي للقيم (٧،٨،٩) هو (٨) . فإذا أضيف لهذه المجموعة إحدى القيم الشاذة ولتكن صفر فإن المتوسط الحسابي يتأثر كثيراً بها ويصبح (٦) . وهذا الرقم لا يمثل المجموعة تمثيلاً صحيحاً .
- (ب) لا نستطيع استخدامه في حالة الفئات المفتوحة ، حيث أن حسابه يتطلب معرفة مركز كل فئة .
- (ج) لا نستطيع استخدامه في حالة الظواهر الوصفية ، غير الرقمية، فمثلاً لا نستطيع تحديده للبيانات : (ممتاز — جيد جداً — جيد — مقبول — ضعيف) .

٨-٢ المتوسط الهندسي : Geometric Mean

يستخدم المتوسط الهندسي في دراسة الظواهر التي تزيد مفرداتها بنسبة ثابتة كما في دراسة النمو في الكائنات الحية ، كما في نمو السكان والحيوانات ، والحشرات ، والبكتريا ، الخ . وكذا في حالة النمو الاقتصادي ، وكذا يستخدم المتوسط الهندسي في دراسة التغيرات النسبية في الأسعار . وفي معالجة مثل هذه الظواهر فإن المتوسط الهندسي يفضل عن المتوسط الحسابي حيث يعطي نتائج أدق ؛ كما يتضح من الأمثلة أدناه .

والمتوسط الهندسي (هـ) للقيم س_١ ، س_٢ ، ، ، س_ن يتم إيجاده باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{هـ} = \sqrt[n]{\text{س}_١ \text{س}_٢ \dots \text{س}_ن} \quad (٨-٧)$$

ولتسهيل العمل الحسابي نستخدم اللوغاريتمات ، حيث :

$$\text{لو هـ} = \frac{١}{ن} (\text{محلوس}) \quad (٨-٨)$$

ومنها نوجد قيمة هـ .

وبالنسبة للقيم المبوبة في توزيع تكراري نستخدم الصيغة :

$$\sqrt[n]{\text{س}_١ \text{ك}_١ \text{س}_٢ \text{ك}_٢ \dots \text{س}_ن \text{ك}_ن} \quad (٨-٩)$$

أي أن لو هـ = ١/ن (محدك لوس) (٨-١٠)

ومنها نوجد قيمة هـ .

وبالمثل فإن صيغة المتوسط الهندسي المرجح ، تصبح :

$$\text{هـ} = \sqrt[n]{\frac{\text{س}_1 \text{و}_1 + \text{س}_2 \text{و}_2 + \dots + \text{س}_n \text{و}_n}{\text{ن}}} \quad (٨-١١)$$

$$\text{أو لو هـ} = \frac{\text{محد و لوس}}{\text{محد و}} \quad (٨-١٢)$$

تطبيق (٨-١٠):

بفرض أن عدد السكان في بلد ما كان ٤ مليون نسمة عام ١٨٠٠ ، ٩ مليون عام ١٩٠٠ . ما هو عدد السكان في منتصف الفترة أي في عام ١٨٥٠ ؟

الحل :

$$\text{هـ} = \sqrt{(٩)(٤)} = ٦ \text{ مليون نسمة}$$

تطبيق (٨-١١):

تزايد عدد السكان في إحدى الدول في عشر سنوات بمقدار ٢٠% وفي العشر سنوات التالية بنسبة ٣٠% وفي العشر سنوات التي تليها بنسبة ٤٥% . ما هو متوسط معدل الزيادة ؟

الحل :

$$\sqrt[3]{(145)(130)(120)} = 131,3$$

وعلى ذلك يكون متوسط الزيادة ٣١,٣

لاحظ أن المتوسط الهندسي لنسب الزيادة لا يعطي النتيجة الصحيحة .

تطبيق (٨-١٢):

أوجد المتوسط الهندسي المرجح للبيانات التالية :

الوزن	منسوب السعر	السلعة
٣٠	٤٨٠	سلع غذائية
١٦	٥٠٧	مواد خام
١٠	٤٦٢	مواد نصف مصنوعة
٢٠	٢٨٠	مواد مصنوعة
٤	١٣٠	سلع غذائية

منسوب السعر عبارة عن النسبة المئوية لسعر سلعة في سنة ما المقارنة بسنة أخرى .

الحل :

س	و	لوس	ولوس
٤٨٠	٣٠	٢,٦٨١	٨٠,٤٣٠
٥٠٧	١٦	٢,٧٠٥	٤٣,٢٨٠
٤٦٢	١٠	٢,٦٦٥	٢٦,٦٥٠
٢٨٠	٢٠	٢,٤٤٧	٥٣,٣٠٥
١٣٠	٤	٢,١١٤	٨,٤٥٦
	٨٠		٢١٢,١٢١

$$\text{لو هـ} = \frac{\text{محـ و لوس}}{\text{محـ و}} = \frac{212,121}{80} = 2,651$$

$$\text{هـ} = 448,242$$

٨-٥ الوسيط : Median

يستخدم للمتغيرات الترتيبية

الوسيط هو قيمة الملاحظة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو (تنازلياً) .

ويتم إيجاد ترتيب الوسيط بقسمة عدد القيم (ن) على ٢ ، غير أن حالة القيم الغير مبوبة تتطلب إضافة واحد ، وذلك حتى نحصل على الأوسط بدقة. أي أنه في حالة القيم غير المبوبة يكون :

$$\text{ترتيب الوسيط} = (ن + ١) / ٢$$

مثلا لإيجاد الوسيط للقيم

٨ ، ٩ ، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ٤

نقوم أولاً بترتيبها ترتيباً تصاعدياً

٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩

$$\text{ترتيب الوسيط} = (٧ + ١) / ٢ = ٤$$

قيمة الوسيط (و) = ٧

تطبيق (٨-١٣):

أوجد الوسيط للقيم التالية ١٠، ٩، ٨، ٤، ٣، ٢، ١

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+8}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

في هذه الحالة ، فإن قيمة الوسيط تقع بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس ، وبتحديد أكثر فإنها تزيد عن القيمة ذات الترتيب الرابع بنصف الفرق بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس . أي أن :

$$و = 4 + \left(\frac{2}{1}\right) (8-4) = 6$$

البيانات المبوبة :

وبالنسبة للبيانات المبوبة في جدول تكراري فإن الوسيط هو القيمة التي تقسم التكرار الكلي Σf (مـ ك) إلى قسمين متساويين ، أي أن ترتيب الوسيط هو $\frac{\Sigma f}{2}$. ولحساب قيمة الوسيط يتم الاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، ويمكن أيضاً باستخدام التكرار المتجمع النازل وبأسلوب مشابه .

تطبيق (٨-١٤):

مطلوب حساب الوسيط لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول التكراري (٥-٢)

الحل

نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ، وهذا موضح بالجدول أدناه .

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٣٠-٢٠	٤	٤
٤٠-٣٠	٦	١٠
٥٠-٤٠	١٢	٢٢
٦٠-٥٠	١٤	٣٦
٧٠-٦٠	٩	٤٥
٨٠-٧٠	٣	٤٨
٩٠-٨٠	٢	٥٠

نوجد ترتيب الوسيط وهو $2/50 = 25$

نريد الآن البحث عن القيمة التي تناظر الترتيب ٢٥ ، بالنظر إلى التكرار الصاعد الموضح بالجدول أعلاه يتضح أن هناك ٢٢ طالباً حصلوا على درجات تقل عن ٥٠ ، ويمكن القول بأن القيمة المناظرة للطالب الذي ترتيبه ٢٢ هي ٥٠ درجة . معنى ذلك أن الطالب الذي ترتيبه ٢٥ يقع في الفئة التالية وهي فئة الدرجات (٥٠-٦٠) . أي أن الوسيط يقع في هذه الفئة ، ولذا نسميها الفئة الوسيطة ، وهذه الفئة تبدأ من ٥٠ درجة وتنتهي في ٦٠ وهذه الزيادة (طول الفئة) وقدرها ١٠ درجات نتجت بسبب إضافة ١٤ طالباً (تكرار الفئة الوسيطة) ولحساب الوسيط فإننا نأخذ في الحسبان فقط الزيادة المترتبة على إضافة ثلاث طلاب فقط (٢٥-٢٢) أي (ترتيب الوسيط ناقصاً التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطة) ، على ذلك فإن الوسيط يمكن حسابه كما يلي :

$$50 + (14/3) (10) = 50 + 2,14 = 52,14 \text{ درجة}$$

وبذلك فإن الوسيط يتم حسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{و} = \text{ب} + \frac{\text{ت} - \text{ك ص س}}{\text{ل} \times \text{ك}} \quad (٨-١٣)$$

حيث ب = بداية الفئة الوسيطة

ت = ترتيب الوسيط

ك.ص.س = التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطة

ل = طول الفئة الوسيطة

ك = تكرار الفئة الوسيطة

تطبيق (٨-١٥)

أوجد الوسيط للبيانات الموضحة بالجدول التكراري التالي :

جدول رقم (١٦)

التكرار الصاعد	التكرار	الفئات
٥	٥	أقل من ١٠
٣٠	٢٥	١٠-٢٠
٧٠	٤٠	٢٠-٣٠
١٤٠	٧٠	٣٠-٤٠
٢٣٠	٩٠	٤٠-٥٠
٢٧٠	٤٠	٥٠-٦٠
٢٩٠	٢٠	٦٠-٧٠
٣٠٠	١٠	٧٠ فأكثر

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن}}{٢} = \frac{٣٠٠}{٢} = ١٥٠$$

إذن الفئة الوسيطية هي الفئة (٤٠-٥٠)

$$و = ٤٠ + \frac{١٥٠-١٤٠}{٩٠} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + \frac{١٠}{٩٠} \times ١٠ = ٤١,١$$

مزايا الوسيط :

(أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

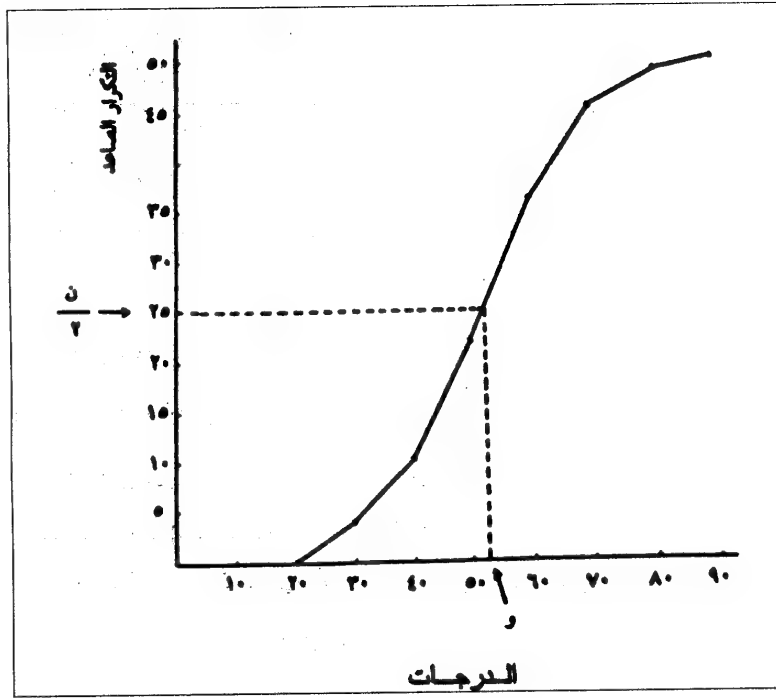
إيجاد الوسيط بالرسم :

ويمكن بسهولة إيجاد الوسيط بعد رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، حيث تحدد القيمة (الدرجة) على المحور الأفقي والتي تناظر ترتيب الوسيط على المحور الرأسى كما يتضح من التطبيق التالى .

تطبيق (٨-١٦):

مطلوب حساب الوسيط بالرسم لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول رقم

(٥-٢)



مزايا الوسيط :

- (ب) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .
- (ج) يمكن إيجاده للظواهر الغير رقمية التي يمكن ترتيبها ، مثال ذلك درجات الطلاب على أساس ممتاز ، جيد جداً ، ٠٠٠ الخ والحالة الاجتماعية والاقتصادية على أساس عالية جداً ، متوسط ٠٠٠ الخ .
- (د) يمكن إيجاده في حالة الفئات المفتوحة .

عيوب الوسيط :

- (أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .
- (ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .

٨-٦ المنوال : Mode

يستخدم المنوال أساساً في المتغيرات الاسمية المنوال هو القيمة الشائعة بين عدة قيم ، وبعبارة أخرى هي القيمة صاحبة أكبر تكرار . فإذا كان لدينا القيم ٦،٧،٨،٩،١٠،١١،١٢،١٣،١٤،١٥،١٦،١٧،١٨،١٩،٢٠ فإن المنوال هو (٧) حيث أن هذا العدد تكرر ثلاث مرات وهو أكبر تكرار . وأحياناً لا يكون للقيم منوال كما في حالة البيانات التالية : ٩،١٠،١١،١٢،١٣،١٤،١٥،١٦،١٧،١٨،١٩،٢٠،٢١،٢٢،٢٣،٢٤،٢٥،٢٦،٢٧،٢٨،٢٩،٣٠ . حيث لا توجد قيمة لها تكرار أكبر من القيم الأخرى . وأحياناً يكون للظاهرة منوالين أو أكثر . ويعد ذلك من عيوب المنوال .

البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة في جدول تكراري ، لا نستطيع التحدث عما إذا كانت هناك قيمة معينة لها أكبر تكرار ، حيث تذوب القيم في الفئات المختلفة . وعليه فإننا نعرف الفئة المنوالية ، وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار . وبعد تحديد الفئة المنوالية يتم تحديد قيمة تقريبية للمنوال ، ويتم ذلك بعدد مختلف من الطرق نعرض منها ما يلي :

١- مركز الفئة المنوالية :

وتعد هذه الطريقة سهلة ، حيث تعتبر قيمة المنوال هي مركز الفئة

المنوالية . ولكن هذه الطريقة غير دقيقة ، حيث أنها تتجاهل تماماً تأثير تكرارات الفئات الأخرى .

فبالنسبة للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب والموضح بالجدول رقم (٢-٥) نجد أن الفئة المنوالية هي (٦٠-٥٠) وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار وهو ١٤ وعلى ذلك فإن قيمة المنوال باستخدام هذه الطريقة تكون ٥٥ .

٢- طريقة الفروق (بيرسون) :

تعتبر هذه الطريقة أفضل وأدق الطرق ، حيث يتم تحديد المنوال بواسطة ثلاث فئات ، الفئة المنوالية والفئة السابقة لها والفئة اللاحقة عليها . ويستخدم في ذلك الصيغة التالية :

$$م = ب + \frac{ف١}{ف١+ف٢} \times ل$$

(٨- ١٤)

حيث :

ب = بداية الفئة المنوالية

ف١ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها .

ف٢ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة عليها .

ل = طول الفئة المنوالية

تطبيق (٨-١٧):

أوجد المنوال لدرجات الطلاب في التوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (١-٥)

الحل

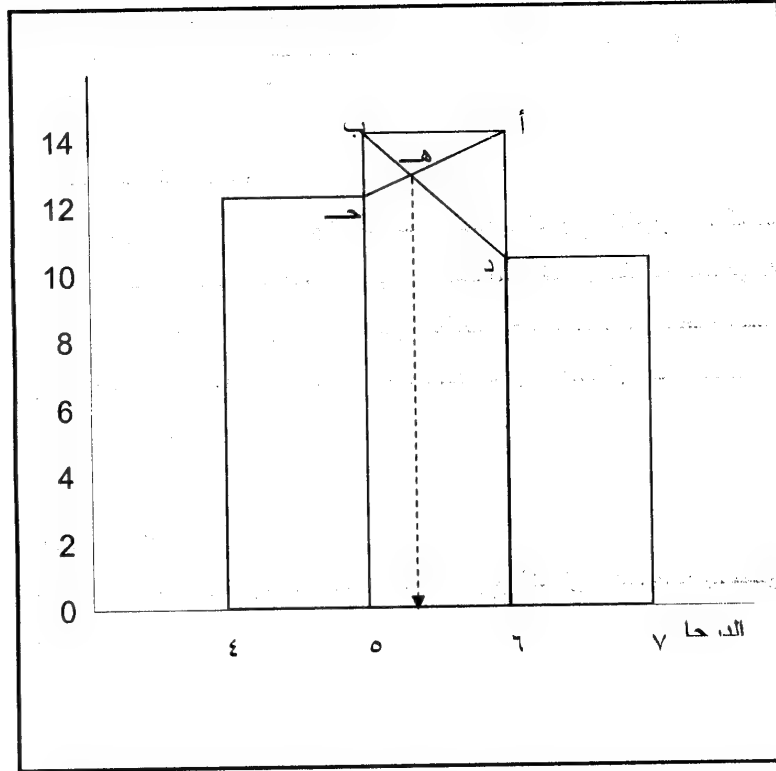
$$٥٢,٨٦ = ٢,٨٦ + ٥٠ = ١٠ \times \frac{(١٢-١٤)}{(٩-١٤) + (١٢-١٤)} + ٥٠ =$$

٣- إيجاد المنوال بالرسم :

يمكن بسهولة إيجاد المنوال بالرسم باستخدام المدرج التكراري ، كما هو موضح أدناه ، حيث يتم توصيل رؤوس المستطيل الممثل للفئة المنوالية بالمستطيلين السابق واللاحق ، أي توصيل النقاط أ ح ، ب د . والنقطة هـ هي نقطة تقاطع المستقيمين أ ح ، ب د تحدد لنا قيمة المنوال على المحور الأفقي .

تطبيق (١٨-٨):

أوجد المنوال بالرسم لدرجات الطلاب في التوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (١-٥)



المدرج التكراري

وبلاحظ أن قيمة المنوال المحددة بالرسم قريبة جداً من القيمة التي سبق
تحديدتها بطريقة الفروق وهي ٥٢,٨٦ ، وفي الحقيقة فإنه إذا ما كان الرسم
دقيقاً فإن القيمة المحددة بالرسم يجب أن تساوي القيمة المحددة بطريقة الفروق
حيث أنهما يعتمدان على فكرة واحدة .

ويلاحظ أننا لم نرسم المدرج التكراري كاملاً ، حيث أن المنوال يتم تحديده بثلاث فئات فقط وهي الفئة المنوالية والفئة السابقة واللاحقة .

إيجاد المنوال في التوزيعات غير المنتظمة:

يتم أيضاً استخدام نفس الطرق السابقة ولكن بعد تعديل التكرارات ، ونحصل على التكرارات المعدلة بكل فئة بقسمة التكرار الأصلي على طول الفئة كما يتضح من المثال الآتي :

تطبيق (٨-١٩):

أوجد المنوال للتوزيع التكراري الآتي :

التكرار	الفئات
٢	صفر-٢
١٠	٢-٦
١٦	٦-١٠
٢٠	١٠-٢٠
١٥	٢٠-٣٠
١٠	٣٠-٥٠

الحل :

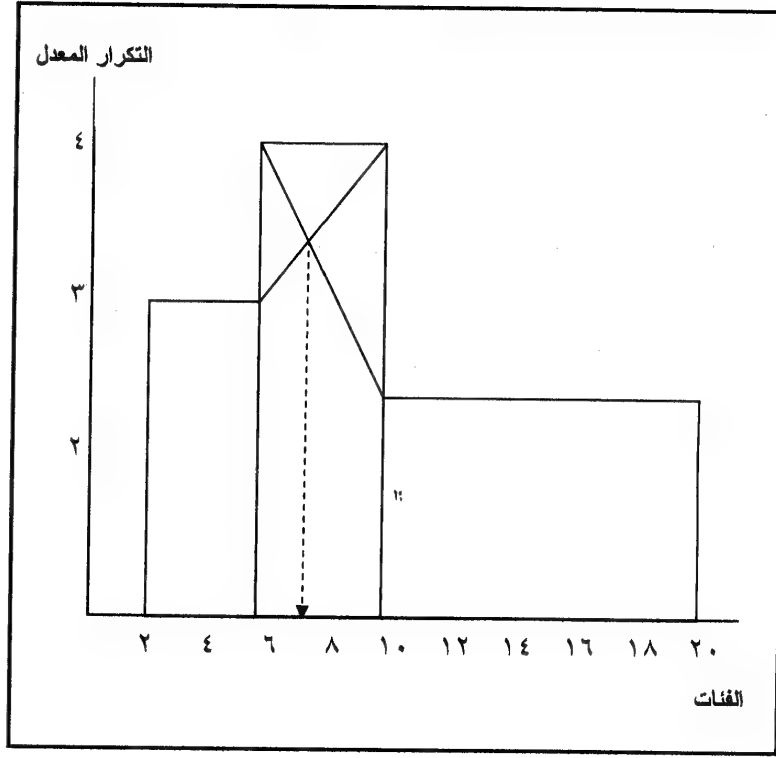
حيث أن الفئات غير منتظمة نقوم أولاً بتعديل التكرارات كما يلي :

الفئات	التكرار	طول الفئة	التكرار المعدل
صفر-٢	٢	٢	١
٢-٦	١٠	٤	٢,٥
٦-١٠	١٦	٤	٤
١٠-٢٠	٢٠	١٠	٢
٢٠-٣٠	١٥	١٠	١,٥
٣٠-٥٠	١٠	٢٠	٠,٥

$$م = \text{بداية الفئة المنوالية} + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$٧,٧١٤ = ٤ + \frac{١,٥}{٢ + ١,٥} \times ٤$$

ويمكن تحديد قيمة المنوال أيضاً باستخدام المدرج التكراري كما هو موضح بالشكل أدناه



مزايا المنوال :

- (أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .
- (ب) يمكن إيجاده للظواهر غير الرقمية حتى التي لا يمكن ترتيبها مثل الحالة الاجتماعية (أعزب ، متزوج ، ٠٠٠) وفصيلة الدم (أ،ب،أب،و) .

عيوب المنوال :

- (أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .
(ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .

٧-٨ العلاقة بين المتوسط الحسابي والوسيط

والمنوال :

توجد علاقة تجريبية بين المتوسطات الثلاث التي سبق ذكرها وهي المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

$$م = ٣و - ٢س \quad (٨-١٥)$$

وهذه العلاقة صحيحة في التوزيعات ذات المنحنى التكراري القريب من التماثل . وتفيدنا في الحصول على قيمة تقريبية لأي من هذه المتوسطات بمعرفة المتوسطين الآخرين .

٨-٨ تطبيقات متنوعة

تطبيق (٨-٢٠):

الآتي أطوال عينة من المسامير الصلب (بالسنتيمتر) من إنتاج إحدى الشركات. والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال ؟

الطول	-٣,٨	-٣,٩	-٤	-٤,١	-٤,٢	-٤,٣	-٤,٤	٤,٦-٤,٥
العدد	٣	١٥	٣٢	٢٩	١١	٧	٢	١

الحل :

المتوسط الحسابي = ٤,١١٤ ، الوسيط = ٤,١ المنوال = ٤,٠٨٥

تطبيق (٢١-٨)

في إحدى المكتبات العامة ، تم إعداد البيان التالي وهو يوضح عدد مرات تداول الكتاب خلال العام السابق والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي والوسيط .

عدد مرات تداول الكتاب	٢-صفر	٤-٢	٨-٤	١٢-٨	١٨-١٢	٢٤-١٨	٣٠-٢٤
التكرار	٧٠٠٠	٢٠٠٠	٦٠٠	٢٠٠	١٠٠	٤٠	١٠

الحل :

المتوسط الحسابي = ٢,١٣

$$\text{الوسيط} = \text{صفر} + \frac{\text{صفر} - ٤٩٧٥}{٧٠٠٠} \times ٢ = ١,٤٢١$$

تطبيق (٢٢-٨) :

في إحدى الصناعات كانت نسبة التغير في الإنتاج في الثلاث سنوات السابقة هي ١,٦،٢،٥، أوجد متوسط نسبة التغير .

الحل :

$$2 = \sqrt[3]{(2,0)(2)(1,6)} = 2$$

تطبيق (٢٣-٨):

لمجموعة القيم التالية ، أوجد (أ) المدى (ب) الوسيط (ج) المنوال (د) الربيع الأول راجع (١-٦-٢) .

٤	٥	٤	٤	٧	٣	٥	٤
٧	٤	٤	٦	٥	٦	٤	٧
	٦	٣	٤	٤	٥	٤	٤

الحل :

٤	٤	(٤)	٤	٤	٤	٣	٣
٥	٥	٥	٤	(٤)	٤	٤	٤
	٧	٧	٧	٦	٦	٦	٥

(أ) المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$4 = 3 - 7 =$$

$$(ب) \text{ ترتيب الوسيط} = \frac{1 + 23}{2} = \frac{1 + n}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

قيمة الوسيط = ٤ (القيمة الثانية بين قوسين)

(ج) المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً ويمكن تحديدها مباشرة بأعداد التوزيع

التكراري التالي :

٧	٦	٥	٤	٣	القيمة
٣	٣	٤	١١	٢	التكرار

$$\text{ترتيب ر} = \frac{٢٤}{٤} - \frac{١+٢٣}{٤} = \frac{١ + \text{ن}}{٤}$$

ر = ٤ (القيمة الأولى بين قوسين)

تطبيق (٢٤-٨):

التوزيع التكراري التالي يوضح فترة إعاره الكتاب في إحدى المكتبات :
والمطلوب إيجاد كل من الوسيط والمنوال ؟

فترة إعاره الكتاب (يوم)	٣-١	٦-٣	١٠-٦	٢٠-١٠
التكرار %	٤٠	٣٠	٢٠	١٠

الحل :

فترة الإعاره	التكرار	التكرار الصاعد	طول الفئة	التكرار المعدل
٣-١	٤٠	٤٠	٢	٢٠
٦-٣	٣٠	٧٠	٣	١٠
١٠-٦	٢٠	٩٠	٤	٥
٢٠-١٠	١٠	١٠٠	١٠	١

$$\text{ترتيب الوسيط و} = \text{ب} + \frac{\text{ن} - \text{ك ص س}}{\text{ك}} \times \text{ل}$$

$$٤ = ٣ + \frac{٤٠ - ٥٠}{٣٠} \times ٣$$

الفئة المنوالية (٣-١)

$$\text{قيمة المنوال هـ} = \text{ب} + \frac{\text{ف}_١}{\text{ف}_١ + \text{ف}_٢} \times \text{ل}$$

$$٢,٣٣ = ٢ \times \frac{٢٠}{١٠+٢٠} + ١ =$$

تطبيق (٨-٢٥):

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي ، عن دخل الأسرة الشهري (ألف ريال) ؟

دخل الأسرة	٥-٢	٧-٥	٩-٧	١٣-٩	١٣ فأكثر
عدد الأسرة	٥٦	٨١	٣٨	١٧	٨

أوجد :

- التوزيع التكراري النسبي (الأصلي والمتجمع الصاعد) .
- نسبة الأسر التي يقل دخلها عن ٧٠٠٠ ريال .
- عدد الأسر التي يقل دخلها عن ٩٠٠٠ ريال .
- الوسيط .

(أ)

دخل الأسرة	التكرار	التكرار الصاعد	طول الفئة	
			الأصلي	الصاعد
٥-٢	٥٦	٥٦	٠,٢٨	٠,٢٨
٧-٥	٨١	١٣٧	٠,٤١	٠,٦٩
٩-٧	٣٨	١٧٥	٠,١٩	٠,٨٧
١٣-٩	١٧	١٩٢	٠,٠٨	٠,٩٦
١٣ فأكثر	٨	٢٠٠	٠,٠٤	١
	٢٠٠		١	

(ب) ٦٩% (ج) ١٧٥

$$(د) \text{ الوسيط} = 5 + \frac{56-100}{81} \times 2 = 6,086$$

تطبيق (٢٦-٨):

فيما يلي بيان بأعداد المتخرجين من الجامعة من أصل فوج معين وعدد سنوات بقاء كل منهم بالدراسة . والمطلوب حساب متوسط عدد سنوات الدراسة للطلاب بالمرحلة الجامعية .

عدد الخريجين	٣٥٠	٣٠٠	١٥٠	١٠٠	٥٠
سنوات الدراسة	٤	٥	٦	٧	٨

$$\text{الحل : المتوسط الحسابي (المرجح)} = \frac{\text{محس و}}{\text{محو}} = \frac{4900}{950} = 5,158$$

تطبيق (٢٧-٨):

التوزيع التالي يعرض نسبة الأمية في كل من الريف والحضر في مجتمع معين .

والمطلوب: إيجاد نسبة الأمية في المجتمع كله

المنطقة	عدد السكان %	نسبة الأمية
الريف	٨٠	٨٠
الحضر	٢٠	٣٠

الحل :

المنطقة	عدد السكان (و)	نسبة الأمية (س)	س و
ريف	٨٠	٨٠	٦٤٠٠
حضر	٢	٣٠	٦٠٠
	١٠٠		٧٠٠٠

$$\bar{s} = \frac{\text{مح س و}}{\text{مح و}} = \frac{7000}{100} = 70$$

تطبيق (٨-٢٨):

البيان التالي يوضح توزيع دخل الأسرة في الشهر (ألف ريال) في أحد المجتمعات .

المطلوب :

(أ) إيجاد المتوسط الحسابي لدخل الأسرة

(ب) إيجاد الوسيط

دخول الأسرة	٥-١	٩-٥	١٣-٩	١٧-١٣	٢١-١٧
التكرار	٤٠	٣٠	١٥	١٠	٥

الحل :

دخول الأسرة	ك	س	س ك	التكرار الصاعد
١٥-	٤٠	٣	١٢٠	٤٠
٩-٥	٣٠	٧	٢١٠	٧٠
١٣-٩	١٥	١١	١٦٥	٨٥
١٧-١٣	١٠	١٥	١٥٠	٩٥
٢١-١٧	٥	١٩	٩٥	١٠٠
	١٠٠		٧٤٠	

$$٧,٤ = \frac{٧٤٠}{١٠٠} = \bar{s} \text{ (أ)}$$

$$٥٠ = \frac{١٠٠}{٢} = \text{ترتيب الوسيط}$$

$$٦,٣٣ = ٤ \times \frac{٤٠-٥٠}{٣٠} + ٥ = و$$

الفصل التاسع : مقاييس الموضع

Measures of Position

Quartiles **١-٩** الربيعات

Deciles **٢-٩** العشرينات

Percentiles **٣-٩** المئيات

الفصل التاسع

مقاييس الموضع

Measures of Position

رأينا أن الوسيط يعد من مقاييس النزعة المركزية فهو يفيد في تقديم قيمة متوسطة أو مركزية للتوزيع . ويقدم لنا الوسيط معلومة أخرى هامة فهو يقسم القيم إلى مجموعتين متساويتين من حيث العدد ، فإذا كنا بصدد دراسة دخل الفرد في مجتمع معين ، وكان الوسيط هو ألف دولار فإن ذلك يعني أن نصف المجتمع دخله أقل من ألف ونصفه الآخر أكبر من ألف . وهناك علي أي حال مقاييس أخرى تفيد في نفس الغرض ، وتسمى مقاييس الموضع position أو المجزآت Quantiles ويمكن تعريفها بأنها عبارة عن مجموعة من القيم تجزئ التكرار الكلي بنسب معينة .

٩-١ الربعيات Quartiles

الربعيات ، وهي ثلاثة قيم تجزئ التكرار الكلي إلى أربعة أجزاء ، وهذه الربعيات الثلاث تسمى الربع الأول والثاني والثالث ، فإذا رمزنا إليها بالرموز ١ ر ، ٢ ر ، ٣ ر ورتبنا القيم ترتيباً تصاعدياً فإنها تبدو كما يلي :

١ ر ٢ ر ٣ ر

أي أن :

ر ١ : الربع الأول (الأدنى) وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها
 ر ٢ : الربع الثاني وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها
 ر ٣ : الربع الثالث (الأعلى) القيمة التي يسبقها ٤/٣ القيم الأصغر منها .
 ويلاحظ أن ر ٢ هو الوسيط . ولذا أن طريقة حساب الربع هي نفس طريقة
 حساب الوسيط ، ويمكن عرضها كما يلي :

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً .
 (٢) إيجاد ترتيب أو رتبة الربع وفقاً لما يلي :

ترتيب الربع

بيانات	الربع	الأول	الثاني	الثالث
مبوبة	٤/١ ن	٢/١ ن	٤/٣ ن	٤/٣ ن
غير مبوبة	٤/١ (ن+١)	٢/١ (ن+١)	٤/٣ (ن+١)	٤/٣ (ن+١)

(٣) إيجاد قيم الربع :

$$ر = ب + \frac{ت - ك.ص.س}{ك} \times ل \quad (١-٩)$$

وهذه الصيغة مماثلة تماماً لصيغة إيجاد قيمة الوسيط ويمكن اعتبار هذه الصيغة
 عامة لإيجاد الربع (الأول - الثاني - الثالث) حيث :
 ر : الربع ، وهنا يجب وضع دليل لهذا الرمز ، أحد الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ .
 ت : ترتيب الربع ...

ك.ص.س : التكرار المساعد السابق لفئة الربع

ك : تكرار فئة الربع

ل : طول فئة الربع

تطبيق (١-٩):

أوجد الربع الأول والثاني والثالث لمجموعة القيم التالية :

٢٢ ، ٣٥ ، ٢٧ ، ٦ ، ١٨ ، ٩ ، ١٣

الحل:

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ .

$$(٢) \text{ ترتيب الربع الأول : } \frac{١}{٤} = (١ + ٧)$$

$$\text{ترتيب الربع الثاني : } \frac{٢}{٤} = (١ + ٧)$$

$$\text{ترتيب الربع الثالث : } \frac{٣}{٤} = (١ + ٧)$$

$$(٣) \text{ قيمة الربعيات : } ١ = ٩ ، ٢ = ١٨ ، ٣ = ٢٧$$

تطبيق (٢-٩):

أوجد الربعيات الثلاثة في التطبيق السابق في حالة إضافة القيمة ٣٩ .

الحل:

ترتيب القيم : ٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ ، ٣٩

$$\text{ترتيب ١} = \frac{١}{٤} = (١ + ٨)$$

$$\text{ترتيب ٣} = \frac{٢}{٤} = (١ + ٨)$$

$$\text{ترتيب } 3 = \frac{3}{4} = (1 + 8) = \frac{4}{3} = 6$$

ر ١ = القيمة التي تقع في الترتيب الثاني مضافاً إليها $\frac{1}{4}$ الفرق بين هذه

القيمة والتي تليها .

$$ر ١ = 9 + \frac{4}{1} = (9 - 13) = 10$$

$$ر ٢ = 18 + \frac{2}{1} = (18 - 22) = 20$$

$$ر ٣ = 27 + \frac{4}{3} = (27 - 35) = 33$$

تطبيق (٣-٩):

أوجد الربع الأول والثالث في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة في التطبيق (١-٥)

الحل: انظر التطبيق (٣-١٠)

إيجاد الربع بالرسم:

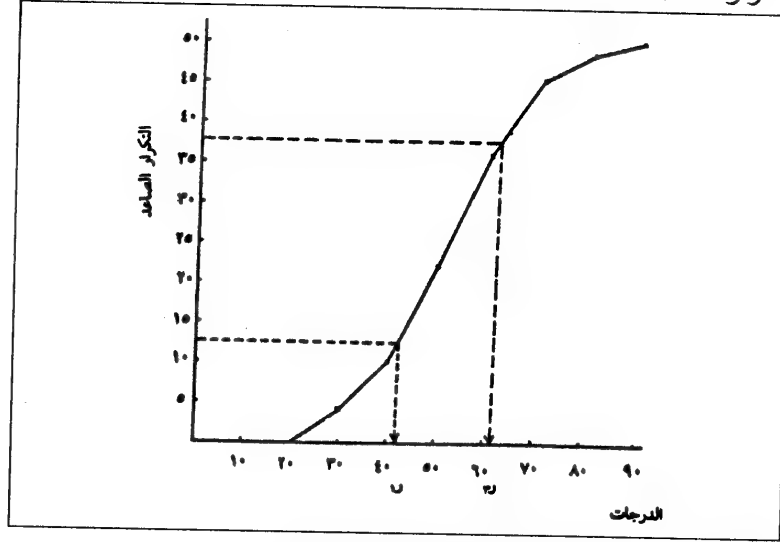
يمكن إيجاد قيم ر ١ ، ر ٣ من الرسم باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد بأسلوب مشابه تماماً لحساب الوسيط . وفي هذه الحالة تكون قيمة ر ١ ، ر ٣ هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد $\frac{4}{1}$ ن ، $\frac{4}{3}$ ن علي الترتيب .

تطبيق (٤-٩):

أوجد الربع الأدنى والربع الأعلى بالرسم في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة في التطبيق (١-٥)

الحل:

من الشكل التالي يمكن القول أن $r = 1$ ، $43 = r$ ، $3 = r$ ، $62 = r$ وهي القيم الناطرة
للتكرارات ١٢,٥ ، ٣٧,٥ .



٩-٣ العشرية Deciles :

بنفس المفهوم فإن العشرية ، وعددها تسعة تجزئ التوزيع التكراري الي
عشرة أجزاء .

٩-٣ المئينات Percentiles :

وبنفس المفهوم فإن المئينات ، وعددها ٩٩ تجزئ التوزيع التكراري الي
مائة جزئ .

* ويمكن عرض الصيغة التالية لإيجاد قيمة المجزئ بصفة عامة

$$\text{ج} = \text{ب} + \frac{\text{ت} - \text{ك.ص.س}}{\text{ك}} \times \text{ل} \quad (9-2)$$

حيث : ج : المجزئ (وقد يكون الوسيط - الربع - العشير - المئتين)

ب : بداية فئة المجزئ

ت : ترتيب المجزي

ك.ص.س: التكرار الصاعد السابق لفئة المجزئ

ك : التكرار الأصلي لفئة المجزئ

ل : طول فئة المجزئ

تطبيق (9-5):

في التطبيق (5-1) الخاص بترجات الطلاب : أوجد

(أ) العشير الرابع

(ب) العشير الثامن

(ج) المئتين ٣٥

(د) المئتين ٨٥

الحل:

(أ) ترتيب العشير الرابع = $10/4 = 2.5$ (٥٠) = ٢٠

إن فن العشير الثاني ٤٠ - ٥٠

وبالرجوع للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

$$\text{ر} = 3 + 40 + \frac{10 - 20}{12} \times 10 = 58.3$$

$$(ب) \text{ ترتيب } ٨٠ = ١٠/٨ = (٥٠) ٤٠ =$$

$$٦٤,٤ = ١٠ \times \frac{٣٦ - ٤٠}{٩,١} + ٦٠ = ٨٠$$

$$(ج) \text{ ترتيب المئين } ٣٥ = ١٠٠/٣٥ = (٥٠) ١٧,٥ =$$

$$٤٦,٢٥ = ١٠ \times \frac{١٠ - ١٧,٥}{١٢} + ٤٠ = ٣٥$$

$$(د) \text{ ترتيب } ٨٥ = ١٠٠/٨٥ = (٥٠) ٤٢,٥ =$$

$$٦٧,٢٢ = ١٠ \times \frac{٣٦ - ٤٢,٥}{٩} + ٦٠ = ٨٥$$

تطبيق (٩ - ٦):

التوزيع التكراري التالي يعرض درجات الطلبة الناجحين في الثانوية العامة .
فإذا كانت الجامعات تقبل ٣٥ % فقط منهم ، أوجد الحد الأدنى للقبول بالجامعة.

الدرجة	٦٠ - ٥٠	٧٠ - ٦٠	٨٠ - ٧٠	٩٠ - ٨٠	١٠٠ - ٩٠
عدد الطلاب	٢١٦	٩٨	٣٧	٢٢	٥

الحل:

المطلوب ٦٥ (نسبة غير المقبولين ١٠٠ - ٣٥)

نعد التوزيع المتجمع الصاعد

الدرجة	٦٠ - ٥٠	٧٠ - ٦٠	٨٠ - ٧٠	٩٠ - ٨٠	١٠٠ - ٩٠
التوزيع الصاعد	٢١٦	٣١٤	٣٥١	٣٧٣	٣٧٨

$$\text{ترتيب مـ} ٦٥ = ١٠٠ / ٦٥ = ٢٤٥,٧$$

$$\text{مـ} ٦٥ = ٦٠ + ٢٤٥,٧ - ٢١٦ \times ١٠ = ٩٨$$

$$٦٣,٠٣ = ٣,٠٣ + ٦٠ =$$

تطبيق (٧-٩):

التوزيع التكراري الموضح أدناه يمثل توزيع السكان حسب فئات العمر ،
والمطلوب :

- إيجاد الوسيط

- إيجاد الربع الأول والربع الثالث

العمر	٢٠ - .	٤٠ - ٢٠	٦٠ - ٤٠	٨٠ - ٦٠	١٠٠ - ٨٠
عدد الطلاب	٣٥	٢٥	٢٠	١٥	٥

الحل:

العمر	التكرار	الصاعد
٢٠ - .	٣٥	٣٥
٤٠ - ٢٠	٢٥	٦٠
٦٠ - ٤٠	٢٠	٨٠
٨٠ - ٦٠	١٥	٩٥
١٠٠ - ٨٠	٥	١٠٠

$$\text{الترتيب : الوسيط} = ٢/١ = ٥٠ = (١٠٠)$$

$$\text{ر ١} = ٤/١ = ٢٥ = (١٠٠)$$

$$٧٥ = (١٠٠) \text{ } \varepsilon / ٣ = ٣,٢$$

$$٣٢ = ٢٥ / ٣٥ - ٥٠ + ٢٠ = \quad ,$$

$$١ \varepsilon , ٣ = ٢٠ \times ٣٥ / ٠ - ٢٥ + . = ١,٢$$

$$٥٥ = ٢٠ \times ٢٠ / ٦٠ - ٧٥ + \varepsilon ٠ = ٣,٢$$

الفصل العاشر

مقاييس التشتت

Dispersion

١-١٠ الأهمية

٢-١٠ المدى

٣-١٠ الانحراف الربيعي

٤-١٠ الانحراف المتوسط

٥-١٠ التباين والانحراف المعياري

٦-١٠ معامل الاختلاف

٧-١٠ دليل الاختلاف الكيفي

٨-١٠ تطبيقات متنوعة

الفصل العاشر

مقاييس التشتت

Measures of Variation

١٠-١ الأهمية

خاصية التشتت، أو التنوع، أو الاختلاف بين القيم لا تفصح عنها مقاييس النزعة المركزية، ويستخدم لهذا الغرض مقاييس أخرى يطلق عليها مقاييس التشتت نعرض منها:

(أ) المدى .

(ب) الانحراف الربيعي .

(د) التباين ، والانحراف المعياري .

(هـ) معامل الاختلاف .

وهذه المقاييس كلها يتم استخدامها في حالة البيانات الكمية .

(و) دليل الاختلاف الكيفي (IQV) Index of qualitative variation .

ويستخدم لقياس التشتت في المتغيرات الكيفية

إن مقاييس التشتت على درجة كبيرة من الأهمية ، وبصفة خاصة التباين

والانحراف المعياري ، حيث يبنى عليهما الكثير من النظريات الإحصائية

التي تعد الأساس في تنفيذ البحوث العلمية .

١٠-٢ المدى The Range

يعرف المدى لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة، أى :

$$\text{المدى} = \text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة} \quad (١٠-١)$$

تطبيق (١٠-١):

أوجد المدى لمجموعة القيم :

$$٦، ٨، ٤، ٩، ٦، ٧$$

$$\text{الحل:} \quad \text{المدى} = ٩ - ٤ = ٥$$

وفي البيانات المبوبة في جدول تكراري ، يعرف المدى بأنه الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليا وبين الحد الأدنى للفئة الدنيا .
فإذا نظرنا الي التوزيع التكراري لدرجات الطلبة الموضح بالجدول رقم (٥-٢) نجد أن المدى = ٩٠ - ٢٠ = ٧٠ درجة .
ويمتاز المدى بسهولة حسابه ووضوح فكرته وهو يستخدم كثيرا في مراقبة جودة الانتاج وفي وصف الأحوال الجوية .
ومن عيوب المدى أنه لا يعتمد في حسابه علي كل القيم ، بل يحسب من واقع قيمتين فقط أكبر قيمة وأصغر قيمة ، وهو لذلك يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة.

١٠-٣ الانحراف الربيعي Quartile Deviation

الانحراف الربيعي هم أحد مقاييس التشتت ، والتي يتم حسابه بعد استبعاد بعض القيم المتطرفة أو الشاذة . وبالتحديد فهو يستبعد ربع القيم

الصغيرة من ناحية وربيع القيم الكبيرة من ناحية أخرى . فإذا كان لدينا مجموعة من القيم وقمنا بتقسيمها إلى أربع أقسام فإنه يمكن تصورهما كما يلي :

$$\frac{\text{-----}}{\text{ر} \quad \text{ر} \quad \text{ر}}$$

ويعرف الانحراف الربيعي بأنه يساوي نصف المدى بين الربع الثالث والربع الأول . أي أن :

$$(\text{ح}) \text{ الانحراف الربيعي} = \frac{\text{ر} - \text{ر}}{2} \quad (2-10)$$

تطبيق (2-10):

أوجد الانحراف الربيعي لمجموعة القيم التالية :

٩٦ ، ٨٨ ، ٨٠ ، ٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٧٦ ، ٦٨

الحل:

نقوم أولاً بترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٦٨ ، ٧٦ ، ٨٠ ، ٨٨ ، ٩٦

ترتيب الربع الأول = $(٤/١) (١ + ١١) = ٣$

الربع الأول (ر) = ٣٢

ترتيب الربع الثالث = $(٤/٣) (١ + ١١) = ٩$

الربع الثالث (ر) = ٨٠

الانحراف الربيعي = $٢ / (٣٢ - ٨٠) = ٢٤$

تطبيق (٣-١٠):

أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الموضح بالجدول

رقم (٥-٢) :

الحل:

$$\text{ترتيب الربع الأول (ر ١)} = (٤/١) = (٥٠) = ١٢,٥$$

$$\text{ترتيب الربع الثالث ()} = (٤/٣) = (٥٠) = ٣٧,٥$$

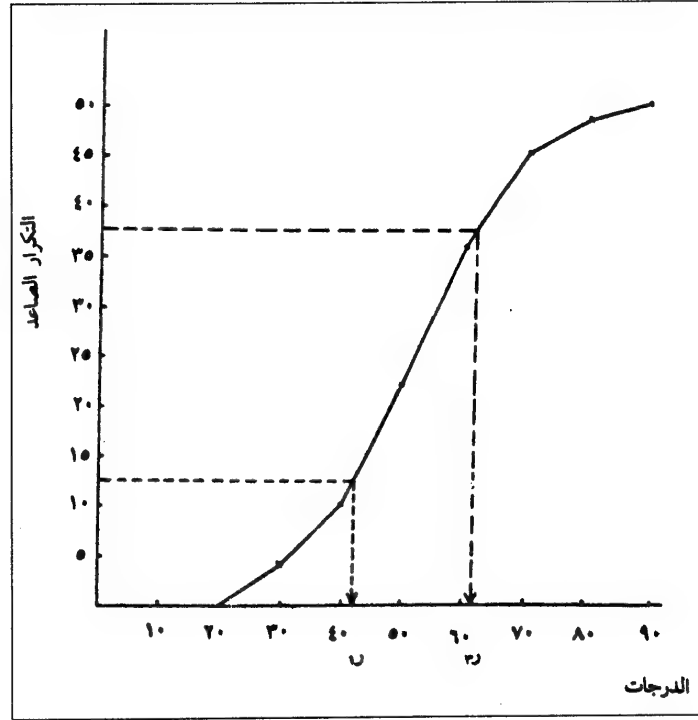
$$\text{ر ١} = ٤٠ + \frac{١٠ - ١٢,٥}{١٢} \times ١٠ = ٤٠ + ٢,١ = ٤٢,١$$

$$\text{ر ٣} = ٦٠ + \frac{٣٦ - ٣٧,٥}{٩} \times ١٠ = ٦٠ + ١,٧ = ٦١,٧$$

$$\text{الانحراف الربيعي} = ٢/١ = (٤٢,١ - ٦١,٧) = ٩,٨$$

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٢٠ - ٣٠	٤	٤
٣٠ - ٤٠	٦	١٠
٤٠ - ٥٠	١٢	٢٢
٥٠ - ٦٠	١٤	٣٦
٦٠ - ٧٠	٩	٤٥
٧٠ - ٨٠	٣	٤٨
٨٠ - ٩٠	٢	٥٠

هذا ويمكن حساب قيمة r_1 ، r_3 من الرسم باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد، بأسلوب مشابه لحساب الوسيط، وتكون قيم r_1 ، r_3 هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد $12,5$ ، $37,5$ علي الترتيب.



تطبيق (١٠-٤):

أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	التكرار	التكرار الصاعد
٤ -	٦	٦
٨ -	١٠	١٦
١٢ -	١٨	٣٤
١٦ -	٣٠	٦٤
٢٠ -	١٥	٧٩
٢٤ -	١٢	٩١
٢٨ -	١٠	١٠١
٣٢ -	٦	١٠٧
٣٦ - ٤٠	٢	١٠٩

ترتيب الربع الأول = ن = (١٠٩) = ٢٧,٢٥

ترتيب الربع الثالث = ن = (١٠٩) = ٨١,٧٥

$$١٢ = ١ + ٤ = ١٤,٥$$

$$٢٤ = ٣ + ٩ = ٢٤,٩$$

الانحراف الربيعي = $\frac{٣ - ١}{٢}$

$$٥,٢١ = \frac{١٤,٥ - ٢٤,٩}{٢} =$$

١٠-٤ الانحراف المتوسط : Mean Absolute Deviations

تقوم فكرة الانحراف المتوسط علي أساس استخدام متوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابي . وبفرض أن لدينا مجموعة القيم التالية للمتغير س

$$٨ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ٦$$

$$\text{فإن متوسطها الحسابي } \bar{س} = \frac{\text{مجم س}}{ن} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

وتكون انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، أي (س - $\bar{س}$) كما يلي :

$$\text{صفر ، ١ ، ٢- ، ١- ، ٢}$$

ويلاحظ أن مجموعة الانحرافات يساوي صفرأ ، كما سبق أن أوضحنا عند ذكر خواص المتوسط الحسابي . والسبب في ذلك يرجع إلي أن بعض هذه الانحرافات موجب وبعضها سالب ويكون المجموع يساوي صفرأ بصفة عامة. ولتلافي ذلك يتم إهمال الاشارات السالبة عند حساب الانحراف المتوسط ، ويعبر عن ذلك كما يلي :

$$| \text{ح} | \text{ الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجم } |س - \bar{س}|}{ن} \quad (١٠-٣)$$

حيث $|س - \bar{س}|$ تعني القيمة الموجبة للانحرافات .

ولتطبيق ذلك علي المثال اعلاه ، نجد أن

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{١}{٥} \quad (\text{صفر} + ١ + ٢ + ١ + ٢)$$

$$= ١,٢ = ٥/٦$$

$$٢٠٥$$

وتكون صيغة الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة في جدول تكراري كما يلي :

$$(ح) \text{ الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجم ك إس} - \text{س}}{ن}$$

تطبيق (١٠-٥):

أوجد الإنحراف المتوسط لدرجات الطلاب بالتطبيق (١-٥)

ك إس - س - |

الدرجات	التكرار ك	مركز الفئة س	إس - س -	ك إس - س -
٣٠ - ٢٠	٤	٢٥	٢٧	١٠٨
٤٠ - ٣٠	٦	٣٥	١٧	١٠٢
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	٧	٨٤
٦٠ - ٥٠	١٤	٥٥	٣	٤٢
٧٠ - ٦٠	٩	٦٥	١٣	١١٧
٨٠ - ٧٠	٣	٧٥	٢٣	٦٩
٩٠ - ٨٠	٢	٨٥	٣٣	٦٦
	٥٠			٥٨٨

يتم أولاً حساب المتوسط الحسابي . وقد سبق حسابه ويساوي ٥٢ درجة.

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجم ك / س} - \text{س}}{ن}$$

ن

$$11,76 = \frac{588}{50}$$

١٠-٥ التباين Variance

والانحراف المعياري Standard deviation

يعرف التباين بأنه المتوسط الحسابي لمربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ، وهما يعتبران أهم مقاييس التشتت وأكثرها تطبيقاً . يستخدم الرمز σ (ويقرأ سيجما) للتعبير عن الانحراف المعياري ، وهو من الحروف اليونانية .

فإذا كان لدينا القيم س١ ، س٢ ، ، س ن ، فإن

$$\begin{aligned} \text{التباين } \sigma^2 &= \text{مجم} (س - \bar{س})^2 / ن \\ \sigma &= \sqrt{\text{التباين}} \end{aligned}$$

تطبيق (١٠-٦):

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

$$= ٤ ، ٦ ، ٢ ، صفر ، ٣ ، ٥ ، ٨$$

الحل:

$$س- = ٧ / ٢٨ = ٤$$

ويتم حساب التباين كما يلي :

س	(س-س)	(س-س-٢)
٤	صفر	صفر
٦	٢	٤
٢	٢-	٤
صفر	٤-	١٦
٣	١-	١
٥	١	١
٨	٤	١٦
٢٨		٤٢

والصيغة التالية أكثر سهولة من الناحية الحسابية :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} [\text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{n}] \quad (١٠-٦)$$

تطبيق (١٠-٧):

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

٨، ٥، ١٠، ٧، ١، ٣، ٢

الحل:

س	س ^٢
٢	٤
٣	٩
١	١
٧	٤٩
١٠	١٠٠
٥	٢٥
٨	٦٤
٣٦	٢٥٢

$$\sigma^2 = (7/1) [7^2(36) - 252] = 9,001$$

$$\sigma = \sqrt{9,001} = 3,090$$

خواص التباين (الانحراف المعياري):

(أ) إذا كانت س = د + أ حيث أ ثابت فإن

$$\sigma_s^2 = \sigma_d^2$$

ويعني ذلك أنه إذا ما تم تحويل المتغير س إلى متغير آخر د = س - أ فإن التباين للمتغير س يكون هو نفسه التباين للمتغير د ، أي أن طرح قيمة ثابتة من قيم س لا يغير من قيمة التباين الناتج .

فإذا كانت س لها القيم ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ فإنه يمكن حساب التباين إما مباشرة باستخدام المتغير س أو باستخدام متغير آخر د = س - أ (أ = ٣٠ مثلاً) .

		د = س - ٣٠
١٠٠	١٠	٢٠
صفر	صفر	١٠
١٠٠	١-	صفر
٢٠٠		٣٠

$$\frac{٢٠٠}{٣} = د \quad ٢٦ = س$$

		س
١٠٠	١٠	٥٠
صفر	صفر	٤٠
١٠٠	١٠-	٣٠
٢٠٠		١٢٠

$$\frac{٢٠٠}{٣} = س \quad ٢٦ = د$$

(ب) إذا كانت س = ل حيث ل ثابت فإن :

$$\sigma_s^2 = \sigma_l^2$$

(ج) إذا كانت س = ل + د حيث أ ، ل ثابت فإن :

$$\sigma_s^2 = \sigma_d^2$$

ونفيدنا هذه الخاصية في إمكان تحويل المتغير س إلي متغير آخر د =

(س-١) / ل

لتسهيل إيجاد التباين . ففي المثال السابق إذا اعتبرنا أ = ٣٠ ، ل = ١٠ فإنه

يمكن حساب التباين لقيم د بسهولة كما يلي :

د	$\bar{d} - 2s$
٢	١
١	صفر
صفر	١
٠.٢	

$$\sigma_s^2 = \sigma_d^2 + \sigma_l^2$$

$$\sigma_d^2 = 3/2$$

$$\therefore \sigma_s^2 = 26.2 = (3/2) \cdot (10) = 3/200$$

البيانات المبوبة :

يتم حساب التباين بنفس الصيغة السابقة مع أخذ التكرارات (ك) في الحسبان
أي أن :

$$\sigma^2 = 1/n [\text{مج س ك}^2 - (\text{مج س ك})^2 / n] \quad (10-10)$$

تطبيق (١٠-٨):

أوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب
الواردة بالجدول (٥-٢)

الحل:

الدرجات	التكرار ك	مركز الفئة س	ك س	ك س ^٢
٣٠ - ٢٠	٤	٢٥	١٠٠	٢٥٠٠
٤٠ - ٣٠	٦	٣٥	٢١٠	٧٣٥٠
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	٥٤٠	٢٤٣٠٠
٦٠ - ٥٠	١٤	٥٥	٧٧٠	٤٢٣٥٠
٧٠ - ٦٠	٩	٦٥	٥٨٥	٣٨٠٢٥
٨٠ - ٧٠	٣	٧٥	٢٢٥	١٦٨٧٥
٩٠ - ٨٠	٢	٨٥	١٧٠	١٤٤٥٠
	٥٠		٢٦٠٠	١٤٥٨٥٠

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left[\sum (K \cdot S^2) - \frac{(\sum K \cdot S)^2}{n} \right] = \frac{1}{50} [145850 - \frac{(2600)^2}{50}] = 213$$

$$\sigma = \sqrt{213} = 14,595$$

(ب) الطريقة المختصرة :

وفيها تستخدم الخاصية رقم (١) حيث يتم خصم قيمة معينة من المتغير س لنحصل علي متغير آخر د = س - أ . ويفضل اختيار قيمة أ أحد مراكز الفئات التي تتناظر اكبر تكرار ، كما في التطبيق التالي.

تطبيق (١٠-٩):

أوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الواردة بالجدول (٥-٢) باستخدام الطريقة المختصرة
يفضل اعتبار أ = ٥٥ . ويكون الحل كما يلي :

الفئات	ك	س	د	ك د	
٣٠ - ٢٠	٤	٢٥	٣٠ -	١٢٠ -	٣٦٠٠
٤٠ - ٣٠	٦	٣٥	٢٠ -	١٢٠ -	٢٤٠٠
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	١٠ -	١٢٠ -	١٢٠٠
٦٠ - ٥٠	١٤	٥٥	صفر	صفر	صفر
٧٠ - ٦٠	٩	٦٥	١٠	٩٠	٩٠٠
٨٠ - ٧٠	٣	٧٥	٢٠	٦٠	١٢٠٠
٩٠ - ٨٠	٢	٨٥	٣٠	٦٠	١٨٠٠
	٥٠		٢٦٠٠	١٥٠ -	١١١٠٠

$$K = \frac{[1 - \text{مج ك د} - 2(\text{مج ك د})]}{N}$$

$$213 = \frac{[1 - 2(150) - 11100]}{50}$$

$$\sigma = \sqrt{213} = 14,595$$

(ج) الطريقة القصيرة :

ويتم فيها استخدام الخاصية رقم (٣) حيث يتم تحويل المتغير س إلي

متغير آخر

$$D = (S - 1) / L$$

وهذه الطريقة يفضل استخدامها في حالة الفئات المنتظمة حيث تكون قيمة أ هي

أحد مراكز الفئات ، وقيمة ل هي طول الفئة . وبذلك نحصل علي متغير ذ
يسهل التعامل معه حيث يأخذ القيم :

... ، ٣- ، ٢- ، ١- ، صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

وتكون قيمة σ^2 = σ^2 ل

= (طول الفئة) σ^2

تطبيق (١٠-١٠):

أوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب
الواردة بالجدول (٥-٢) باستخدام الطريقة القصيرة
باعتبار أ = ٥٥ ، ل = طول الفئة = ١٠ يكون الحل كما يلي :

الفئات	ك	س	د	ك د	
٣٠ - ٢٠	٤	٢٥	٣٠-	١٢-	٣٦
٤٠ - ٣٠	٦	٣٥	٢٠-	١٢-	٢٤
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	١٠-	١٢-	١٢
٦٠ - ٥٠	١٤	٥٥	صفر	صفر	صفر
٧٠ - ٦٠	٩	٦٥	١٠	٩	٩
٨٠ - ٧٠	٣	٧٥	٢٠	٦	١٢
٩٠ - ٨٠	٢	٨٥	٣٠	٦	١٨
	٥٠		٢٦٠٠	١٥-	١١١

٢٦ س = ١ [مج ك د ٢ - (مج ك د ٢)]

ن

ن

$$2,13 = \frac{[2(15) - 111]}{50} =$$

$$\sigma_s^2 = \sigma_d^2$$

$$213 = (2,13) 2(10) =$$

$$14,090 = 213 \sqrt{\sigma} = \sigma$$

٦-١٠ معامل الاختلاف (C.V.)

إن معنوية مقدار الانحراف المعياري المستخرج لمتغير ما يعتمد علي قيم هذا المتغير . ولتوضيح ذلك نفترض أننا بصدد قياس أوزان طلبة المرحلتين الابتدائية والثانوية ، وكانت النتائج كما يلي :

الانحراف المعياري	متوسط الحسابي
طلبة المرحلة الابتدائية	١٠ كجم
طلبة المرحلة الثانية	١٠ كجم
	٤٠ كجم
	٧٠ كجم

فمعنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الابتدائية تزيد عن معنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الثانوية . أي أننا لا نستطيع القول أن التشتت واحد في الحالتين حيث يختلف مقدار المتوسط الحسابي (أو قيم المتغير) .

ولتخلص قيم الانحراف المعياري من أثر هذا الخلاف في قيم المتغير

فإننا نقوم بنسبة مقدار الانحراف المعياري إلى المتوسط ، ويسمى ذلك المقياس الهام معامل الاختلاف ، أي أن

$$\sigma / \bar{x} = \text{م.أ.} \quad (10-11)$$

وأحياناً يضرب الرقم في ١٠٠ لنحصل عليه كنسبة مئوية .

وبحساب معامل الاختلاف لأوزان الطلبة أعلاه نجد أن :

$$\text{في المرحلة الابتدائية} = \frac{10}{40} = 0,25$$

$$\text{في المرحلة الثانوية} = \frac{10}{70} = 0,14$$

ومن ذلك يتضح أن التشتت في الأوزان أكبر بين طلاب المرحلة الابتدائية .

ويمكن عن طريق معامل الاختلاف مقارنة التشتت بين الظواهر المختلفة ، حيث تختلف وحدات القياس . وذلك لأن معامل الاختلاف يخلص قيم الظاهرة من وحدة القياس . فإذا كنا بصدد قياس أوزان وأطوال طلاب المرحلة الابتدائية، وكانت النتائج كما يلي :

الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي
الأوزان ١٠ كجم	٤٠ كجم
الأطوال ١٤ كجم	٤٠ كجم

فإننا لا نستطيع القول استناداً إلى الانحراف المعياري وحده بأن التشتت في الأطوال أكبر من التشتت في الأوزان ، وذلك لاختلاف وحدات القياس (بالإضافة إلى اختلاف المتوسطات) ويصبح من الضرورة استخدام معامل الاختلاف لأغراض المقارنة ، كما يلي :

$$\text{م. أ للأوزان} = 40/10 = 4.0$$

$$\text{م. أ للأطوال} = 140/14 = 10.0$$

وعلى ذلك نستطيع القول بأن التشتت في الأوزان أكبر من التشتت في الأطوال.

تطبيق (١٠-١١):

لغرض تقييم احدي طرق التعليم الحديثة ، أجري اختبار لمجموعتين من الطلاب ، المجموعة الأولى ، تم تعليمها حسب الطريقة التقليدية ، والمجموعة الثانية تم تعليمها حسب الطريقة الحديثة . وكانت نتائج درجات الاختبار كما يلي ، والمطلوب التعليق عليها .

الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	
٨	٦٠	المجموعة الأولى
١٥	٧٥	المجموعة الثانية

من الواضح أن الطريقة الحديثة أدت إلى زيادة القدرة على التحصيل العلمي ، وبحساب معامل الاختلاف نجد أنه

$$\text{في المجموعة الأولى} = 60/8 = 7.5$$

$$\text{في المجموعة الثانية} = 75/15 = 5.0$$

أي أن الطريقة الحديثة رغم أنها أدت إلى زيادة القدرة علي التحصيل فإنها أدت إلى زيادة التشتت في المستوي العلمي للطلاب .

١٠-٧ دليل الاختلاف الكيفي:

(I.Q.V.): (Index of Qualitative variation)

المقاييس السابقة للتشتت يمكن استخدامها في حالة المتغيرات الكمية فقط. أما إذا كنا بصدد قياس التشتت أو الاختلافات في المتغيرات الكيفية فإنه توجد مجموعة من المقاييس المعدة لهذا الغرض ، نعرض ما نراه أهم هذه المقاييس وهو ما نطلق عليه دليل الاختلاف الكيفي (د. أ .) ويستخدم هذا المؤشر علي سبيل المثال لقياس الاختلافات في الحالة الاجتماعية (متزوج - أعزب - أرمل - مطلق) والجنسية (مصري - سعودي - اميركي - ...) ، نوع الجريمة (قتل - سرقة - رشوة - ...) ، الديانة (مسلم - مسيحي - يهودي) ، الوظيفة (إداري - فني - كتابي ...) الخ .

كما يمكن استخدام هذا المؤشر لقياس التشتت للمتغيرات التي يمكن ترتيبها كما في حالة تقديرات الطلاب مثلاً علي أساس (ممتاز - جيد - جيد جداً ..) والحالة الاجتماعية والاقتصادية (ممتازة - متوسط - ..) الخ .

غير أنه في مثل هذه الحالات فإن هذا الدليل لا يأخذ الترتيب في الاعتبار .

ولتوضيح مفهوم هذا المقياس نفرض المجموعات الأربع التالية وكل منها يمثل

مجموعة من ستة أشخاص مختلفي الجنسيات - ونود قياس الاختلاف أو
التشتت بينهم من ناحية الجنسية .

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة	المجموعة الرابعة
٦ مصري	٥	٣	٢
٠ سعودي	١	٢	٢
٠ عراقي	٠	١	٢
٦	٦	٦	٦

من الواضح أن المجموعة الأولى تمثل حالة من التجانس التام أو عدم وجود تشتت من حيث الجنسية ، حيث أن كل أفراد المجموعة من جنسية واحدة (مصري) . وفي المجموعة الثانية بدأ يظهر شيء من الاختلاف يمكن قياسه رقمياً باعتبار وجود خمس حالات اختلاف حيث أن كل شخص مصري يختلف عن الشخص السعودي من حيث الجنسية . وفي المجموعة الثالثة بدأ التشتت يتزايد داخل المجموعة ويمكن قياسه بعد حالات الخلاف كما يلي :

ثلاثة مصريين يختلفون عن ثلاثة آخرين فيكون عدد حالات الخلاف $3 \times 3 = 9$ ؛ كما يوجد شخصان سعوديان يختلفان عن العراقي أي عدد حالات الخلاف $2 \times 1 = 2$ ؛ ويكون مجموعة حالات الخلاف في المجموعة الثالثة هي ١١ حالة وفي المجموعة الرابعة زاد التشتت إلي أقصاه حيث تكون عدد حالات الخلاف كما يلي :

٢ مصري يختلفون عن ٤ من جنسيات اخري ($2 \times 4 = 8$)

٢ سعودي يختلفون عن ٢ عراقي (٢ × ٢ = ٤)

وتكون عدد حالات الخلاف الكلية = ١٢

وبتلخيص ما سبق نجد أن عدد حالات الخلاف في المجموعات الأربع كما يلي:

صفر ، ٥ ، ١١ ، ١٢

هذا هو ما يجري عند استخدام (د . أ .) غير أنه يتم القسمة دائماً علي عدد

حالات الاختلاف القصوى ، أي أن

$$\text{د . أ} = \frac{\text{عدد الاختلافات الفعلية}}{\text{عدد الاختلافات القصوى}}$$

وعليه تصبح المقادير اعلاه كما يلي صفر ، ٥ ، ١١ ، ١ للمجموعات الأربع

علي التوالي .

وبذلك تنحصر قيمته دائماً بين الصفر والواحد الصحيح .

ولعرض الصيغة العامة لحساب هذا المؤشر نفرض أن المتغير مصنف الي

عدد من التصنيفات أو الفئات قدره م ، وهي ك ١ ، ك ٢ ، ... ، ك م .

ومجموعها مـ ك = ن .

عدد الاختلافات الفعلية (خ) = مـ ك ر ك ل حيث ر أصغر من ل أي

يتم جمع حاصل ضرب كل تكرار في الآخر دون تكرار

$$\text{عدد الاختلافات القصوي} = \frac{1}{2} \text{ م (م - ١) } (\text{ن})$$

$$\frac{2}{\text{م}}$$

ويمكن عرضها أيضاً علي الصورة : $\frac{2}{\text{ن}} / \frac{2}{\text{م (م - ١)}}$

وتكون الصيغة النهائية كما يلي :

(١٢-١٠)

$$م. أ. = ٢م خ$$

ن ٢ (م-١)

ويلاحظ أن (د . أ .) يمكن حسابه باستخدام التكرار الأصلي كما يمكن استخدام التكرار النسبي .

تطبيق (١٢-١٠):

في دراسة لقياس درجة التخصص وتقسيم العمل في احدي المجتمعات تم تصنيف المهن كما هم موضح بالتوزيع التكراري التالي .
والمطلوب : قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

المهن	عمال عاديون	عمال مهرة	فنيون	أخري
التكرار %	٥٠	٢٠	٢٠	١٠

الحل:

$$خ = ٥٠ (١٠ + ٢٠ + ٢٠) + ٢٠ (٣٠) + ٢٠ (١٠) = ٣٣٠٠$$

$$د. أ. = \frac{(٣٣٠٠)٢}{(٤)} = ٠,٨٨$$

$$(٣)٢(١٠٠)$$

تطبيق (١٣-١٠):

التوزيع التكراري التالي يمثل الحالة الاجتماعية لمستخدمي احدي الشركات والمطلوب قياس التشتت بين المجموعة .

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	أرمل	مطلق
التكرار	٢٧	٩٨	١٢	٥

الحل:

$$\text{خ} = \text{محر ك ر ك ل} = 27 = (5 + 12 + 98) + (5 + 12) + 12$$

$$(5) = 4831$$

$$\text{د.أ} = 2 \text{ م مح ك ر ك ل} = \frac{(2)(4)(4831)}{(1-4)2(142)} = 0.639$$

تطبيق (١٠-١٤):

فيما يلي بيان بالنسب المئوية لتوزيع الاشخاص حسب الديانة في مدينتي والمطلوب بيان ايهما اكثر تشتتاً .

الديانة	مدينة (أ)	مدينة (ب)
مسلم	٨٥	٦٠
مسيحي	١٠	٣٠
يهودي	٥	١٠

الحل:

$$\text{مدينة (أ) خ} = \text{محر ك ر ك ل} = 85 = (10 + 5) + 10 = 1325$$

$$\text{د.أ} = 2 \text{ م خ} = \frac{(3)(1325)}{(1-2)2(100)} = 0.398$$

$$\text{مدينة (ب) : خ} = \text{محر ك ر ك ل} = 60 = (40 + 30) + 10 = 2700$$

$$\text{د.أ} = 2 \text{ م خ} = \frac{(3)(2700)}{(1-2)2(100)} = 0.810$$

أي أن التشتت في المدينة (ب) اكبر منه في المدينة (أ) .

١٠-٨ تطبيقات متنوعة

تطبيق (١٠-١٥):

التوزيع التكراري التالي يمثل العدد اليومي للطلاب المترددين علي احدي المكتبات وذلك خلال فترة معينة والمطلوب إيجاد المدى والانحراف الربيعي والانحراف المعياري .

عدد المترددين في اليوم	٢٠ - ٤٠	٤٠ - ٦٠	٦٠ - ١٠٠	١٠٠ - ١٦٠	١٦٠ - ٢٠٠
التكرار	١٠	٥٠	٨٠	٤٠	٢٠

الحل:

$$\text{المدى} = ٢٠ - ٢٠٠ = ١٨٠$$

$$\text{الربيع الأول} = ٤٠ + \frac{٢٠ \times ١٠٠ - ٥٠}{٥٠} = ٥٦$$

$$\text{الربيع الثالث} = ١٠٠ + \frac{٦٠ \times ١٤٠ - ١٥٠}{٤٠} = ١١٥$$

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{١١٥ - ٥٦}{٢} = ٢٩,٥$$

$$\text{التباين} = ٢٥ = ١٧٥٠$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \text{جزر } ١٧٥٠ = ٤١,٨٣٣$$

تطبيق (١٠-١٦):

أوجد الانحراف الربيعي ومعامل الاختلاف للتوزيع التكراري التالي :

أعمار المستخدمين	- ٢٥	- ٣٠	- ٣٥	- ٤٠	- ٤٥	- ٥٠	٦٠ - ٥٥
العدد	٨	١٠	١٥	٧	٥	٣	٢

$$\text{ترتيب } ١ = \frac{١ - (٥٠)}{٤} = ١٢,٥ \text{ ترتيب } ٢ = ٣٧,٥$$

$$\text{ر } ١ = ٣٠ + \frac{٨ - ١٢,٥}{١٠} (٥) = ٤٣,٢$$

$$\text{ر } ٣ = ٤٠ + \frac{٣٣ - ٣٧,٥}{٧} (٥) = ٤٣,٢$$

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{٣٢,٢ - ٤٣,٢}{٢} = ٥,٥$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{٧,٩٦}{٣٨,٣} = ٠,٢٠٨ = \frac{٦}{٣٨,٣}$$

تطبيق (١٠-١٧):

البيان التالي يوضح عدد الجرائم التي تمت في احدي المدن خلال عام وتوزيعها حسب نوع الجريمة . أوجد دليل الاختلاف الكيفي .

نوع الجريمة	سطو	سرقة سيارات	سرقة	خطف	قتل
التكرار	٤٧	١٤	٤٨	٧	٥

الحل:

$$\text{خ} = \text{محدك رك ل} = ٤٧ + (٧٤) + ١٤ + (٦٠) + ٤٨ + (١٢) + ٧ + (٥) = ٤٩٢٩$$

$$\text{د.أ} = \frac{(٥)(٤٩٢٩)}{٢} = ١٢١٩,٨٤٢$$

$$(٤) ٢(١٢١)$$

تطبيق (١٠-١٨):

القيم الموضح أدناه تمثل أجور عينة من العمال (ألف ريال) في احدي الصناعات .

والمطلوب :

ايجاد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة

١ ، ٥ ، ٢ ، ٣ ، ٤

الحل:

س	
٤	١٦
٣	٩
٢	٤
٥	٢٥
١	١
١٥	٥٥

$$\bar{s} = \frac{15}{5} = 3$$

٥

$$\sigma = \frac{1}{5} [\frac{2(15)}{5} - 55] = 2$$

$$\sigma = 2 \text{ جزر} = 1,414$$

تطبيق (١٠-١٩):

الأرقام الموضحة أدناه تمثل عدد الأولاد في الأسرة وذلك في عينة من الأسر .
والمطلوب : ايجاد التباين .

٣، ٢، ٤، ١، ٥

الحل:

س	
٣	٩
٢	٤
٤	١٦
١	١
٥	٢٥
١٥	٥٥

$$\sigma = \frac{1}{5} [\frac{2(15)}{5} - 55] = 2$$

٥ ٥

تطبيق (١٠-٢٠):

- المطلوب قياس التشتت بين الطبقات في المجتمع أدناه .

الطبقة	ممتاز	جيد	متوسط
عدد الاشخاص (ألف)	٢	١٠	٢٠

الحل:

$$x = 2 = (20 + 10) \cdot 2 + (10) \cdot 10 = 260$$

$$d. a = \frac{(2)(260)(3)}{(2)(32)} = 0.762$$

$$(2)(32)$$

تطبيق (١٠-٢١):

التوزيع التكراري التالي يعرض مدة الإعارة الفعلية للكتاب في احدي المكتبات العامة .

المطلوب :

- ايجاد الربيع الأول والربيع الثالث .

- ايجاد الانحراف الربيعي .

مدة الإعارة (يوم)	٣ - ١	٩ - ٣	٢١ - ٩	٣١ - ٢١	٥٠ - ٣١
عدد المراجع %	١٠	٣٠	٥٠	٧	٣

الحل:

التكرار الصاعد	عدد المراجع %	مدة الإعارة
١٠	١٠	٣ - ١
٤٠	٣٠	٩ - ٣
٩٠	٥٠	٢١ - ٩
٩٧	٧	٣١ - ٢١
١٠٠	٣	٥٠ - ٣١
	١٠٠	

$$\text{ترتيب ر} = \frac{١}{٤} = (١٠٠) \quad ٢٥ =$$

$$\text{ترتيب ر} = \frac{٣}{٤} = (١٠٠) \quad ٧٥ =$$

$$\text{ر} = \frac{٦ \times ١٠ - ٢٥}{٣٠} + ٣ = ١$$

$$\text{ر} = \frac{١٢ \times ٤٠ - ٧٥}{٥٠} + ٩ = ٣$$

$$\text{ح} = \frac{٦ - ١٧,٤}{٢} = ٥,٧$$

تطبيق (٢٢-١٠):

البيان التالي يوضح توزيع السكان حسب فصيلة الدم .

والمطلوب :

قياس التشنت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

فصيلة الدم	أ	ب	أب	و
عدد السكان %	٤٠	٢٠	١٠	٣٠

الحل:

$$\begin{aligned} \text{خ} &= ٤٠ (٣٠ + ١٠ + ٢٠) + ٢٠ (٣٠ + ١٠) + ١٠ (٣٠) = ٣٥٠٠ \\ \text{د. أ} &= \frac{٢ (٣٥٠٠) (٤)}{(٣) ٢ (١٠٠)} = ٠,٩٣٣ \end{aligned}$$

تطبيق (١٠-٢٣):

في دراسة لقياس درجة التخصص وتقسيم العمل في احدي المجتمعات تم تصنيف المهن كما هم موضح بالتوزيع التكراري التالي .

والمطلوب :

قياس التشنت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

المهن	عمال عاديون	عمال مهرة	فنيون	أخري
التكرار %	٥٠	٢٠	٢٠	١٠

الحل:

$$\begin{aligned} \text{خ} &= ٥٠ (١٠ + ٢٠ + ٢٠) + ٢٠ (٣٠) + ٢٠ (١٠) = ٣٣٠٠ \\ \text{د. أ} &= \frac{٢ (٣٣٠٠) (٤)}{(٣) ٢ (١٠٠)} = ٠,٨٨ \end{aligned}$$

تطبيق (١٠-٢٤):

البيان التالي يوضح رصيد المكتبة في احدي المكتبات المتخصصة موزعاً حسب اللغة .
والمطلوب :

قياس التنسنت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

اللغة	عربي	إنجليزي	فرنسي	ألماني
عدد الكتب %	٢٥	٥٠	١٥	١٠

الحل:

$$ح = ٢٥ + (٧٥) + (٥٠) (٢٥) + (١٥) (١٠) = ٣٢٧٥$$

$$د.أ = ٠.٨٧ = \frac{٢(٣٢٧٥)(٤)}{(١٠٠)٢(٣)} = \frac{٢(٣٢٧٥)(٤)}{(١٠٠)٢(٣)}$$

تطبيق (١٠-٢٥):

المطلوب قياس التنسنت (التنوع) في اللغة في المجموعة المكتبية التالية، والتي تخص احدي المكتبات .

لغة الكتاب	عربي	إنجليزي	فرنسي	أخري
عدد الكتب	٥٠	٣٠	١٠	١٠

الحل:

$$خ = ٥٠ + (٥٠) + (٣٠) (٢٠) + (١٠) + (١٠) = ٣٢٠٠$$

$$د.أ = ٠.٨٥ = \frac{٢(٣٢٠٠)(٤)}{(١٠٠)٢(٤)} = \frac{٢(٣٢٠٠)(٤)}{(١٠٠)٢(٤)}$$

الفصل الحادي عشر

مقاييس المركز النسبي

Relative Position

١-١١ الأهمية

٢-١١ الرتبة المئينية

٣-١١ الدرجة المعيارية

٤-١١ الدرجة المعيارية المعدلة

٥-١١ تطبيقات متنوعة

الفصل الحادي عشر

مقاييس المركز النسبي

Measures of Relative Position

١١-١ الأهمية

إن القيم الخام في حد ذاتها لا تتضمن معنى كاف للإفصاح عن حقيقتها ومركزها كما أنها في كثير من الأحيان لا تصلح لأغراض المقارنات أو لأغراض دمجها مع مثيلاتها من القيم الأخرى . فيفرض أن أحد الطلبة حصل علي ٦٠ درجة في اختبار الإحصاء ، فكيف يكون حكمنا علي مستوي هذا الطالب إذا علمنا أن درجة الاختبار من مائة ؟ هل نستطيع القول أن مستواه عال - متوسط - منخفض ؟ في الحقيقة لا نستطيع . قد يكون الاختبار صعباً إلي درجة كبيرة وأن هذا الطالب قد حصل علي اعلي درجة ، وبذلك يمكن القول أن مستوي هذا الطالب عال ، وبالعكس قد يكون الاختبار سهلاً للغاية ، وقد تكون هذه الدرجة أقل الدرجات ، وبذلك يمكن القول أن مستوي هذا الطالب منخفضاً . أي أن القيم الخام يحسن الحكم عليها في ضوء مركزها النسبي من المجموعة التي تنتمي إليها .

ونعرض فيما يلي لنوعين من المقاييس الاحصائية التي تستخدم لتحديد المراكز النسبية للقيم وهما الرتبة المئينية والدرجة المعيارية .

١١-٢ الرتبة المئينية Percentile Rank

عند ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً يمكن استخدام الرتب لبيان المركز النسبي لهذه القيم ، علي أنه لأغراض المقارنات وزيادة الايضاح فإنه يفضل عرض هذه الرتب كنسب مئوية ، وتعرف الرتبة المئينية لقيمة معينة في مجموعة معينة بالنسبة المئوية لعدد القيم الأقل منها ، وتحسب بالصيغة التالية :

$$[س] = \frac{100}{ن} (رتبة س - ٠,٥) \quad (١-١١)$$

حيث : [س] الرتبة المئينية للقيمة س

ن عدد القيم في المجموعة

رتبة س تحدد علي أساس ترتيب القيم تصاعدياً . وفي حالة وجود قيود أي تكرار في بعض القيم ، تحسب الرتبة علي أساس متوسط رتب هذه القيم . أما بالنسبة للبيانات المبوبة ، يمكن الحصول علي هذه الرتب بسهولة وذلك برسم المضلع (أو المنحني) التكراري المتجمع الصاعد - وذلك بعد تحويل التكرارات إلي تكرارات نسبية . كما أنه يمكن استخدام الصيغة التالية مباشرة.

$$[س] = \frac{100}{ن} [ك.ص.س + \frac{س - ب}{ل} \times ك] \quad (٢-١١)$$

حيث : ك.ص.س = التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة التي تحوي س

ب = بداية الفئة

ل = طول الفئة

ك = تكرار الفئة

تطبيق (١١-١):

للتوزيع التكراري الموضح أدناه ، أوجد الرتبة المئينية المقابلة للدرجة ٧٧

(أ) عن طريق الرسم

(ب) باستخدام الصيغة الحسابية

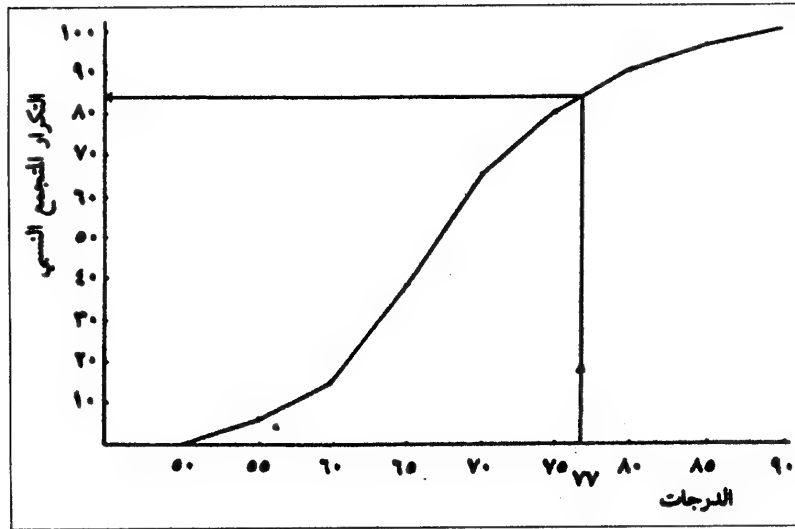
الحل :

(أ) عن طريق الرسم :

نبدأ بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ثم التكرار النسبي ومن الرسم أدناه نجد

أن نسبة التكرار المناظرة للدرجة ٧٧ هي ٨٤ تقريباً وهي الرتبة المئينية

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد	التكرار الصاعد النسبي
٥٠ - ٥٥	١٠	١٠	٥
٥٥ - ٦٠	٢٠	٣٠	١٥
٦٠ - ٦٥	٤٦	٧٦	٣٨
٦٥ - ٧٠	٥٤	١٣٠	٦٥
٧٠ - ٧٥	٣٠	١٦٠	٨٠
٧٥ - ٨٠	٢٠	١٨٠	٩٠
٨٠ - ٨٥	١٢	١٩٢	٩٦
٨٥ - ٩٠	٨	٢٠٠	١٠٠
	٢٠٠		



(ب) باستخدام الصيغة الحسابية:

$$84 = \left[(20) \frac{75 - 77}{0} + 160 \right] \frac{100}{200} = [77]$$

بإيجاد الرتب المئينية يتم تحويل القيم الخام (سواء كانت رقمية أو غير رقمية ويمكن ترتيبها) إلى أخرى حتى يمكن فهمها وتفسيرها ، كما يمكن استخدامها لغرض المقارنات مع غيرها من القيم. ويعاب على الرتب المئينية أنها لا تعتبر مقياساً أو تدرجاً له وحدات متساوية ، وبالتالي فإنه لا يمكن جمعها (أو إيجاد متوسط مجموعة من الدرجات مثلاً) - وأخيراً فإن الرتبة المئينية توضح لنا المركز النسبي للقيمة الخام في ضوء مجموعة معينة من القيم ويجب تفسيرها في ضوء ذلك .

١١-٣ الدرجة المعيارية Standard Score

تعتبر الدرجة المعيارية من أهم مقاييس المركز النسبي ، وهي تعبر عن بعد الدرجة الخام عن المتوسط الحسابي للمجموعة ، ويقاس هذا البعد بوحدات من الانحراف المعياري . ويتم حساب الدرجة المعيارية S_z لاي قيمة S في المجموعة كما يلي :

$$S_z = \frac{S - S_{\text{متوسط}}}{\sigma} \quad (١١-٣)$$

وهذه القيم المعيارية تمكننا من تفهم طبيعة القيم الخام ، ومقارنتها كما انها تقدم مقياسا او تدرجا له وحدات متساوية ، وبالتالي فإنه يمكن جمع مجموعة من درجات الطالب مثلا.

وكما تحدثنا بالنسبة للرتبة المئينية فإن الدرجة المعيارية لقيمة ما تعبر كذلك عن مركزها النسبي في ضوء مجموعة معينة من القيم.

ومن أهم خصائص الدرجات المعيارية أن متوسطها الحسابي يساوي صفر وانحرافها المعياري يساوي واحد.

تطبيق (١١-٢):

في أي المادتين يكون مستوى الطالب أفضل :

الإحصاء	الاجتماع	
٦٠	٧٠	درجة الطالب
٥٤	٦٥	المتوسط الحسابى لدرجات الطلبة
٢	٢,٥	الانحراف المعياري

الحل:

$$\text{الدرجة المعيارية لدرجة الاحصاء} = \frac{٥٤ - ٦٠}{٢} = ٣$$

$$\text{الدرجة المعيارية لدرجة الاجتماع} = \frac{٦٥ - ٧٠}{٢,٥} = ٢$$

وبالتالى يعتبر مستواه فى الاحصاء أفضل من مستواه فى الاجتماع حيث ان درجته فى الاجتماع تبعد بدرجتين فقط عن متوسط الطلبة ، بينما فى الإحصاء يبعد بثلاث درجات .

تطبيق (١١-٣):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية :

٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨

الحل:

س	س ^٢	س̄
٢	٤	١,٥-
٣	٩	١-
٤	١٦	٠,٥-
٥	٢٥	صفر
٦	٣٦	٠,٥
٧	٤٩	١
٨	٦٤	١,٥
٣٥	٢٠٣	

$$\text{س}^- = \frac{\text{مجم س}}{\text{ن}} = \frac{٣٥}{٧} = ٥$$

$$\sigma = ٢$$

$$\text{س}^- = \frac{\text{س}^- - \text{س}^-}{\sigma}$$

وعلى سبيل المثال تكون الدرجة المعيارية لقيمة س = ٢ كما يلي :

$$\text{س}^- = \frac{٥ - ٢}{٢} = \frac{٣ - ٢}{٢} = ١,٥-$$

وتكون الدرجة المعيارية للقيمة ٣ كما يلي :

$$س = \frac{٥-٣}{٢} = \frac{٢-١}{٢}$$

وهكذا يتم حساب الدرجات المعيارية لباقي القيم (ويمكنك التحقق من ان متوسطها يساوى صفرا وان انحرافها المعيارى يساوى واحد صحيح).

١١-٤ الدرجة المعيارية المعدلة

يلاحظ على الدرجات المعيارية انها تتضمن بالضرورة بعض القيم السالبة . وهذه الامور غير مرغوب فيها ويصعب تفهمها خاصة بالنسبة للقارئ العادى وللتخلص من هذه الامور يتم تحويل الدرجات المعيارية إلى درجات معيارية أخرى ؛ وهى على أى حال كثيرة ومتعددة، ويمكن إنشائها بصيغة التحويل التالية :

$$ص = أ + ب س \quad (١١-٤)$$

حيث : ص = هى الدرجة المعيارية المعدلة.

أ = المتوسط الحسابى المرغوب فيه للقيم الجديدة .

ب = الانحراف المعيارى المرغوب فيه للقيم الجديدة.

تطبيق (١١-٤):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها

المعيارى يساوى ١٠

٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨

الحل:

نبدأ أولاً بإيجاد الدرجات المعيارية S_z وهذه تم الحصول عليها بالمثل السابق،
ثم نفوض في الصيغة الموضحة أعلاه ، كما هو موضح فيما يلي:

س	S_z	ص = $10 + 10 S_z$
٢	-١,٥	٣٥
٣	-١,٤	٤٠
٤	-٠,٥	٤٥
٥	صفر	٥٠
٦	٠,٥	٥٥
٧	١	٦٠
٨	١,٥	٦٥

* ملحوظة : يمكنك التحقق من أن قيم ص متوسطها يساوي ٥٠ وانحرافها
المعياري يساوي ١٠ .

١١-٥ تطبيقات مختلفة

تطبيق (١١-٥):

المطلوب تعيين الطالب المثالي (الحاصل على أفضل تقدير) وذلك من أوئل
المستويات المختلفة ، في إحدى الكليات باستخدام البيانات التالية :

المستوى الدراسى	الاول	الثانى	الثالث	الرابع
معدل الطالب الاول	٩٢	٩٠	٨٨	٨٧
متوسط درجات الطلبة س -	٦٢	٦٦	٦٨	٦٩
الانحراف المعياري	١٠	٦	٤	٣
الحل:				

الدرجة المعيارية س = ٣ ٤ ٥ ٦

حيث س كما وردت بالصيغة (٣-١١)

وبذلك يكون الطالب المثالى هو اول المستوى الرابع .

تطبيق (٦-١١):

فى مادة الاحصاء حصل أحد الطلاب على ٨٠ درجة فى احد الاختبارات وعلى ٧٥ درجة فى اختبار اخر . فهل يعنى ذلك أن مستواه قد انخفض ؟
اجب فى ضوء البيانات التالية :

المتوسط الحسابى	النتاين
٧٠	١٦
٦٦	٩

الحل:

يمكن القول ان مستواه قد ارتفع حيث ان درجاته المعيارية هى ٢,٥ ؛ ٣ على الترتيب .

تطبيق (٧-١١)

البيان التالي يعرض درجات ثلاث اختبارات اجريت لخمس طلاب .
اوجد متوسط درجة كل طالب بعد تحويل الدرجات الى درجات معيارية .

الطالب	اختبار أ	اختبار ب	اختبار ج
١	١٠٠	٧٥	٥٣
٢	٩٠	٨٠	٥٧
٣	٧٠	٦٠	٥٥
٤	٥٠	٥٠	٤٥
٥	٤٠	٤٥	٥٠

الحل:

نبدأ بإيجاد المتوسط الحسابي وكذا الانحراف المعياري لكل اختبار من الاختبارات الثلاث . وهي كما يلي :

المتوسط : ٧٠، ٦٢، ٥٢

النحراف المعياري : ٢٢، ٨ ، ١٣، ٦٤ ، ٤، ٢

ويتطبيق الصيغة الخاصة بالدرجة المعيارية ، $S = \frac{S - \bar{S}}{\sigma}$ نحصل على

القيم الموضحة بالجدول ادناه. وعلى سبيل المثال:

$$\text{الدرجة المعيارية للطالب رقم (١) في المادة أ} = \frac{٧٠ - ١٠٠}{٢٢,٨} = ١,٣١٦$$

$$\text{الدرجة المعيارية للطالب رقم (٤) في المادة ب} = \frac{٦٢ - ٥٠}{١٣,٦٤} = ٠,٨٨٠$$

اختبار أ	اختبار ب	اختبار ج	المتوسط
١	١,٣١٦	٠,٨٣٥	٠,٨٣٥
٢	٠,٨٧٧	١,٣٢٠	١,١٢٩
٣	صفر	٠,١٤٧-	٠,٧١٤
٤	٠,٨٧٧-	٠,٨٨٠-	١,٦٦٦-
٥	١,٣١٦-	١,٢٤٦-	٠,٤٧٦-

تطبيق (١١-٨):

٧- حول القيم التالية الى درجات معيارية، ثمالي درجات معيارية متوسطها

٥٠٠ وانحرافها المعياري ١٠٠

٢٠ ، ١٤ ، ١٢ ، ٦

الحل:

$$س = ١٣ ، ٦ = ٥$$

الدرجات المعيارية : $س - س = س - س$ وتكون كما يلي :

σ

١,٤- ، ٠,٢- ، ١,٤-

الدرجة المعيارية المعدلة : $ص = ٥٠٠ + ١٠٠ س$ وتكون الدرجات كما يلي :

٦٤٠ ، ٥٢٠ ، ٤٨٠ ، ٣٦٠

تطبيق (١١-٩):

البيان التالي يوضح درجات عشرين طالبا ، والمطلوب تحديد الرتب المئوية

المناظرة للدرجات ٨ ، ٧ ، ٤

الرتب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الدرجة	٢	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٥	٥	٦
الترتيب	١١	٦	٧	٧	٨	٨	٨	٩	٩	١٠

الحل:

$$\text{الرتب المئينية للدرجة ٥} = \frac{\text{رتبة ٥} - \text{رتبة ٤}}{٢} \times ١٠٠$$

$$\text{الرتبة المئينية للدرجة ٤} = \frac{٦ - ٥}{٢} \times ١٠٠ = ٥٠$$

$$\text{متوسط رتبة الدرجة ٧} = \frac{١٢ + ١٣}{٢} = ١٢,٥$$

$$\text{الرتبة المئينية للدرجة ٧} = \frac{١٢,٥ - ١٢}{٢} \times ١٠٠ = ٢٥$$

$$\text{متوسط رتب الدرجة ٨} = \frac{١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧}{٤} = ١٥,٥$$

$$\text{الرتب المئينية للدرجة ٨} = \frac{١٥,٥ - ١٥}{٢} \times ١٠٠ = ٢٥$$

تطبيق (١١-١٠):

فيما يلي درجات احد الطلاب فى المواد المقررة ، وكذا المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى بكل مادة. والطلوب تقييم تحصيل الطالب فى المواد المختلفة بترتيبها حسب مستواه :

المادة	الدرجة الخام	المتوسط الحسابى	الانحراف المعيارى
احصاء	٧٥	٦٩	٣
إجتماع	٨٥	٧٥	٧
علم نفس	٩٠	٨٥	٨
تربية	٨٠	٧٠	٦
لغات	٦٠	٦٤	٨

الحل:

$$\frac{\text{الدرجة المعيارية للقيمة س} - \text{س} - \text{س}^2}{\sigma}$$

من الدرجات المعيارية فى المواد المختلفة يتبين ان مستواه فى هذه المواد على الترتيب هو : الاحصاء التربية، الاجتماع، علم النفس، اللغات حيث ان الدرجات المعيارية هي ٢، ١، ٧، ٤٣، ٠، ٦٢، ٠، ٥ -

تطبيق (١١-١١):

حول القيم التالية الى درجات معيارية . ١، ٧

الحل:

$$\frac{\text{س} - \text{س}^2}{\text{س} - \text{س}^2}$$

$$\frac{٧}{٤٩} + ١$$

$$س = \frac{8}{2} = 4$$

$$9 = \left[\frac{2(8)}{2} - 50 \right] \frac{1}{2} = \{ \text{مج س } 2 - \text{مج س } 2 \} \frac{1}{2} \sigma$$

$$3 = 9 = \sigma$$

$$س = س - س = \sigma$$

$$1 - = \frac{3 -}{3} = \frac{4 - 1}{3} = 1$$

$$1 + = \frac{3}{3} = \frac{4 - 7}{3} - 7$$

تطبيق (١١-١٢):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية.

٣ ، ١ ، ١ ، ٣

الحل:

<u>س</u>	<u>س۲</u>	<u>س</u>
۱	۹	۳
۱-	۱	۱
۱-	۱	۱
۱	۱	۳
<hr/>		<hr/>
۲۰		۸

$$\text{س} = \frac{\text{س۲}}{\text{ن}} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

$$\sigma = \frac{۱}{۴} = \frac{۲(۸) - ۲۰}{۴} = ۱$$

$$\sigma = ۱ = ۱$$

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \text{س}}{\sigma}$$

الفصل الثاني عشر

الأرقام القياسية

Index Numbers

١-١٢ الأهمية

٢-١٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple

٣-١٢ الأرقام القياسية المرجحة Weighted

١-٣-١٢ رقم لاسبير Laspeyre

٢-٣-١٢ رقم باش Paasche

٤-١٢ القوة الشرائية Purchasing Power

٥-١٢ تعديل القيم Deflating Values

٦-١٢ تغيير الأساس Base Shifting

الفصل الثاني عشر

الأرقام القياسية

Index Numbers

١٣-١ الأهمية

الرقم القياسي هو مؤشر أو مقياس للتغير النسبي في متغير ما أو في مجموعة من المتغيرات في فترة معينة بالمقارنة بفترة سابقة . فمثلاً إذا كان سعر سلعة ما في سنة ١٩٧٠ هو ٥٠ ريالاً وأصبح ٩٠ ريالاً في سنة ١٩٨٠ فإن الرقم القياسي للسعر في سنة ١٩٨٠ باعتبار أن ١٩٧٠ هي سنة الأساس هو : $90 / 50 \times 100 = 180\%$

فالرقم القياسي يعرض كنسبة مئوية - علي أن علامة النسبة المئوية غالباً ما تحذف وتسمى سنة ١٩٧٠ سنة الأساس ، وسنة ١٩٨٠ سنة المقارنة .. ويوضح الرقم القياسي أن سعر السلعة زاد في سنة المقارنة ٨٠ % عما كان عليه في سنة الأساس وعموماً فإن لكل رقم قياسي فترة أساس . وفي هذا المثال فإن فترة الأساس هي سنة ١٩٧٠ . وغالباً ما يعبر عن ذلك بـ $1970 = 100$ ويتم اختيار فترة الأساس بحيث تكون فترة طبيعية مستقرة لا تتضمن ظروف غير عادية كالحروب أو الأضرابات أو الكساد أو المجاعة . وفترة الأساس قد تكون يوم معين أو منتصف شهر معين أو سنة أو عدة سنوات .

وتستخدم الأرقام القياسية لقياس التغير الذي يطرأ علي العديد من الظواهر الاقتصادية و الاجتماعية ، مثل تغيرات الأسعار ، وتغيرات القوة الشرائية للنقود ، الدخل القوي ، الاستهلاك ، الانتاج ، الصادرات ، الواردات ، البطالة ، تكاليف المعيشة ، الأجور ، أرباح الشركات ، إنتاجها ، مبيعاتها ، ... الخ. وللملائمة نكتفي بعرض الأرقام القياسية للأسعار ، حيث أن تكوين الأرقام القياسية للظواهر الأخرى كالكميات أو القيم يتم بنفس الأسلوب

١٣-٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple

في حالة قياس التغير في سعر إحدى السلع ، كما في المثال أعلاه ، فإن الرقم القياسي يتم إيجاده كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{س} ١}{\text{س} ٠} \times ١٠٠ \quad (١-١٢)$$

حيث س ١ تمثل سعر السلع في سنة المقارنة ، س. سعر السلعة في سنة الأساس ، وفي حالة قياس التغير في أسعار مجموعة من السلع فإن :

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \text{مج س} ١ / \text{مج س} ٠ \times ١٠٠ \quad (٢-١٢)$$

فإذا كان لدينا مجموعة السلع التالية :

السلعة	اسعار ١٩٧٠ (س.)	أسعار ١٩٨٠ (س ١)
لبن	٢٠	٣٠
دجاج	٥٠	٩٠
خبز	١٠	٢٠
	٨٠	١٤٠

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = 140 \times 100 = 14000$$

٨٠

وبلاحظ أن الرقم القياسي البسيط يتجاهل الأهمية النسبية للسلع ، كما أنه يتغير بتغير وحدة قياس الكمية ، فمثلا سعر اللبن الموضح يناظر كمية معينة ، فإذا ما تغيرت الكمية يتغير السعر ، وبالتالي يتغير الرقم القياسي المحسوبة .
ولذلك فإنه يفضل استخدام الأرقام القياسية المرجحة .

١٣-٣ الأرقام القياسية المرجحة Weighted

تختلف الأرقام القياسية المرجحة باختلاف الأوزان التي تستخدم في الترجيح ، وهي متعددة ، نذكر أكثرها استخداماً .

١٢-٣-١ رقم لاسبير Laspeyre

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس (ك) ، ويعرف برقم (لاسير) وصيغته كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = 100 \times \frac{\text{مجم س ١ ك}}{\text{مجم س ٠ ك}} \quad (١٢-٣)$$

١٢-٣-٢ رقم باش Paasche

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (ك ١) ، ويعرف برقم (باش) وصيغته كما يلي

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{مج س ١ ك ١}}{100 \times \text{مج س ٠ ك ١}} \quad (١٢-٤)$$

ويلاحظ ما يلي :

- ١ - لا يتأثر كلا الرقمين إذا ما تغيرت وحدة قياس الكمية ، بخلاف الحال عند حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار .
- ٢ - إن رقم لاسبير يكون واقعياً في حالة بقاء تشكيلة الكميات المستهلكة في سنة الأساس كما هي في سنة المقارنة ، وذلك ليس محتمل بصفة عامة ، حيث أن تغير الدخول والعادات ، وظهور سلع جديدة ، قد يغير من تشكيلة السلع المستهلكة ، ويعالج رقم باش هذه الحقيقة باستخدامه كميات سنة المقارنة في الترجيح .
- ٣ - رقم لاسبير يسهل تكوينه ، حيث أنه يستخدم كميات سنة الأساس دائماً في أي سنة من سنوات المقارنة ، ! أما رقم باش فإنه يصعب تكوينه ، حيث أنه يتطلب تحديد الكميات المستهلكة في كل سنة من سنوات المقارنة .

تطبيق (١٢-١):

الآتي اسعار مجموعة من السلع في عامي ١٩٧٠ ، ١٩٨٠ أوجد الرقم القياسي للأسعار باستخدام صيغة لاسبير وباستخدام صيغة باش .

السلعة	الأسعار	الكميات	
	١٩٧٠	١٩٨٠ س ١	١٩٨٠
	س.	ك.	ك
لبن	٢٠	٣٠	٢٥٠
دجاج	٥٠	٩٠	٨٠٠
خبز	١٠	٢٠	٣٠٠

الحل:

السلعة	س ١ ك.	س. ك.	س ١ ك	س. ك
لبن	٣٠٠٠	٢٠٠٠	٧٥٠٠	٥٠٠٠
دجاج	٥٤٠٠٠	٣٠٠٠٠	٧٢٠٠٠	٤٠٠٠٠
خبز	٨٠٠٠	٤٠٠٠	٦٠٠٠	٣٠٠٠
	٦٥٠٠٠	٣٦٠٠٠	٨٥٥٠٠	٤٨٠٠٠

الرقم القياسي (لاسبير) $180 = 100 \times 36000 / 65000 =$

الرقم القياسي (باش) $178 = 100 \times 48000 / 85500 =$

١٣-٤ القوة الشرائية Purchasing Power

القوة الشرائية لوحدة النقد (جنيه مثلا) تمثل قيمة الجنيه في سنة معينة بالمقارنة بسنة الأساس . ويستخدم لقياسها معكوس الرقم القياسي للأسعار . فالرقم القياسي للأسعار يمثل كمية النقود المطلوبة لشراء كمية ثابتة من السلع . ومعكوس هذا الرقم وهو القوة الشرائية يمثل كمية السلع التي يمكن شراؤها بمقدار ثابت من النقود وعلي ذلك فإن القوة الشرائية تكون منسوبة إلي فترة أساس الرقم القياسي للأسعار .

$$\text{القوة الشرائية لوحدة النقد} = \frac{100}{\text{الرقم القياسي للأسعار}} \quad (١٢-٥)$$

تطبيق (١٢-٢):

إذا كان الرقم القياسي للأسعار في احدي الدول عام ١٩٨٨ بالمقارنة بعام ١٩٧٠ هو ١٨٠ فما هي القوة الشرائية لوحدة النقد عام ١٩٨٨ .
القوة الشرائية = ١٠٠ / ١٨٠ = ٠,٥٥٥

١٢-٥ تعديل القيم Deflating Values

إن وحدات النقد تتخذ أساساً لتقييم وتثمين الأشياء والأصول والخدمات والممتلكات . ومع ذلك فقيمة النقد في تناقص مستمر مع الزمن . وعلي ذلك فإن القيم تفقد معناها الحقيقي ويصعب تفسيرها . كيف نفسر السلاسل الزمنية للدخل والأجور والانتاج والصادرات والواردات و .. إلخ . كيف نفسر قيمة أصول إحدى الشركات وهي مشتراة علي فترات زمنية تختلف فيها القوة الشرائية للنقود .

التعديل Deflation عملية يتم من خلالها تحويل القيمة علي أساس سعر العملة الجاري إلي قيمة أخرى علي أساس سعر عملة معياري Standardized

ويتم التعديل باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{القيمة المعدلة} = \text{القيمة الجارية} \times \text{القوة الشرائية} \quad (١٢-٦)$$

وتستخدم هذه المعادلة للتوصل إلي ما يسمى الدخل الحقيقي و الأجر الحقيقي والقيم الحقيقية للأصول والممتلكات والقيم الحقيقية للقروض .

تطبيق (١٢-٣):

بفرض أن متوسط الأجور ارتفع من ٢٤٠ جنيه عام ١٩٦٠ إلي ٢٦٠ جنيه عام ١٩٧٠ بينما ارتفع الرقم القياسي للأسعار في السنوات نفسها من ١٨٢ إلي ٢٠٨ وضح مدى التغير الحقيقي في مستوي الأجور .

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٦٠ = $240 \times \frac{182}{100} = 132$ جنيه

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٧٠ = $260 \times \frac{208}{100} = 125$ جنيه

أي أن الأجور الحقيقية انخفضت من ١٣٢ إلي ١٢٥ جنيه .

تطبيق (١٢-٤):

إذا علم أن مبيعات إحدى شركات المنسوجات ارتفعت من ٧٦ مليون جنيه عام ١٩٨٠ إلي ٨٢ مليون جنيه عام ١٩٨٧ - بينما ارتفع الرقم القياسي لأسعار المنسوجات في السنتين من ١٦٠ إلي ١٩٠ والمطلوب توضيح التغير الحادث في المبيعات .

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٠ = $76 \times \frac{160}{100} = 47,5$ مليون جنيه

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٧ = $82 \times \frac{190}{100} = 43,2$ مليون جنيه

أي أن المبيعات علي أساس الأسعار الجارية ، زادت بمقدار ٨٢-٦ = ٦ مليون جنيه ، بينما أن الحقيقة كما تشير إليها القيم المعدلة توضح أن المبيعات قد نقصت بمقدار ٤٧,٥ - ٤٣,٢ = ٤,٣ مليون جنيه.

١٢-٦ تغيير الأساس Base Shifting

هناك حالات كثيرة تملي علينا تغيير فترة الأساس للرقم القياسي ، ويمكن عرض أهمها فيما يلي :

(١) بمضي الوقت تصبح فترة الأساس بعيدة عن واقع المجتمع الذي نعيشه ، وبالتالي يفضل اختيار فترة قريبة نتخذ كأساس .

(٢) عند مقارنة رقمين قياسيَّان أو أكثر ، مثال ذلك مقارنة الرقم القياسي للأجور بالرقم القياسي للأسعار أو مقارنة الأسعار في عدد دول . مثل هذه المقارنات تستلزم توحيد فترة الأساس .

وبعد اتفاق علي فترة قياس جديدة ملائمة نستخدم قيم الأساس المناظرة كمقام يتم علي أساسه باقي القيم . ويمكن استخدام الصيغة التالية :

$$ق = \frac{ق \times ١٠٠}{ق}$$

(٧-١٢)

حيث ق الرقم القياسي الجديد .

ق الرقم القياسي القديم .

ق. الرقم القياسي لفترة الأساس .

تطبيق (١٢-٥):

البيان الموضح أدناه يعرض الأرقام القياسية للأجور والمطلوب تعديل هذه الأرقام باعتبار عام ١٩٨٠ أساس

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
رقم باش	١٠٠	١١٠	١٣٠	١٤٥	١٦٠

الحل:

السنة	رقم باش ١٠٠ = ١٩٧٨	رقم باش ١٠٠ = ١٩٨٠
١٩٧٨	١٠٠	٧٧
١٩٧٩	١١٠	٨٥
١٩٨٠	١٣٠	١٠٠
١٩٨١	١٤٥	١١٢
١٩٨٢	١٦٠	١٢٣

مثلا : $٧٧ = ١٠٠ \times ١٣٠ / ١٠٠$

١٣-٧ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (١٢-٦):

البيان التالي يمثل فئات العاملين بأحد المجتمعات وأجورهم في الساعة .
والمطلوب حساب الرقم القياسي للأجور لعام ١٩٨٠ بالمقارنة بعام ١٩٧٥ - وذلك
باستخدام صيغة لاسبير - صيغة باش .

صيفة لاسبير - صيفة باش .

الكمية		السعر		المواد المستخدمة
١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	
٣٠	٢٠	٤٠	٣٠	أ
٢٠	١٠	٣٠	١٠	ب
٨٠	٧٠	١٠	٥	ج
١٠٠	٨٠	٢٠	٨	د

الحل:

رقم لاسبير ٢٠١ ورقم باش ٢٠٠

تطبيق (٨-١٢):

المعلومات الموضحة بالجدول التالي تتعلق بالأسرة النموذجية في أحد المجتمعات والمطلوب إعداد الأرقام القياسية للأسعار لعام ١٩٨٠ بالمقارنة بعام ١٩٧٠ وذلك باستخدام صيفة لاسبير وباش.

الاستهلاك بالشهر		الأسعار		الأصناف
١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	
٢	٣	٤٠	٢٥	خبز
٨	١٠	٣٠	٢٠	لبن
٤	٣	١٢٥	٧٥	لحم
٣	٤	٢٠	١٥	بيض
٥	٣	٧٠	٥٠	خضروات
٢	١	٢٠	١٥	أخري

الحل:

رقم لاسبیر ۱۵۲,۴ - رقم باش ۱۵۲,۱

فصل ١٣

مقاييس الالتواء

Skewness

١-١٣ الأهمية

٢-١٣ معامل الالتواء بيرسون الأول

٣-١٣ معامل الالتواء بيرسون الثاني

٤-١٣ معامل الالتواء بولي

٥-١٣ معامل الالتواء العزم الثالث

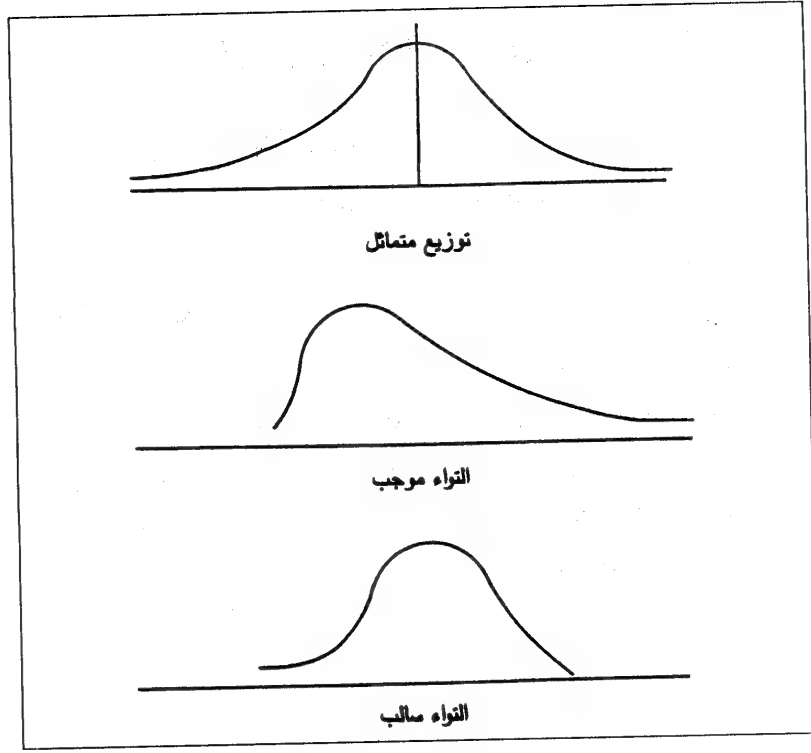
الفصل الثالث عشر

مقاييس الالتواء

Measures of Skewness

١٣-١ الأهمية

إن معرفة المتوسط والتشتت لا يكفيان لوصف التوزيعات التكرارية ومقارنتها . فقد يتساوي توزيعان في متوسطهما وفي درجة تشتتتهما ، ومع ذلك يختلفان من حيث الالتواء . والالتواء هو بعد المنحني عن التماثل ، ويعرف الالتواء بأنه موجب إذا كان ذيل التوزيع ناحية اليمين (القيم الكبيرة) ويعرف الالتواء بأنه سالب إذا كان ذيل التوزيع ناحية اليسار (القيم الصغيرة) .



والأشكال المعروضة تعطي وصفاً للمفاهيم التي تعرضنا لها ، فالتوزيع المتماثل Symmetric يعني أن القيم موزعة بتمائل حول قيمة معينة، فإذا نظرنا إلى الخط في منتصف التوزيع نجده يقسم القيم إلى مجموعتين متماثلتين ويلاحظ أنه في التوزيعات المتماثلة يتساوي كل من المتوسط الحسابي والوسيط والنوال .

أما في حالة الالتواء الموجب positive فإنه عدد أكبر من الحالات يكون أقل من المتوسط الحسابي ، وتقع علي يساره ، كما أن القيم الشاذة أو المتطرفة (الكبيرة في هذه الحالة) تقع علي يمينه . وفي حالة الالتواء السالب Negative فإن ذلك يعني أن العدد الأكبر من الحالات يقع يمين المتوسط الحسابي ، والقيم المتطرفة علي اليسار (الصغيرة في هذه الحالة).

طرق قياس الالتواء:

يمكن معرفة طبيعة الالتواء عند رسم التوزيع علي أن هناك طرق أكثر دقة وتمدنا برقم يعد مقياساً للالتواء يمكن من الوصف والمقارنة ، ونعرض فيما يلي مجموعة من الطرق المستخدمة ، وكلها تشترط أن تكون المتغيرات كمية ، وتفسر النتائج فيها كما يلي :

إذا كان الرقم صفر ، فأن ذلك يعني أن التوزيع متماثل وإذا كانت قيمته موجبة فإن ذلك يعني أن الالتواء موجب ، وإذا كانت القيمة سالبة فأن ذلك يعني أن الالتواء سالب .

١٣-٢ معامل إلتواء بيرسون الأول K. Pearson :

$$L = \frac{\sigma}{(m - \bar{s})} \quad (1-13)$$

حيث \bar{s} المتوسط الحسابي

من النوال

σ الانحراف المعياري

١٣-٣ معامل إنتواء بيرسون الثاني :

$$L = \frac{(3 - \sigma - \omega)}{\sigma} = \frac{(3 - 1 - 2)}{2} = 0$$

حيث ω هو الوسيط .
حيث σ هو المتوسط الحسابي .

١٣-٤ معامل بولي للإنتواء Bowley :

$$L = \frac{3r_3 + r_1 - 1 - 2r_2}{(3 - 1 - 3)} = \frac{3 + 1 - 1 - 2}{-1} = 1$$

حيث r_1 ، r_2 ، r_3 الربع الأول والثاني (الوسيط) والثالث علي التوالي .

١٣-٥ معامل التواء العزم الثالث :

ويعتبر من أدق مقاييس الالتواء ، وصيغته :

$$L = \frac{\sigma^3}{\mu_3} = \frac{3}{(3 - 1 - 4)} = -0.75$$

وأحيانا يستخدم الجذر التربيعي كمقياس للإلتواء σ^3 / μ_3
حيث μ_3 : العزم الثالث ، وصيغته

$$\mu_3 = \frac{\sum (س - \bar{س})^3}{N}$$

ن

تطبيق (١-١٣):

في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة ، المطلوب :

١ - قياس الالتواء باستخدام :

(أ) معامل التواء بيرسون الأول .

(ب) معامل التواء بيرسون الثاني .

(ج) معامل التواء بولي .

(د) معامل التواء العزم الثالث .

الحل:

١ - قياس الالتواء .

$$(أ) \text{ بيرسون ل } ١ = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$٠,٠٦ = \frac{٥٢ - ٥٢,٩}{١٤,٥٩٥}$$

$$(ب) \text{ بيرسون ل } ٢ = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})}{\sigma_x^2 \sigma_y}$$

$$٠,٠٣ = \frac{(٢٥,١٤ - ٥٢) ٣}{١٤,٥٩٥}$$

$$(ج) \text{ بولي ل } ٣ = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^2}{\sigma_x^2 \sigma_y^2}$$

$$٠,٠٢ = \frac{(٥٢,١٤)^2 - ٤٢,١ + ٦١,٧}{٤٢,١ - ٦١,٧}$$

(د) معامل التواء العزم الثالث :

$$م^3 = \frac{ميج(س - س) - ل(س - س)}{ن} = \frac{۱۶۲۰۰ - ۳۲۴}{۵۰}$$

$$ل = \frac{۲(م^3)}{۳(۲۵)} = \frac{۲(۳۲۴)}{۳(۲۱۴,۵۹۵)} = \frac{۱۰,۴۹۷۶}{۹۶۶۵۵.۶}$$

وهذه النتائج كلها تشير إلى أن التوزيع قريب من التماثل .

الدرجات	ك	س	س - س	ك(س - س) ٢	ك(س - س) ٣	ك(س - س) ٤
٢٠ - ٣٠	٤	٢٥	٢٧-	٢٩١٦	٧٨٧٣٢-	٢١٢٥٧٦٤
٣٠ - ٤٠	٦	٣٥	١٧-	١٧٣٤	٢٩٤٧٨-	٥٠١١٢٦
٤٠ - ٥٠	١٢	٤٥	٧-	٥٨٨	٤١١٦-	٢٨٨١٢
٥٠ - ٦٠	١٤	٥٥	٣	١٢٦	٣٧٨	١١٣٤
٦٠ - ٧٠	٩	٦٥	١٣	١٥٢١	١٩٧٧٣	٢٥٧٠٤٩
٧٠ - ٨٠	٣	٧٥	٢٣	١٥٨٧	٣٦٥٠١	٨٣٩٥٢٣
٨٠ - ٩٠	٢	٨٥	٣٣	٢١٧٨	٧١٨٧٤	٢٣٧١٨٤٢
	٥٠			١٠٦٥٠	١٦٢٠٠	٦١٢٥٢٥٠

فصل ١٤
مقاييس التفرط
Kurtosis

الفصل الرابع عشر

مقاييس التفرط

Measures of Kurtosis

من الخصائص الأخرى للتوزيعات والتي ينبغي وصفها تحديد درجة تفرطها ، فقد يتساوي توزيعان في المتوسط وفي التشتت وفي الالتواء ولكن قد يكون أحدهما أكثر تفرطاً من الآخر .

وهذه الخاصية تقاس بمعامل التفرط :

$$ت = \frac{\sigma^4}{\mu_4} \quad (1-14)$$

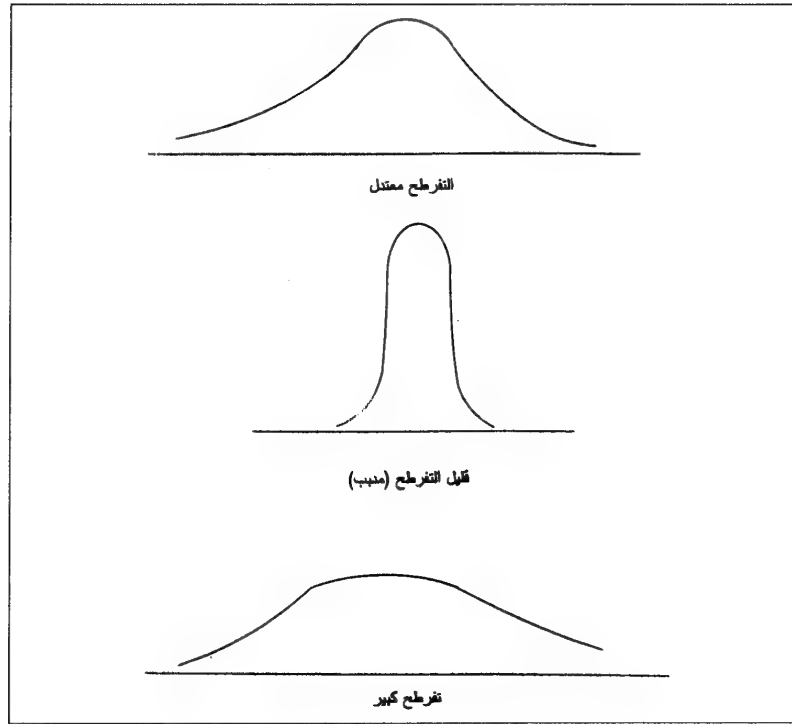
$$\text{حيث } \mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n} \quad (2-14)$$

وهو العزم الرابع . ويتطلب حساب معامل التفرط أن تكون المتغيرات كمية ، كما أن حسابه يكون مناسباً في حالة التوزيعات ذات القيمة الواحدة وتكون قيمة هذا المعامل صفراً إذا كان التوزيع طبيعي (*).

وإذا كانت القيمة موجبة فإن ذلك يعني أن التوزيع تتركز قيمه قريبة من المتوسط بدرجة أكثر من التوزيع الطبيعي المساوي له في الانحراف المعياري.

وإذا كانت القيمة سالبة فإن ذلك يعني التوزيع يكون قيمة أقل تركزا بالقرب من المتوسط وذلك بالمقارنة بالتوزيع الطبيعي المساوي له في الانحراف المعياري.

ويعتبر التوزيع الطبيعي ذو تفرطح معتدل Mesokurtic والتوزيعات التي يكون فيها معامل التفرطح موجباً تعد قليلة التفرطح Leptokurtic . أما التوزيعات التي يكون فيها المعامل سالباً تعد ذو تفرطح كبير Platykurtic . والأشكال التالية توضح ذلك .



تطبيق (١٤-١):

في التطبيق (٥-١) الخاص بدرجات الطلبة ، المطلوب قياس التفرطح :

الحل:

قياس التفرطح :

$$\text{العزم الرابع م} = \frac{\text{مج (س) - س}^4}{\text{ن}} = \frac{6125250}{50} = 122505$$

. ٢٧٥

$$\frac{3 - 1220.0}{\varepsilon(14,090)} = 3 - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon\sigma} = \tau$$

$$0,3 - 3 - 2,7 = 3 - \frac{1220.0}{\varepsilon\sigma 370} =$$

فصل ١٥
مقاييس التركيز
Concentration

١٥-١ الأهمية

١٥-٢ منحني لورنز

١٥-٣ نسبة جيني للتركيز

الفصل الخامس عشر

مقاييس التركيز

Concentration Measures

١٥-١ الأهمية:

- تستخدم هذه المقاييس لقياس مدى تركيز المتغيرات لدى بعض الفئات في وقت معين أو عبر الزمن . مثال ذلك :
- تركيز الدخل أو الأراضي لدى بعض الأفراد أو المجموعات .
 - تركيز الصناعة أو السوق في عدد قليل من المشروعات أو في مناطق قليلة .
 - تركيز السكان في مساحة قليلة من الأراضي .
 - تركيز الأرباح لدى بعض الشركات .

وهناك عدة أساليب تستخدم لقياس التركيز أهمها :

- ١- منحنى لورنز Lorenz curve .
- ٢- نسبة التركيز لجيني Gini concentration ratio .
- ٣- معمل شوتز Schutz coefficient .
- ٤- دليل هيرفندال Herfindahl index .

وفيما يلي نعرض منحنى لورنز و نسبة التركيز لجيني باعتبارهما من أكثر الأساليب شيوعاً في هذا المجال .

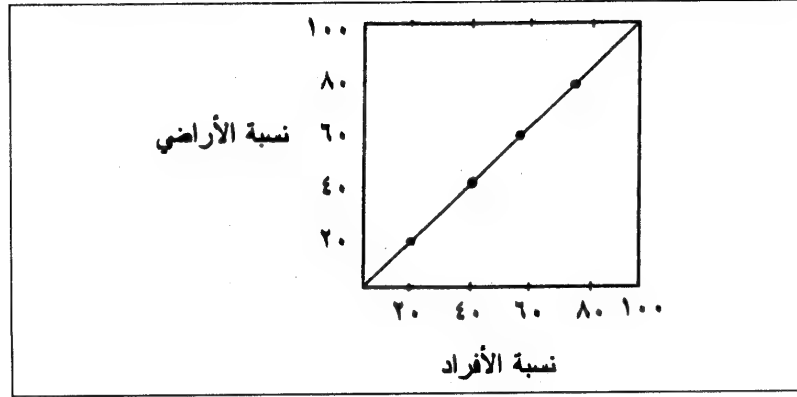
١٥-٣ منحنى لورنز:

هو شكل بياني قدمه Lorenz عام ١٩٠٥ لقياس مدى تركيز المتغير لدى بعض الفئات . و يتم تحديد مقدار التركيز باعتباره ممثلاً بالمساحة بين منحنى لورنز ومنحنى المساواة . وتقوم الفكرة على أساس أنه إذا كانت هناك مساواة في توزيع الأراضي على الأفراد مثلاً لوجدنا أن :

- ١٠% من الأفراد يملكون ١٠% من الأراضي .
- ٢٠% من الأفراد يملكون ٢٠% من الأراضي .

وهكذا ...

وإذا عرضنا هذه العلاقة بيانياً نجدها ممثلة بخط مستقيم و هذا ما يسمى منحنى (خط) التوزيع المتساوي Line of equal distribution وباختصار منحنى المساواة و يظهر في شكل مربع كالآتي :



غير أنه من النادر أن يكون التوزيع على هذه الصورة و لذا نقوم

بعرض المنحنى الفعلي في نفس الوقت مع منحنى المساواة و يكون الفرق في المساحة بينهما ممثلاً لمقدار التركيز و يتم رسم منحنى لورنز بنفس الطريقة أي بعرض العلاقة بين :

- نسبة الأفراد [تكرار متجمع نسبي] .

- نسبة الأراضي [و هو أيضاً تجميع نسبي للأراضي المملوكة] .

ويمكن رسم عدة منحنيات في نفس الشكل - و ذلك لأغراض المقارنة ، مثال ذلك مقارنة مدى تركيز الدخل أو الأراضي لدى الأفراد في أزمنة مختلفة وكذا لمقارنة مدى تركيز الإنتاج لدى شركات الغزل وشركات الأغذية وشركات الأدوية .

وباستخدام الرموز - لنفرض أنه لدينا توزيع تكراري

ك عدد الأفراد أو التكرار بكل فئة

س قيمة المتغير ، مثلاً الأراضي المملوكة لمجموعة الأفراد وعددها ك.

وفي حالة ما إذا كانت س ترمز لمركز الفئة فإن قيمة الأراضي المملوكة تصبح س ك.

[ك] التكرار المتجمع

[س] القيمة المتجمعة للمتغير

ك التكرار المتجمع معروض كنسبة من التكرار الكلي

س القيم المتجمعة للمتغير معروضة كنسبة من مجموع القيم .

و بذلك يكون منحنى لورنز هو عرض بياني للعلاقة بين ك ، س .

تطبيق (١٥-١):

التوزيع التالي يوضح عدد الأشخاص و الثروة المملوكة لدى كل مجموعة.

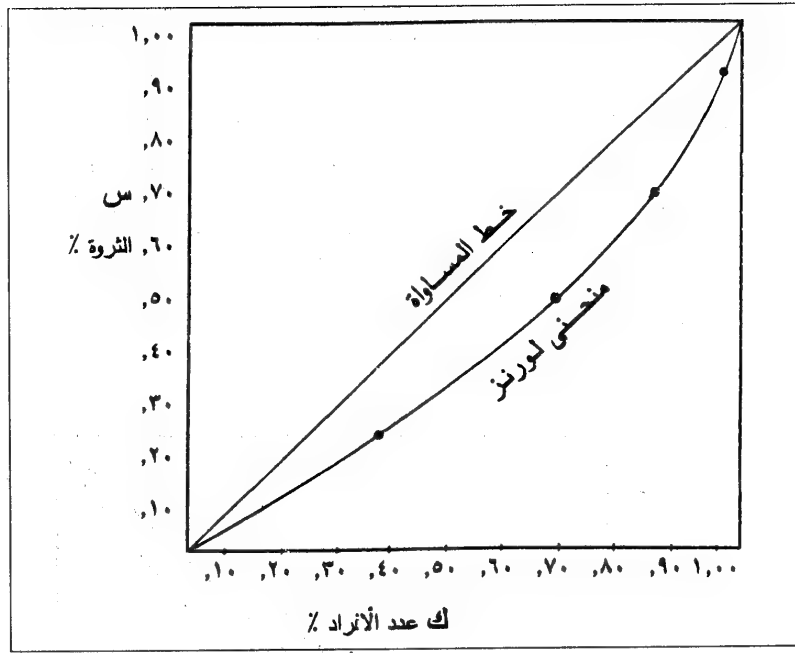
والمطلوب عرض منحنى لورنز لتوضيح مدى تركيز الثروة .

عدد الأشخاص	١٣	١٠	٥	٤	١
الثروة (ألف)	٧٨	١٠٠	٧٥	٨٠	٢٥

الحل:

ك	س	[ك]	[س]	ك	س
١٣	٧٨	١٣	٧٨	٠,٤٠	٠,٢٢
١٠	١٠٠	٢٣	١٧٨	٠,٧٠	٠,٥٠
٥	٧٥	٢٨	٢٥٣	٠,٨٥	٠,٧١
٤	٨٠	٣٢	٣٣٣	٠,٩٧	٠,٩٣
١	٢٥	٣٣	٣٥٨	١,٠٠	١,٠٠

ونحصل علي منحنى لورنز بعرض العلاقة بين (ك ، س) بيانياً
كما يلي :

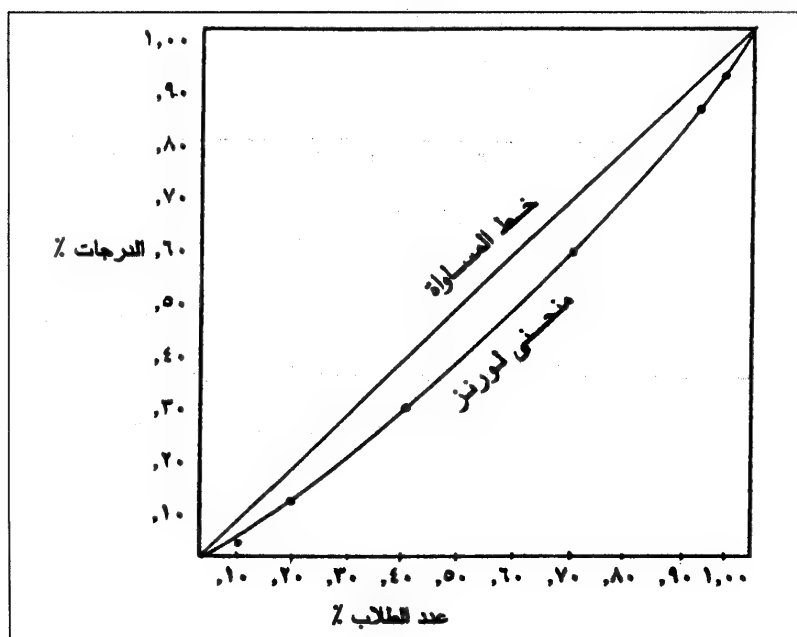


تطبيق (٢-١٥):

بالإشارة إلى التطبيق (١-٥) الخاص بدرجات الطلاب المطلوب عرض منحنى لورنز لتوضيح مدى تركز الدرجات .

الحل:

الفئات	ك	س	[ك]	[س]	ك	س
٣٠ - ٢٠	٤	٢٥	٤	١٠٠	٠,٠٨	٠,٠٤
٤٠ - ٣٠	٦	٣٥	١٠	٣١٠	٠,٢٠	٠,١٢
٥٠ - ٤٠	١٢	٤٥	٢٢	٨٥٠	٠,٤٤	٠,٣٣
٦٠ - ٥٠	١٤	٥٥	٣٦	١٦٢٠	٠,٧٢	٠,٦٢
٧٠ - ٦٠	٩	٦٥	٤٥	٢٢٠٥	٠,٩٠	٠,٨٥
٨٠ - ٧٠	٣	٧٥	٤٨	٢٤٣٠	٠,٩٦	٠,٩٣
٩٠ - ٨٠	٢	٨٥	٥٠	٢٦٠٠	١,٠٠	١,٠٠



١٥-٣ نسبة جيني للتركيز Gini Concentration Ratio

مقياس قدمه جيني Gini لقياس المساحة المحصورة بين منحنى لورنز وخط المساواة ، وهذا القياس في صورة نسبة إلى المساحة الكلية تحت خط المساواة (القطر) ويتم حساب هذه النسبة باستخدام الصيغة التالية (*):

$$ج = \frac{س ر ك + ١ - مح س ر + ١ ك}{١-١٥}$$

حيث ج نسبة جيني للتركز
س ر ك كما سبق تعريفهما من منحنى لورنز، ويتم التجميع على كل الفئات.

تطبيق (٣-١٥):

احسب نسبة جيني للتركيز في التطبيق (١٥-١) الخاص بتوزيع الثروة .

الحل:

ك	س	س ر ك + ١	س ر + ١ ك
٠,٤٠	٠,٢٢	٠,١٥٤	٠,٢٠٠
٠,٧٠	٠,٥٠	٠,٤٢٥	٠,٤٩٧
٠,٨٥	٠,٧١	٠,٦٨٩	٠,٧٩١
٠,٩٧	٠,٩٣	٠,٩٣	٠,٩٧٠
١,٠	١,٠٠		
		٢,١٧٨	٢,٤٥٨

$$نسبة جيني للتركيز = ٢,٤٥٨ - ٢,١٧٨ = ٠,٢٨$$

(*) SHRYOCK, H ET AL (1976), THE METHODS AND MATERIALS OF DEMOGRAPHY, ACADEMIC PRESS, NEW YORK, P. P. 93.

الباب الثاني

وصف العلاقة بين متغيرين

الفصل ١٦: الجدول التكراري المزدوج Bivariate Table

الفصل ١٧: مقاييس الارتباط Correlation Measures

الفصل ١٨: مقاييس التقدير Prediction (الإنحدار Regression)

الفصل ١٩: مقاييس التقدير (السلاسل الزمنية Time Series)

تمهيد

إن غاية العلم هي التحكم في الظواهر والأشياء والأحداث، حتى يمكن إدارة الحياة لما فيه خير الإنسانية . إن ذلك يستلزم أمرين :

- ١ فهم هذه المتغيرات ، ويستلزم ذلك وصفها وصفا علميا
- ٢ وصف العلاقة بين المتغيرات ، وتحديد طبيعتها

في الفصول السابقة قدمنا عدد من المقاييس الإحصائية التي تهدف إلى تحقيق الأمر الأول ؛ ونقدم في هذا الباب والذي يليه أساليب تحقيق الأمر الثاني.

إن وصف العلاقة بين المتغيرات هي من أهداف العلم الرئيسية أيا كان المجال ، ففي العلوم الطبيعية ، العلاقة بين حجم الغاز وضغطه ، بين الحرارة وتمدد المعادن ، .. وفي علم الوراثة نبحث في العلاقة بين طول الأب وطول الإبن ، بين ذكاء الأب وذكاء الأبن ، لون البشرة للأب ولونها للإبن ... وفي العلوم الطبية ، العلاقة بين التدخين والإصابة بمرض معين ، العمر وضغط الدم ، علاقة مرض معين أو توزيعه حسب السن أو الجنس.

وفي العلوم الإجتماعية، يهتم الباحثون بالعلاقة بين الطبقة الإجتماعية وبين مستوى الدخل ، درجة التعليم ، ونوع الوظيفة والعلاقة بين التحصيل الدراسي وبين مستوى الذكاء، المستوى الإجتماعي والإقتصادي ، المستوى التعليمي للوالدين ، وكذلك العلاقة بين الجريمة والبطالة وهكذا بينها وبين مستوى الدخل ،

كثافة السكان وكذا العلاقة بين إنتاجية العامل وبين أجره ، ظروف معيشته ، عمره ، مدة خبرته .

وفى العلوم الإقتصادية، يهتم الباحثون بالعلاقة بين الدخل والاستثمار ، بين سعر السلعة والطلب عليها ، بين المحصول الزراعى ومعدل سقوط المطر ، بين الدخل القومى وعدد السكان ، .. وفى العلوم الإداريه يهتم المسؤولون ببحث العلاقة بين المبيعات والأرباح ، بين حجم الإنتاج والتكلفة ، بين حجم المبيعات والإعلان ... الخ.

هيكل دراسة العلاقة بين المتغيرات

دراسة العلاقة بين المتغيرات تنقسم حسب مايلى :

أولاً : طبيعة العلاقة :وفى ذلك نقسم إلى : الارتباط والتقدير ، وسيتم تخصيص فصل مستقل لعرض كل موضوع منهما.

ثانياً :مستوى القياس : حيث يتم التمييز بين الأساليب حسب مستوى قياس المتغيرات ، أى : متغيرات كمية ،متغيرات ترتيبيه، متغيرات إسميه. وفى ذلك تتعدد الأساليب كثيرا لتلائم كافة التوافيق الممكنة.

ثالثاً : عدد المتغيرات : حيث يتم التمييز بين:

١ حالة دراسة العلاقة بين متغيرين فقط .

٢ حالة دراسة العلاقة بين عدة متغيرات.

الفصل ١٦

الجدول التكراري المزدوج

Bivariate Table

١-١٦ الأهمية

٢-١٦ إعداد الجدول المزدوج

٣-١٦ التوزيع المزدوج النسبي

الفصل السادس عشر

الجدول التكراري المزدوج

في هذا التوزيع يتم تنظيم البيانات المتعلقة بمتغيرين س ، ص في وقت واحد وذلك بهدف وصف العلاقة القائمة بين هذين المتغيرين.

١٦-١ الأهمية

- ١ يعد خطوة مبدئية في عملية وصف العلاقة بين متغيرين ،
- ٢ التوزيع التكراري الوحيد لأي متغير يمكن الحصول عليه من التوزيع الهامشي . وهذا يعنى أنه يعرض ثلاثة توزيعات في وقت واحد : توزيع س ، توزيع ص ، توزيع س ص.
- ٣ تحقيق كافة المزايا السابق عرضها في القسم ٥-١ بشأن أهمية التوزيع التكراري لمتغير وحيد.
- ٤ يعد أساسا لحساب العديد من المقاييس الإحصائية ، وأساسا ضروريا لحساب بعض المقاييس الإحصائية ، مثلا معامل ارتباط كرامير^١ ، و^٢ اختبار كا^٢.
- ٥ يوضح بصورة سريعة تقريبية طبيعة العلاقة بين المتغيرين ، كما هو موضح بالتطبيق (١٦-١)

١ راجع القسم ١٧-٤-٢

٢ راجع القسم ٢٨-١-٢

١٦-٣ إعداد الجدول المزدوج

تخصص الأعمدة لقيم أحد المتغيرين والصفوف لقيم المتغير الآخر. ويتم استخدام العلامات لتفريغ القيم داخل الجدول ، كما تم في حالة إعداد الجدول التكرارى لمتغير وحيد ^١ ، مع مراعاة أن كل علامة هنا تخصص لزوج من القيم.

تطبيق (١-١٦):

فيما يلي بيانات ثلاثين عاملا . ويمثل أحد المتغيرين أجر العامل فى اليوم ، والمتغير الآخر يمثل إنتاج ذلك العامل، والمطلوب إعداد توزيع تكرارى من خمس فئات منتظمة.

الأجر الإنتاج الأجر الإنتاج الأجر الإنتاج الأجر الإنتاج الأجر الإنتاج									
41	83	35	82	60	90	50	92	67	١ 03
60	86	62	93	47	81	73	100	77	102
75	93	64	88	78	96	50	82	68	92
66	91	31	87	42	89	70	99	79	94
65	95	59	93	55	97	57	88	57	90
43	87	67	98	59	85	68	89	69	94

الحل:

يتم تفريغ البيانات فى كشف مزدوج أولا تدون فيه العلامات ، ونبدأ أولا بتحديد طول الفئة.

$$\text{طول الفئة بالنسبة لتوزيع الأجر} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{31 - 79}{5} = 9,6$$

ويكون طول الفئة المناسب يساوى عشرة.

$$\text{طول الفئة بالنسبة لتوزيع الإنتاج} = \frac{81 - 103}{5} = 4,4$$

ويمكن إعتبار طول الفئة المناسب يساوى خمسة. وبعد ذلك نقوم بتحديد التكرارات وذلك باستخدام العلامات ، حيث نبدأ بأزواج القيم بالترتيب ، ونضع علامه لكل زوج مقابل فئتي الأجر والإنتاج المناظرتين . فمثلا الزوج الأول وهو (٤١ ، ٨٣) نخصص له علامه أمام فئة الأجر ٤٠ - ٥٠ وتحت فئة الإنتاج ٨٠ - ٨٥ ، والزوج الثانى وهو (٦٠ ، ٨٦) نخصص له علامه أمام فئة الأجر ٦٠ - ٧٠ وتحت فئة الإنتاج ٨٥ - ٩٠ وهكذا حتى ننتهى إلى الزوج الأخير وهو (٦٩ ، ٩٤).

الأجر الإنتاج	٨٥-٨٠	٩٠-٨٥	٩٥-٩٠	١٠٠-٩٥	١٠٥-١٠٠
٤٠-٣٠	/	/			
٥٠-٤٠	//	//			
٦٠-٥٠	/	//	///	/	
٧٠-٦٠		///	////	//	/
٨٠-٧٠			//	//	//

الأجر الإنتاج	٨٥-٨٠	٩٠-٨٥	٩٥-٩٠	١٠٠-٩٥	١٥٠-١٠٠	
٤٠-٣٠	١	١				٢
٥٠-٤٠	٢	٢				٤
٦٠-٥٠	١	٢	٣	١		٧
٧٠-٦٠		٣	٥	٢	١	١١
٨٠-٧٠			٢	٢	٢	٦
المجموع	٤	٨	١٠	٥	٣	٣٠

وبلاحظ مايلي:

- (١) الجدول التكرارى المزدوج يتكون من مجموعه من الصفوف ومجموعه من الأعمده . وهى بقدر عدد فئات المتغير المتناظر ، والجدول فى التطبيق السابق يحوى خمس صفوف وخمس أعمده.
- (٢) الجدول يتكون من مجموعه من الخلايا تحوى التكرارات المزدوجه ، فمثلا الرقم ٥ الموجود بالصف الرابع والعمود الثالث يعنى أن هناك ٥ عمال أجورهم تقع فى الفئة ٦٠ - ٧٠ وإنتاجهم يقع فى الفئة ٩٠-٩٥.
- (٣) الجدول يحوى عدد من التوزيعات التكراريه لمتغيرات وحيد.
- (٤) يمكن إستنتاج طبيعة الارتباط بصوره تقريبيه من الجدول التكرارى المزدوج ، وبالنظر إلى الجدول التكرارى المزدوج السابق يمكن القول بأنه إرتباط طردى بمعنى أنه كلما زاد إنتاج العامل زاد أجره ، ويمكن إستنتاج ذلك من درجة تجمع التكرارات حول القطر الرئيسى (الذى يبدأ من أعلى اليمين) (لاحظ أن المتغيرات مرتبه تصاعديا).

١٦-٣ التوزيع المزدوج النسبي

لمزيد من الإيضاح يتم عرض التكرارات فى صوره نسبيه وذلك بنسبتها إلى أساس معين. وفى حال الجداول المزدوجة يكون من المفيد عرض التكرارات النسبيه بالصوره التاليه:

- (أ) نسبة كل التكرارات بالجدول إلى المجموع الكلى للتكرارات.
(ب) نسبة التكرارات بكل صف إلى مجموع تكرارات الصف.
(ج) نسبة التكرارات بكل عمود إلى مجموع تكرارات العمود.
وبذلك يمكن عرض ثلاثة نسب بكل خليه.

تطبيق (١٦-٢):

فى دراسه للعلاقه بين التحصيل العلمى والغياب قام باحث تربوى بجمع البيانات التاليه وهى توضح العلاقه بين درجة الطالب فى إحدى المقررات (س) ونسبة حضوره فيها(ص).

والمطلوب إعداد توزيع تكرارى مزدوج.

ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س
57	83	85	42	82	51	79	55	92	70
53	84	86	63	82	47	64	60	79	45
55	88	95	82	80	39	87	65	75	33
42	77	91	65	88	61	83	58	85	64
55	82	80	45	79	53	82	52	81	50
39	79	90	63	85	59	79	36	80	25
64	85	83	54	86	49	80	45	88	65
78	88	86	52	79	41	83	42	89	75
26	75	83	48	76	25	78	35	76	30
88	92	79	46	82	55	85	40	77	20

الحل: راجع التطبيق (١-٥)

عدد الفئات = ٧ من قاعدة ستورج
طول الفئة.

$$\text{الدرجات} = \frac{٢٠-٨٨}{٧} = \frac{٦٨}{٧} = ١٠ \text{ تقريبا}$$

$$\text{نسبة الغياب} = \frac{٧٥-٩٥}{٧} = \frac{٢٠}{٧} = ٣ \text{ تقريبا}$$

وبتوسيط العلامات كما سبق ، نصل إلى التوزيع المزدوج التالي:

س/ص	-٧٥	-٧٨	-٨١	-٨٤	-٨٧	-٩٠	-٩٣	مجموع
-٢٠	٣	١						٤
-٣٠	٢	٤						٦
-٤٠	١	٥	٣	٣				١٢
-٥٠		٢	٨	٣	١			١٤
-٦٠				٤	٣	٢		٩
-٧٠					٢	١		٣
-٨٠						١	١	٢
مجموع	٦	١٢	١١	١٠	٦	٤	١	٥٠

تطبيق (١٦-٣):

فى دراسة العلاقة بين مستوى التعليم (س) والأجر الشهري (ص) بالآلف جنيهه –
تم جمع البيانات التالية فى أحد المجتمعات.
والمطلوب : إعداد توزيع تكرارى مزدوج من ثلاث فئات

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
ثانوى	٧	جامعى	٩	ثانوى	٨	متوسط	٥	ثانوى	٧
جامعى	٨	متوسط	٢	متوسط	٣	متوسط	٧	جامعى	٨
متوسط	٦	متوسط	٤	متوسط	٩	ثانوى	٦	متوسط	١٢
ثانوى	٩	ثانوى	٣	جامعى	١٣	متوسط	٤	متوسط	٤

الحل:

$$\text{طول فئه ص} = \frac{11}{3} = \frac{2-13}{3} = 4 \text{ تقريبا .}$$

س/ ص	٦ - ٢	١٠ - ٦	١٠ - ١٤	مجموع
متوسط	٦	٣	١	١٠
ثانوى	١	٥	٦	١٢
جامعى	٣	٣	١	٧
	٧	١١	٢	٢٠

الفصل ١٧

مقاييس الارتباط

Correlation Measures

- ١-١٧ مقدمة
- ١-١-١٧ الأهمية
- ٢-١-١٧ تصنيف مقاييس الارتباط
- ٣-١٧ الارتباط بين متغيرات كمية
- ١-٢-١٧ العلاقة الخطية
- ٢-٢-١٧ معامل بيرسون
- ٣-٢-١٧ البيانات المئوية
- ٣-١٧ الارتباط بين متغيرات ترتيبية
- ١-٣-١٧ مقدمة
- ٢-٣-١٧ معامل ارتباط سبيرمان
- ٣-٣-١٧ معامل ارتباط جاما
- ٤-٣-١٧ معامل ارتباط كندال
- ٤-١٧ الارتباط بين متغيرات اسمية
- ١-٤-١٧ مقدمة
- ٢-٤-١٧ معامل ارتباط كرامير
- ٣-٤-١٧ معامل ارتباط لامدا
- ٤-٤-١٧ معامل ارتباط الرباعي
- ٥-١٧ الارتباط بين متغير كمي ومتغير اسمي
- ١-٥-١٧ معامل ارتباط السلسلتان
- ٢-٥-١٧ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي
- ٣-٥-١٧ نسبة الارتباط
- ٦-١٧ الارتباط بين متغير ترتيبية ومتغير اسمي
- ١-٦-١٧ معامل ارتباط السلسلتان للترتيب
- ٢-٦-١٧ معامل ثيتا
- ٧-١٧ تطبيقات متنوعة

الفصل السابع عشر

مقاييس الارتباط

١.١٧ مقدمه

١٧ - ١ - ١ الأهمية:

تهدف مقاييس الارتباط لوصف درجة التغير الإقتراني بين المتغيرات

وتفيد في:

- ١- تحديد قوة الارتباط بين المتغيرين، أي بيان ما إذا كان الارتباط قوى، ضعيف، منعدم.
- ٢- تحديد اتجاه العلاقة بين المتغيرين، أي بيان ما إذا كانت العلاقة طردية أم عكسية.
- ٣- إن دراسة الارتباط تعد الأساس لدراسة وتحليل علاقات السببية.
- ٤- تعطى مؤشرات لإمكان تقدير المتغيرات بدلاله أخرى.
- ٥- تعد مقاييس الارتباط من المؤشرات الهامة في قياس الصدق والثبات والموضوعية، لما له من أهمية كبيره للتأكد من سلامة الاختبارات وإجراءات جمع البيانات.

١٧ - ١ - ٢ تصنيف مقاييس الارتباط:

وكما ذكرنا فإنه سيتم عرض مقاييس الارتباط بين متغيرين فقط ، والجدول التالي يعرض مجموعة مقاييس الارتباط مقسمة حسب مستويات

القياس، لتكون مرشدا للباحث في إختيار المقياس المناسب .

مقاييس الارتباط بين متغيرين

س	ص	كمي	ترتيبي	إسمي
كمي	ر	ر	ر	ر
ترتيبي	ر	ر	ر	ر
إسمي	ر	ر	ر	ر

ر معامل ارتباط بيرسون

ر معامل ارتباط السلسلتان

ر. معامل ارتباط السلسلتان الثنائي

ي نسبة الارتباط

ر معامل سبيرمان

جا معامل جاما

تو معامل كندال

ر' معامل ارتباط السلسلتان للرتب

Ø معامل ثيتا
ق معامل كرامير
ل معامل لامدا
ر + معامل الارتباط الرباعي

٢.١٧ الارتباط بين متغيران كميان:

- في دراسة العلاقة بين المتغيرات الرقمية (المقياس الفترى والنسبي)
نميز بين حالتين:
١- إفتراض علاقة خطيه بين المتغيرين.
٢- إفتراض علاقة غير خطيه بين المتغيرين .

١٧- ٢ - ١ العلاقة الخطيه:

من الإفتراضات المناسبه عمليا حالة إفتراض حاله خطيه بين المتغيرين.

فإذا كان لدينا متغيران س،ص فإن العلاقة الخطيه تكون على الصوره:

$$ص = أ + ب س$$

حيث أ ، ب ثوابت.

ولتوضيح ذلك نعرض للعلاقة بين درجة الحرارة فهرنهايت ،

ولتكن(ص)

ودرجة الحرارة المئوية ولتكن (س). إن العلاقة بينهما هي على الصوره :

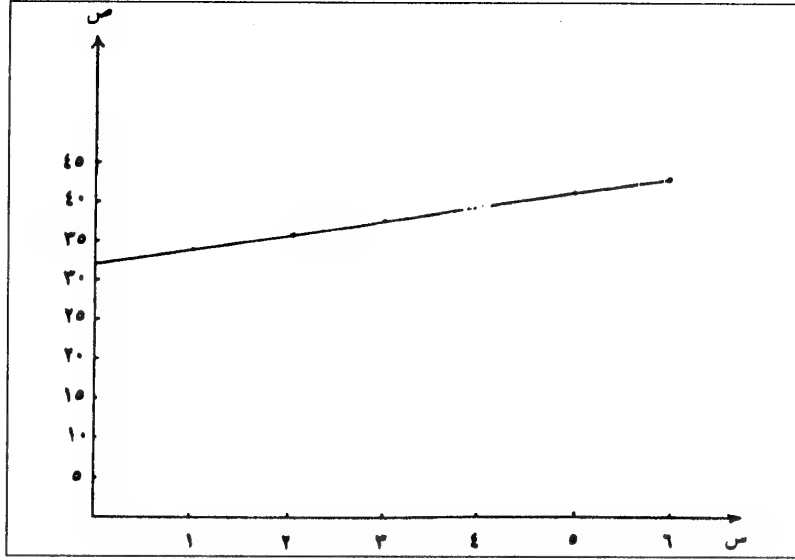
$$ص = ٣٢ + ١،٨ س$$

فإذا كانت درجة الحرارة المئوية (س) = صفر فإن درجة الحرارة
 فهرنهايت تساوى $32 + 1,8$ (صفر) 32 . وإذا كانت س = 3 فإن ص = 32
 $1,8 + (3)$

$37,4$ = ويمكن عرض الجدول التالي لتوضيح العلاقة بين س ، ص.

س درجة مئوية	ص درجة فهرنهايت
صفر	32
1	33,8
2	35,6
3	37,4
4	39,2
5	41
6	42,8

وهذه العلاقة بين س، ص إذا ما تم تمثيلها بيانيا نجدها كما فى الشكل التالى:

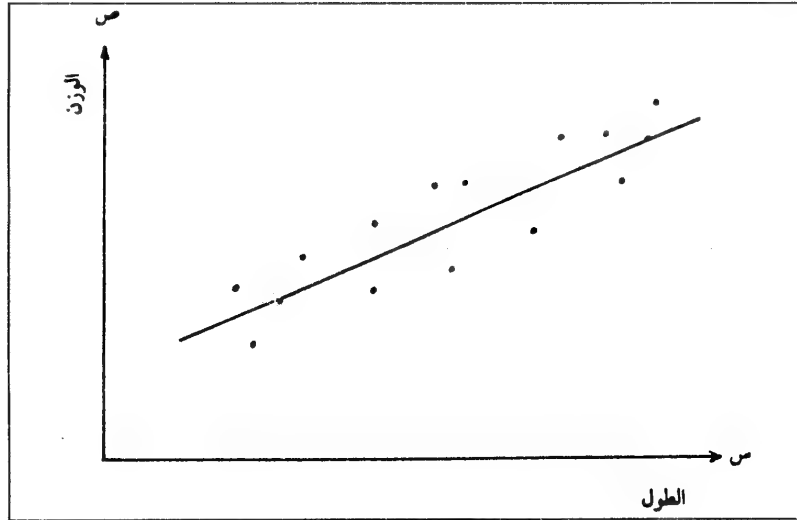


ويلاحظ أنها علاقه خطيه حيث يمثلها خط مستقيم. ويلاحظ أيضا أن النقاط (س، ص) تقع جميعها على خط مستقيم. وفي هذه الحاله نقول أن هناك إرتباط تام بين المتغيرين. ويلاحظ أيضا أن المتغير (ص) يتزايد بزيادة المتغير (س). ويقال في هذه الحاله أن هناك علاقه طرديه (أو موجبه) بين المتغيرين. أما إذا كان أحد المتغيرين يتناقص كلما زاد المتغير الآخر فإننا نقول أن هناك علاقه عكسيه (أو سالبه) بين المتغيرين، مثال ذلك العلاقه بين سعر السلعة والطلب عليها ، تكلفه الوحدة المنتجة وحجم الإنتاج.

ويلاحظ أنها علاقه خطيه حيث يمثلها خط مستقيم. ويلاحظ أيضا أن النقاط (س، ص) تقع جميعها على خط مستقيم. وفي هذه الحاله نقول أن هناك

إرتباط تام بين المتغيرين. ويلاحظ أيضا أن المتغير (ص) يتزايد بزيادة المتغير (س). ويقال في هذه الحالة أن هناك علاقة طردية (أو موجبه) بين المتغيرين. أما إذا كان أحد المتغيرين يتناقص كلما زاد المتغير الآخر فإننا نقول أن هناك علاقة عكسية أو (سالبة) بين المتغيرين، مثال ذلك العلاقة بين سعر السلعة والطلب عليها ، تكلفة الوحدة المنتجة وحجم الإنتاج.

على أنه يلاحظ أن الارتباط قد لا يكون تاما، وهذا ما نلاحظه خاصة بين الظواهر الإقتصادية والإجتماعية. وفي هذه الحالات فإن النقاط (س،ص) لاتقع جميعها على خط مستقيم. فإذا كنا بصدد دراسة العلاقة بين أطوال مجموعة من الأشخاص (س) وأوزانهم (ص) فإن شكل إنتشار النقاط (س،ص) قد يكون كما يلي:



ومن الشكل يلاحظ أنه على الرغم من أن النقاط (س، ص) لا تقع جميعها على خط مستقيم، فإنه يمكن الافتراض — بوجود علاقته خطيه — وتوفيق خط مستقيم لتمثيل العلاقة بين المتغيرين كما يتضح بالشكل.

ودراسة الارتباط تهدف إلى:

- (أ) تحديد درجة أو قوة العلاقة بين المتغيرين.
- (ب) تحديد اتجاه العلاقة، هل هي علاقته طرديه (موجبه) أو عكسية (سالبه).
- (ج) إذا ما تأكدنا من قوة العلاقة بين المتغيرين، يمكن تقدير قيمة أحد المتغيرين بدلالة قيمة المتغير الآخر.

١٧-٢-٢ معامل ارتباط بيرسون

يتم قياس الارتباط الخطي بين متغيرين عن طريق معامل الارتباط (بيرسون) ويعرف معامل الارتباط (ر) بين المتغيرين س، ص كما يلي:

$$r = \frac{\sum (S - \bar{S})(V - \bar{V})}{\sqrt{\sum (S - \bar{S})^2 \sum (V - \bar{V})^2}} \quad (١-١٧)$$

حيث : س هي الدرجات المعيارية للمتغير س.

ص هي الدرجات المعيارية للمتغير ص.

ن عدد القيم.

وبعبارة أخرى فإن معامل الارتباط لمتغيرين س، ص هو المتوسط

الحسابي لحواصل ضرب قيميهما المعيارية.

ويلاحظ أن قيمة معامل الارتباط المذكورة أعلاه هي صيغته تعريفية وليست الصيغة المناسبة من الناحية الحسابية حيث أنها تتطلب إيجاد الدرجات المعيارية لكلا المتغيرين وكما نعلم فإن:

$$s = \frac{s - \bar{s}}{s}$$

$$ص = \frac{ص - \bar{ص}}{ص}$$

أى أنه لا بد من إيجاد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكلا المتغيرين. وعلى أى حال فإن صيغة معامل الارتباط يمكن تحويلها إلى الصيغة المناسبة التالية:

$$r = \frac{n \sum s ص - \sum s \sum ص}{\sqrt{[n \sum s^2 - (\sum s)^2][n \sum ص^2 - (\sum ص)^2]}}$$

(٢-١٧)

وهذه الصيغة أفضل كثيرا وتبسط من العمليات الحسابية المطلوبة، حيث يمكن التعويض في هذه الصيغة بمجرد حساب القيم s_1, s_2, \dots, s_n ، $ص_1, ص_2, \dots, ص_n$.

خواص معامل الارتباط:

(أ) لا تتأثر قيمة معامل الارتباط إذا ما تم تحويل أى أو كلا المتغيرين س ، ص إلى متغيرات أخرى ، عن طريق طرح رقم ثابت أو عن طريق القسمة على رقم ثابت.

(ب) معامل الارتباط تتحص قيمته بين -1 ، $+1$ ، فإذا كانت $r = 1$ فإن ذلك يعنى وجود علاقته تامه موجبه ، ثم تنقص تدريجيا كلما بعدت قيمة r عن 1 حتى تصل إلى صفر ، حيث لا توجد علاقته . وإذا كانت قيمة $r = -1$ فإن ذلك يعنى وجود علاقته تامه سالبه .

ولا توجد حدود عامه لتفسير قيمة معامل الارتباط بين الحدين صفر ، $+1$ (وبالمثل بين صفر ، -1 ، ويتوقف الأمر على طبيعة المشكلة وعلى أى حال يمكن الاسترشاد بما يلي:

صفر إلى ٠,٣ .	قدر ضئيل من الارتباط يمكن إهماله
٠,٣ إلى ٠,٥	منخفض
٠,٥ إلى ٠,٧	ارتباط متواضع
٠,٧ إلى ٠,٩	قوى
٠,٩ على ١	قوى جدا

وبالمثل تفسر القيم السالبة لمعامل الارتباط.

تطبيق (١٧-١):

- البيان التالي يوضح الأرقام القياسية في إحصاء الدول لكل من الأجور

والأسعار (تكلفة المعيشة) في عدد من السنوات ، أوجد معامل الارتباط

بينهما:

السنة	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤
الرقم القياسي للأجور	١٢٠	١٢٥	١٣٢	١٣٠	١٣٨
الرقم القياسي للأسعار	١٠٥	١١٢	١٢٠	١٢٣	١٣٠

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٩٧٥

الارتباط طردى وقوى جدا يكاد يكون تاما

١٧-٢-٣ القيم المبوبة:

الصيغة السابقة لمعامل بيرسون تستخدم في حالة القيم غير المبوبة وتناسب الحالات التي يكون فيها عدد القيم قليلا . ولكن في حالة التعامل مع عدد كبير من القيم يكون من ألا نسب تنظيمها في جدول أو توزيع تكراري مزدوج ، وحساب معامل الارتباط من هذه البيانات المبوبة . كما أن الباحث قد يلجأ إلى تحليل بيانات أو إحصاءات معروضة في جداول تكرارية مزدوجة ، وعلى أن يقوم بقياس الارتباط من هذه الجداول .

والصيغة المستخدمة لقياس الارتباط في هذه الحالة هي نفس الصيغة السابق عرضها مع أخذ ألتكرارات في الحسبان ، وتصبح كما يلي :

ن محس ص ك - محس ك محس ك

$$r = \frac{\sum [n \text{ محس ك}^2 - (\text{محس ك})^2] [n \text{ محس ص}^2 - (\text{محس ص})^2]}{\sqrt{(\sum [n \text{ محس ك}^2 - (\text{محس ك})^2]) (\sum [n \text{ محس ص}^2 - (\text{محس ص})^2])}}$$

ويجب ملاحظة معنى ك فى هذه الصيغة فهي تعبر عن التكرار للمتغير السابق لها مباشرة ، فمثلا بالمقدار مج س ص ك تفسر ك على أنها التكرار للمتغير س ص أى التكرار المزدوج الموضح بالخلايا وسط الجدول وكذلك فإن ك بالمقدار مج س ك (مج ص ك) تعنى التكرار للمتغير س (ص) أى التكرار الهامشي .

تطبيق (١٧-٢):

المطلوب قياس الارتباط بين المتغير س (عدد الزوجات) والمتغير ص (عدد الأولاد فى الأسرة) باستخدام التوزيع المزدوج التالي :

س \ ص	١	٢	٣	٤	ك
٤-٠	٢٥	٢			٢٧
٨-٤	١٠	١٥	٥		٣٠
١٢-٨	٥	٨	٤	٦	٢٣
١٦-١٢		٥	١١	٤	٢٠
	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

ص	س	١	٢	٣	٤	ك	ص	ص ك	ص ٢ ك
٤-٠	٥٠	٨				٢٧	٢	٥٤	١٠٨
٨-٤	٦٠	١٨٠	٩٠			٣٠	٦	١٨٠	١٠٨٠
١٢-٨	٥٠	١٦٠	١٢٠	٢٤٠		٢٣	١٠	٢٣٠	٢٣٠٠
-١٢		١٤٠	٤٦٢	٢٢٤		٢٠	١٤	٢٨٠	٢٣٠٠
١٦									
ك	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠			٧٤٤	٧٤٠٨
س	١	٢	٣	٤					
س ك	٤٠	٦٠	٤٠	٢٠٠					
س ٢ ك	٤٠	١٢٠	١٨٠	١٦٠	٥٠٠				

محس ص ك = ١٧٨٤

لاحظ أن قيم س ص ك موضوعة في وسط الجدول . وتم حسابها كما يلي:

س	ص	ك
(١)	(٢)	٥٠ = (٢٥)
(٢)	(٢)	٨ = (٢)
(١)	(٦)	٦٠ = (١٠)

وهكذا .

$$r = \frac{(١٧٨٤) - (١٠٠)(٢٠٠)}{\sqrt{[(٧٤٤) - (٧٤٠٨)(١٠٠)][(٢٠٠) - (٥٠٠)(١٠٠)]}}$$

أى أن الارتباط طردي متوسط .

١٧-٣ الارتباط بين متغيران ترتيبيان :

١٧-٣-١ مقدمة :

إن معامل بيرسون للارتباط يتطلب أن يكون كلا المتغيران في صورة رقمية أي علي أساس التدرج ذو الفئات المتساوية . ولكن هناك بعض الظواهر قد تكون عروضه علي أساس التوزيع الترتيبي فقط ، فمثلا درجات الطلاب قد تكون معروضة علي أساس ممتاز - جيد جدا - جيد - متوسط - ضعيف - ضعيف جدا، وعلي أي حال هناك العديد من المتغيرات تعرض قياساتها علي هذا المستوي ، خاصة في العلوم الاجتماعية ، مثال ذلك الطبقة الاجتماعية ، القدرة علي القيادة الشعبية التي يتمتع بها الفرد ، الذكاء .

وفي هذا الصدد ، يوجد عدة مقاييس لبيان الارتباط بين المتغيرات نعرض منها ما يلي :

١٧-٣-٢ معامل ارتباط سبيرمان " spearman " :

يتم ترتيب كلا المتغيران ترتيبا تصاعديا " او تنازليا" ويتم احتسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$r' = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (١٧-٤)$$

حيث r' ترمز لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، d = الفرق بين رتبة المتغيرين ، n هو عدد أزواج القيم .

ملاحظات:

قيمة معامل ارتباط الرتب تتحصر بين -1، +1. وهو يساوي -1 إذا كان الارتباط تام عكسي ويساوي صفر في حالة عدم وجود ارتباط ، ويساوي +1 في حالة وجود ارتباط تام طردي .

صيغة معامل ارتباط الرتب ما هي إلا صيغة مختصرة لصيغة معامل ارتباط بيرسون وذلك في حالة تطبيقها علي الرتب .

يستخدم معامل سبيرمان أساسا لا يجاد الارتباط في حالة المتغيرات النوعية التي يمكن ترتيبها . ومع ذلك ، ولا اعتبارات السهولة والسرعة يتم أحيانا استخدام في حالة البيانات الرقمية بدلا من معامل بيرسون خاصة وأن الفروق بينهما قليلة .

في حالة وجود قيم مكررة فإنه يعطي لكل منها رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة . وفي هذه الحالة فإن الصياغة السابق عرضها تعطي نتيجة تقريبية .

تطبيق (١٧-٣):

البيان التالي يوضح تقديرات سنة طلاب في ماديتي الأحصاء والرضيات والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بين التقديرات في المادتين .

الطالب	أ	ب	ج	د	هـ	و
الرياضة	ممتاز	جيد	ضعيف	جيد جدا	مقبول	ضعيف جدا
الأحصاء	جيد جدا	جيد	ضعيف جدا	ممتاز	ضعيف	مقبول

الحل

س	ص	رتب	رتب	ف ٢
درجة الرياضة	درجة الأحصاء	س	ص	
ممتاز	جيد جدا	٦	٥	١
جيد	جيد	٤	٤	صفر
ضعيف	ضعيف جدا	٢	١	١
جيد جدا	ممتاز	٥	٦	١
مقبول	ضعيف	٣	٢	١
ضعيف جدا	مقبول	١	٣	٤

$$\frac{6 \text{ مع } 2}{n(2-1)} \quad r = -1$$

$$\frac{(8)^6}{(1-36)^6} \quad -1 = \quad 0,771 = 0,229 - 1$$

أي أنه يمكن القول بوجود ارتباط طردى وقوي بين تقديرات المادتين .

١٧-٣-٣ معامل جاما "Gamma" :

غالبا ما يكون عدد أزواج القيم للمتغيرين كبيرا ، وبالتالي فإن تصنيفها في فئات قليلة العدد يؤدي إلي زيادة في التكرارات وفي هذه الحالة لا يكون من

المناسب استخدام معامل سبيرمان السابق عرضه، وعلي أي حال هناك عدة مقاييس يمكن إستخدامها في هذه الحالة ، نعرض منها واحد من المقاييس الهامة وهو معامل جاما والذي قدمه العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٥٤.

ولتوضيح معني الارتباط في هذه الحالات ، نعرض الجداول ، الخمس التالية وكل منها عبارة عن جدول مزدوج يعرض تقديرات ثمان طلاب في مادتي الاحصاء والرياضيات .

جدول (٢)

رياضيات	إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٣	١	
مقبول	١	٣	

جدول (١)

رياضيات	إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٤	٠	
مقبول	٠	٤	

جدول رقم (٤)

رياضيات	إحصاء	جيد	مقبول
جيد	١	٣	
مقبول	٢	٢	

جدول رقم (٣)

رياضيات	إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٢	٢	
مقبول	٢	٢	

جدول رقم (٥)

رياضيات	إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٠	٤	٠
مقبول	٤	٠	٠

والجدول (١) يعبر عن وجود ارتباط تام طردي بين تقديرات المادتين
الجدول رقم (٣) يعبر عن عدم وجود ارتباط والجدول رقم (٥) يعبر عن وجود
ارتباط تام عكسي .

ويعتمد معامل جاما علي حالات الاتفاق والاختلاف بين أزواج القيم .
فالجدول رقم (١) يفيد أن هناك ٤ طلاب تقديراتهم في المادتين " جيد ، جيد "
وهناك طلاب تقديراتهم " مقبول ، مقبول " وبمقارنة تقديرات طالب من
المجموعة الأولى بآخر من المجموعة الثانية نستطيع أن نقول أن هناك حالة
اتفاق . وبمقارنة الأزواج جميعها تكون عدد حالات الاتفاق تساوي $4 \times 4 = 16$
حالة ويلاحظ أن الجدول رقم (١) لا يحوي حالات اختلاف إطلاقا بمعنى وجود
طالب حاصل علي " جيد ، مقبول " وآخر حاصل علي مقبول ، جيد " .
ويعرف معامل جاما " جا " كما يلي :

$$\text{جا} = \frac{\text{أ-خ}}{\text{أ+خ}}$$

(١٧-٥)

حيث أ= عدد حالات الاتفاق ، خ= عدد حالات الاختلاف .

وبحساب معامل جاما للجدول الخمسة نحصل علي النتائج التالية :

الجدول	أ	خ	جا
(١)	$١٦ = ٤ \times ٤$	صفر	$١٦ - \text{صفر}$ $١ + =$ $١٦ + \text{صفر}$
(٢)	$٩ = ٣ \times ٣$	$١ = ١ \times ١$	$١ - ٩$ $١ + ٩$
(٣)	$٤ = ٢ \times ٢$	$٤ = ٢ \times ٢$	$٤ - ٤$ $٤ + ٤$
(٤)	$٢ = ٢ \times ١$	$٦ = ٣ \times ٢$	$٦ - ٢$ $٢ + ٦$
(٥)	صفر	$١٦ = ٤ \times ٤$	$\text{صفر} - ١٦$ $\text{صفر} + ١٦$

ولتسهيل حساب أ ، خ من الجداول المزدوجة بصفة عامة فإن المتغيران يراعي فيهما الترتيب التصاعدي أو التنازلي من قمة الجدول من اليمين . ويتم إيجاد مجموع حاصل ضرب كل رقم بالجدول " كل تكرار بالخلية " في التكرارات بالخلايا الأخرى وحسب المسارات التالية .
عند إيجاد أ : إلي أسفل ويسارا .
عند إيجاد خ: غلي أسفل ويمينا .

ملاحظات :

معامل جاما تنحصر قيمته بين + ١ ، - ١ وهو يساوي + ١ في حالة الارتباط التام الطردي ، - ١ في حالة الارتباط التام العكسي ، ويساوي صفر في حالة وجود ارتباط .

ولا توجد حدود عام لتفسير القيم بين صفر ، + ١ " وكذا بين صفر ، - ١ " ويمكن علي أي حال الاسترشاد بما يلي :

من صفر إلي ٠,١	ارتباط يمكن أهمله .
٠,١ إلي ٠,٣	ارتباط ضعيف
٠,٣ إلي ٠,٥	متوسط
٠,٥ إلي ٠,٧	قوي
٠,٧ إلي ١	قوي جدا

٢ - في حالة الجدول ٢×٢ " صفان وعمودان

أ	ب
ج	د

فإن الصيغة تكون

$$جا = \frac{أد - ب ج}{أد + ب ج}$$

وهي نفس صيغة معامل ارتباط آخر يسمى معامل يول " Yule " .

تطبيق (١٧-٤):

في دراسة عن العلاقة بين مستوى التعليم ومستوي المسؤولية ، تم تصنيف

٧٢٠ من المستخدمين بإحدى الوزارات حسب هاتين الخاصيتين ، وكما هو موضح بالجدول التالي . أوجد معامل الارتباط؟

المسؤولية	التعليم	دكتوراه	ماجستير	بكالوريوس
عال	٥٥	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠
متوسط	٥٥	١٠٠	١٠٠	٥٥
منخفض				

$$أ = ٥٥ + (٥٥ + ٢٠٠) ٢٠٠ + (٥٥ + ٥٥ + ٢٠٠ + ١٠٠) ٥٥ =$$

$$٨٥١٠٠ = (٥٥) ١٠٠ + (٥٥ + ٥٥)$$

$$خ = ٢٢٠٠٠ = (٥٥) ٢٠٠ + (٥٥) ٢٠٠$$

$$جا = \frac{أ - خ}{أ + خ} = \frac{٢٢٠٠٠ - ٨٥١٠٠}{٢٢٠٠٠ + ٨٥١٠٠} = ٠,٥٨٩$$

أي يوجد ارتباط قوي وطردي ، أي أنه كلما زاد مستوى التعليم زاد مستوى المسؤولية .

تطبيق (١٧-٥):

في دراسة عن الحراك الاجتماعي في إحدى المدن قام أحد الباحثين الاجتماعيين بجمع بيانات عن ٢٠٠ شخص حسب الموضح بالجدول التالي وهي توضح الطبقة الاجتماعية التي ينتمي إليها كل من الشخص وابيه . أوجد معامل الارتباط بينهما ؟

الطبقة الاجتماعية

الأب	الأبن	ممتازة	جيدة	متوسطة	منخفضة
ممتازة	٦	٣	١	٢٥	٦٠
جيدة	٣	٢٥	٣٠	٢	٣٥
متوسطة	٨	٢٠	١٧	٣٥	٢٥
منخفضة	٣	٣	٢٢	٢٥	٢٥

$$\begin{aligned}
 \text{أ} &= ٦(٦٠+٣٩) + ٣(٢٥+٣٠) + ١(٢٢+٢٣) + ٣(٢٥+٣٠) + ١(٢٢+٢٣) + ٣(٢٥+٣٠) + ١(٢٢+٢٣) \\
 &= ٧٩٣٥ = (٢٥)١٧ + (٤٧)٢٠ + (٥٠)٨ + (٦٠)٣٠ + \\
 &= ٢٢٨٨ = (٣)٢٥ + (٨)٢٠ + (٣١)٣٠ + (٨+٢٣+٣٩)٢ + (١١)٣ + (٤٨+١١)١
 \end{aligned}$$

(يلاحظ أن الأرقام بين القوسين هي حاصل جمع أرقام أعمدة ، مثلا
 $٣+٢٠+٢٥=٤٨$)

$$\text{جا} = \frac{٢٢٨٨ - ٧٩٣٥}{٢٢٨٨ + ٧٩٣٥} = \frac{-٥٦٤٧}{١٠٢٢٨} = -٠,٥٥$$

تطبيق (١٧-٦):

البيان بالجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب حسب درجاتهم
 بالاختبار وحسب الحالة الاجتماعية والاقتصادية لكل منهم . بين ما إذا كان
 هناك ارتباط بين مستوى التحصيل العلمي وبين الحالة الاجتماعية والاقتصادية
 للطلاب .

التحصيل العلمي والحالة الاجتماعية والاقتصادية

الدرجة	الحالة الاجتماعية والاقتصادية	متوسط	جيد	ممتاز
صفر - ٦٠	٤٩	٥	١	
٦٠-٧٠	١٧٨	١٢	٢	
٧٠-٨٠	٩٦	٧٣	٧	
٨٠-٩٠	٢٠	٥٧	١٨	
٩٠-١٠٠	١١	١٣	٢٩	

= أ

$$٢٠ + (٤٧)٧٣ + (١١٧)٩٦ + (٥٤)١٢ + (١٩٧)١٧٨ + (٥٦)٥ + (٥٦)٥ + (٢١١)٤٩$$

$$٦٣٤٨٩ = (٢٩)٥٧ + (٤٢)$$

$$١٨ + (٣١)٧٣ + (١٠١)٧ + (١٢٧)١٢ + (٢٧٠)٢ + (٣٠٥)٥ + (٤٦٠)١ = خ$$

$$٨٠٧٨ = (١١)٥٧ + (٢٤)$$

$$جا = \frac{أ - خ}{أ + خ} = \frac{٨٠٧٨ - ٦٣٤٨٩}{٨٠٧٨ + ٦٣٤٨٩} = ٠,٧٧٤$$

أي يوجد ارتباط قوي جدا وطردي.

١٧-٣-٤ معامل ارتباط كندال

هذا المعامل قدمه كندال عام ١٩٣٨ لقياس الارتباط بين متغيرين كلاهما علي

المستوي الترتيبي . ويرمز لهذا بالرمز T وينطق "تو" Tau.

وصيغته كما يلي :

$$\text{تو} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{ن}(1-\text{ن})} \quad (17-6)$$

وتعرف أ ، خ تماماً كما في معامل ارتباط جاما

ملاحظات :

- (١) قيمة المعامل تقع بين ± 1 والقيمة ١ تعني ارتباط تام طردي ، -١ تعني ارتباط تام عكسي ، صفر تعني عدم وجود ارتباط .
- (٢) في حالة وجود قيود ties أي وجود تكرار لبعض القيم فإن قيمة هذا المعامل لاتصل إلى الحد الأقصى ± 1
- (٣) هذا المعامل يرمز إليه كاملاً بالصورة أ Ta إذ أن كندال - قدم معاملاً آخران للارتباط وهو في سبيل معالجة الانتقادات الموجهة لمعامل تو أ- ويرمز للمعاملان الآخران بالرموز توب Tb ، تو سTc.
- (٤) المقدار ٠,٥ ن " ن - ١ " وهو مقام معامل كندال يمثل عدد المقارنات الكلي بين أزواج القيم .

تطبيق (١٧-٧):

في التطبيق (١٧-٥) الخاص بدراسة الحراك الاجتماعي ، المطلوب قياس الارتباط بين طبقة الشخص وأبيه باستخدام معامل كندال .

الحل:

$$\text{تو} = \frac{\text{أ - خ}}{0,5(ن-1)} = \frac{2288-7935}{(199)(200)0,5} = \frac{5647}{19900} = 0,284$$

١٧-٤ الارتباط بين متغيران إسميان :

١٧-٤-١ مقدمة :

هناك الكثير من المتغيرات لا يمكن قياسها أو حتى مجرد تقسيمها في رتب وكل ما هو ممكن هو تقسيم المتغير إلى مجموعات أو أقسام يكون فيها لكل قسم صف مميزة له ، والأمثلة علي ذلك كثيرة ، فالجنس يتم تقسيمه إلى ذكور- إناث والحالة الاجتماعية يمكن تقسيمها إلى متزوج - أعزب - مطلق - أمل ولون البشرة يمكن تقسيمها إلى أبيض - أسمر - أسود..الخ . والجنسية تقسم إلي مصري - سعودي - عراقي ..الخ. ونوع الجريمة يصنف سرقة -- سطو - قتل - خطف ..الخ.

١٧-٤-٢ معامل كرامير :

هناك عدد كبير من المقاييس الإحصائية التي يمكن استخدامها لبيان مدي العلاقة أو الارتباط بين هذه المتغيرات الكيفية ، منها ما يسمى معامل التوافق الذي قدمه العامل كرامير " cramer " عام ١٩٤٦ ويتم حساب هذا المعامل من جدول التوافق التالي عرضه باستخدام الصيغة التالية ، وهي نفس صيغة معامل كرامير ولكن بصورة مبسطة ولتسهيل العمل الحسابي " أنظر جدول التوافق أدناه " .

$$Q = \sqrt{\frac{1-C}{1-E}} \quad (7-17)$$

حيث : ق = معامل كرامير للتوافق.

ع = عدد الصفوف أو الأعمدة أيهما أقل.

$$H = \frac{2(RL)}{(R \cdot L)} = \frac{\text{تكرار الخلية}}{\text{تكرار الصف} \cdot \text{تكرار العمود}} \quad (8-17)$$

ك.ل = تكرار الخلية الموجودة بالصف ر والعمود ل .

ك.ر = تكرار الصف ر .

ك.ل = تكرار العمود ل .

ص	س	س ١	س ٢	...	س ل	...	س د	
ص ١	ك ١١	ك ٢١	...	ك ١ل	...	ك ١د	ك ١	
ص ٢	ك ١٢	ك ٢٢	...	ك ٢ل	...	ك ٢د	ك ٢	
ص ر	ك ر ١	ك ر ٢	...	ك رل	...	ك رد	ك ر	
ص م	ك م ١		ك م د	ك م	
	ك ١٠	ك ٢٠	...	ك.ل	...	ك.د	ن	

ملاحظات :

تتخصر قيمة ق بين صفر، واحد صحيح ، وهو يساوي صفر في حالة الاستقلال التام ويساوي واحد في حالة الارتباط التام . هذا ويصعب تفسير القيم البينية ، أي بين الصفر والواحد تفسيراً دقيقاً، علي أنه يمكن الاسترشاد بما يلي:

من صفر إلى ٠,١	ارتباط قليل يمكن إهماله
٠,١ إلى ٠,٢	ارتباط ضعيف
٠,٢ إلى ٠,٤	ارتباط متوسط
٠,٤ إلى ٠,٦	ارتباط قوي
٠,٦ إلى ١	ارتباط قوي جدا

اتجاه العلاقة طردي أو عكسي " هنا أمر غير وارد .

في الحالة الخاصة ، إذا كان الجدول يشتمل علي صفان أو عمودان فإن صيغة معامل كرامير تصبح :

$$Q = \sqrt{1 - C}$$

وهذه مماثلة تماما لمعامل ارتباط آخر يطلق عليه معامل فاي "Phi"

تطبيق (١٧-٨):

في دراسة للعلاقة بين البطالة والامية في كل من الريف والحضر تم الحصول علي البيانات التالية ، والمطلوب بيان قوة العلاقة بينهما .

الحضر				الريف			
أمي	غير أمي	مجموع		أمي	غير أمي	مجموع	
٥٠	١٧	٦٧	عاطل	٢٨	٢٠	٤٨	عاطل
١٢	٣١	٤٣	يعمل	٤٢	٣٥	٧٧	يعمل
٦٢	٤٨	١١٠	مجموع	٧٠	٥٥	١٢٥	

الحل :

$$Q = \sqrt{1 - \frac{1 - C}{1 - E}} = \sqrt{1 - \frac{1 - 0.48}{1 - 0.48}}$$

ويمكن تسهيل حساب قيمة C بتدوين البيانات داخل الجدول وكما هو موضح بالمربع الملحق بكل خلية .

الريف		
٤٨	٢٠	٢٨
٧٧	٣٥	٤٢
	٥٥	٧٠

الحضر		
٦٧	١٧	٥٠
٤٣	٣١	١٢
	٤٨	٦٢

$$\sqrt{1 - 1,211} = 0,46 = \text{بالنسبة للحضر : ق}$$

أي وجد ارتباط قوي بين الأمية والبطالة .

$$\sqrt{1 - 1,001} = 0,35 = \text{بالنسبة للريف : ق}$$

الأمية والبطالة . أي لا يوجد ارتباط بين

لاحظ أن الأرقام المدونة بالمربعات في الخلايا يتم حسابها حسب القاعدة السابق ذكرها وهي :

$$\frac{\text{مربع التكرار بالخلية}}{\text{مجموع الصف} \times \text{مجموع العمود}}$$

وعلي سبيل المثال :

$$\begin{array}{r} 2(50) \\ \hline 0,602 = \frac{(67)(62)}{2(17)} \\ \hline 0,090 = \frac{(67)(48)}{2(17)} \end{array}$$

وهكذا

٣٣٠

تطبيق (١٧-٩):

البيان التالي يمثل توزيع عدد من الطلاب الجامعيين حسب تخصصاتهم العلمية وحسب طبقتهم الاجتماعية ، بين مدى قوة العلاقة بينهما .
التخصص العلمي والطبقة الاجتماعية

الطبقة / التخصص	متوسط	جيد	ممتاز	مجموع
علمي	١٧	٧٢	١٢٣	٢١٢
أدبي	٣٧	٩٧	٣٥	١٦٩
أخرى	١٠٠	١٣	٢٢	١٣٥
المجموع	١٥٤	١٨٢	١٨٠	٥١٦

الحل:

نبدأ بإيجاد قيمة جـ ويمكن تنظيم ذلك في جدول كالآتي:

٠,٠٠٩	٠,١٣٤	٠,٣٩٦
٠,٠٥٣	٠,٣٠٦	٠,٠٤٠
٠,٤٨١	٠,٠٠٧	٠,٠٢٠

وكما سبق فإن المقدار ٠,٠٠٩ علي سبيل المثال يتم الحصول عليه بتربيع التكرار المناظر في الجدول ثم القسمة علي مجموع الصف (٢١٢) وكذا علي مجموع العمود (١٥٤) أي :

$$0,009 = \frac{2(17)}{(154)(212)}$$

وقيمة حـ هي حاصل جمع المقادير بالجدول الأخير

$$Q = \sqrt{\frac{1 - \bar{c}}{1 - c}} = \sqrt{\frac{1 - 1,446}{1 - 3}} = 0,472$$

ويعبر ذلك عن وجود ارتباط قوي بين التخصص العلمي والطبقة الاجتماعية التي ينتمي إليها الطالب .

صيغة أخرى لمعامل كرامير :

يمكن عرض معامل ارتباط كرامير بصيغة أخرى كما يلي :

$$Q = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(1-c)}} \quad (9-17)$$

$$\text{حيث } \chi^2 = \frac{\sum (K - \bar{K})^2}{\bar{K}} \quad (10-17)$$

ك = التكرار المشاهد

ك- = التكرار المتوقع

ويتم حساب التكرار المتوقع بكل خلية بافتراض الاستقلال بين المتغيرين ، وباستخدام الصيغة :

$$T = \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{n} \quad (11-17)$$

تطبيق (١٧-١٠):

التوزيع التكراري التالي يعرض حالة مجموعة من المرضى بعد تجربة مجموعة من المعالجات عليهم والمطلوب قياس الارتباط بين المعالجة والنتيجة.

المعالجة النتيجة	الدواء أ	الدواء ب	الدواء الصوري	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٢	٧٧	٨١	٢٤٠

تحتسب التكرارات المتوقعة وهي موضحة بالجدول التالي :

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

وهذه التكرارات المتوقعة حصلنا عليها كما يلي :

$$٤٤,٨ = \frac{١٣١ \times ٨٢}{٢٤٠}$$

$$٤٢ = \frac{١٣١ \times ٧٧}{٢٤٠}$$

هكذا ، بعد ذلك نبدأ في حساب قيمة كا^٢ كما يلي :

$$\text{كا}^2 = \frac{٢(٤٤,٨ - ٤٧)}{٤٤,٨} + \frac{٢(٤٢ - ٥٢)}{٤٢} + \frac{٢(٨,٤ - ١٦)}{٨,٤} + \dots$$

$$. ١٨,٢٧ = \sqrt{\frac{٢٤٠}{(١-٤)}} = \sqrt{\frac{١٨,٢٧}{(١-٣)}} = ٠,١٩٥$$

أي أن الارتباط ضعيف .

١٧-٤-٣ معامل ارتباط لامدا Lambda:

معامل لامدا قدمه العالم جوتمان عام ١٩٤١ لقياس الارتباط بين المتغيرات الاسمية ويتم احتسابه بعد إعداد جدول تكراري مزدوج باستخدام الصيغة التالية إذا كان الغرض تقدير ص بدلا من س .

$$\text{مع } \hat{K}_S - \hat{K}_S = \frac{(١٧-١٢)}{١٢} = \frac{\text{ن} - \hat{K}_S}{\text{ن}}$$

حيث : \hat{K}_S = تكرار الفئة المنوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر س

\hat{K}_S = تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشي للمتغير التابع ص .

ملاحظات :

- ١- معامل لامدا بين صفر ، ١ .
- ٢- معامل لامدا ليس معامل متماثل بمعنى أن ل ص س لا يساوي ل س ص بصفة عامة .
- ٣ - معامل لامدا ل ص س يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير ص من المتغير المستقل أو المقدر س .

٤ - لامتدا تراجع إلى حرف من الحروف اليونانية ويكتب علي الصورة (ل).

تطبيق (١٧-١١):

في دراسة للمسجونين بأحد المجتمعات قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي بهدف تقدير نوع الجريمة بدلالة عمر مرتكبها ، والمطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين .

العمر نوع الجريمة	٣٠-١٨	٥٠-٣٠	٥٠ فأكثر	
	٣٠	١٥	٤	٤٩
قتل	٣٠	١٥	٤	٤٩
خطف	٢٠	٨٠	٦	١٠٦
سرقة	١٠	٥	١٢٠	١٣٥
	٦٠	١٠٠	١٣٠	٢٩٠

الحل:

نضع ص = نوع الجريمة (المطلوب تقديره) ، س = العمر معامل لامدا هو المعامل المناسب .

$$ل ص س = \frac{مح ك - ك^ ص}{ن - ك^ ص}$$

$$= \frac{٢٣٠ - ١٣٥}{١٣٥ - ٢٩٠} = \frac{٩٥}{١٥٥} = ٠,٦١$$

٣٣٥

١٧ - ٤ - ٤ معامل الارتباط الرباعي :

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صفة الاستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ، ويتم حسابه من جدول 2×2 بالصيغة التالية

أ	ب
ج	د

$$r = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

١٨٠°

(١٧-١٣)

حيث : جتا هي جيب تمام الزاوية .

ملاحظات :

- ١ - هذه الصيغة تعد صيغة تقريبية للصيغة الأصلية (وهي معقدة) التي قدمها كارل بيرسون عام ١٩٠٠ .
- ٢ - حدود هذا المعامل هي -١ ، +١ .
- ٣ - مقدار الزاوية يتراوح بين صفر في حالة كون ب أو ج (أو كلاهما) يساوي صفرا الي ١٨٠ في حالة أ أو د (أو كلاهما) يساوي صفرا .
- ٤ - يفضل تجنب استعمال هذا المعامل عندما يكون التقسيم لأي من المتغيرين بعيدا عن النسبة ٠,٥ والمدي المناسب هو (٠,٤ - ٠,٦)
- ٥ - لا يصلح هذا المعامل إذا كان تكرار أحد الخلايا صفر إذ أن الارتباط في هذه الحالة سيكون -١ +

تطبيق (١٧-١٢):

المطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين باستخدام التوزيع أدناه :

الدرجة	التوافق	متوافق	غير متوافق	
فوق المتوسط	٤٦	٢٩	٧٥	
تحت المتوسط	١٧	٣٥	٥٢	
	٦٣	٦٤	١٢٧	

ر = + جتا

$$+1 \frac{180}{\sqrt{(46+35) / (29)(17)}} = \text{جتا } 64,6 = 0,43$$

١٧-٥ الارتباط بين متغير كمي ومتغير إسمي

١٧-٥-١ معامل ارتباط السلسلتان BiseriaI Correlation

قدمه كارل بيرسون عام ١٩٠٩ ويستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين أحدهما كمي وليكن (ص) والآخر إسمي (س) ولكنه مستمر أصلا ويتبع التوزيع الطبيعي . فهناك حالات يكون فيها المتغير مستمر أصلا ولكن يصعب قياسه ، أو قياسه بدقة مما يضطرنا

إلى التعبير عنه بقيمتان فقط فيبدو وكأنه ثنائي dichotomy ومن الأمثلة على ذلك مستوى القلق (كبير - قليل) مستوى النجاح (راسب - ناجح) ، (يحب - يكره) ، العمر (شاب ، مسن) ، القوة (قوى ، ضعيف) ، ... الخ .
 فإذا تم تخصيص قيمتين (صغرى ، كبرى) ١ ولتكن (٠ ، ١) لقيم المتغير الثنائي ، وقمنا بتجزئء قيم ص تبعا لذلك بالتناظر إلى مجموعتين : ص. ، ص ١ فإن معامل ارتباط السلسلتان (ر") يمكن حسابه بأي من الصيغ التالية :

$$\begin{array}{lcl}
 \text{ر"} = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_1}{\sigma_{\text{ص}}} & \text{ق ١ ق ٠} & (١٧-١٤) \\
 \text{ر"} = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_1}{\sigma_{\text{ص}}} & \text{ق ١ ق ٠} & (١٧-١٥) \\
 \text{ر"} = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_1}{\sigma_{\text{ص}}} & \text{ق ١ ق ٠} & (١٧-١٦)
 \end{array}$$

حيث :

$\overline{\text{ص}}$ المتوسط الحسابى للمتغير ص

^١ يمكن أيضا تخصيص القيم (٢، ١) أو (٢، ٣) وهكذا

- ص ١ المتوسط الحسابى للمتغير ص ١ المناظر للقيمة (١) للمتغير الثنائى
ص ١ المتوسط الحسابى للمتغير ص .
ق ١ نسبة مفردات المتغير ص ١
ق . نسبة مفردات المتغير ص .
أ أحداثى (ارتفاع) المنحنى الطبيعى المعيارى عند النقطة التى ينقسم
بها التوزيع الطبيعى بنسبة ق ١ ، ق ٠ .

تطبيق (١٧-١٣):

أراد أحد الباحثين درجة الصدق التلازمى concurrent Validity فى أحد اختبارات الاختيار من متعدد بهدف تحديد المهارة فى كتابة المقالات والبيان التالى يوضح درجة الاختبار لكل طالب ودرجته فى السؤال المقالى ، والتى حددت بالقيمة ١ فى حالة النجاح وصفر فى الرسوب .

درجة الاختبار ص	درجة المقال س
٢٥	٠
٣٠	١
٢٠	١
٢٥	٠
٤٠	١
٣٠	٠
٢٠	١
٣٥	٠
٢٥	١
٤٥	١

الحل:

$$\begin{aligned} \text{ص} = 29,5 & \quad \text{Q} \text{ ص} = 7,9 & \text{ص} = 30 & \text{ص} = 28,75 \\ \text{ق} = 1 & \quad \text{ق} = 0,4 & \text{أ} = 0,386 & \end{aligned}$$

$$\text{ر} = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_1}{\overline{\text{ص}}_1} = \frac{\text{ق}}{\text{أ}}$$

$$0,098 = \frac{0,6}{0,386} \times \frac{29,5 - 30}{7,9} =$$

الحل باستخدام الصيغة :

$$\text{ر} = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_1}{\overline{\text{ص}}_1} = \frac{\text{ق}}{\text{أ}}$$

$$0,098 = \frac{0,4}{0,386} \times \frac{28,75 - 29,5}{7,9} =$$

الحل باستخدام الصيغة :

$$r = \frac{\overline{ص_1} - \overline{ص_2}}{\frac{\sigma_{ص_1}}{1} + \frac{\sigma_{ص_2}}{1}}$$

$$0.098 = \frac{(0.4)(0.6)}{0.386} \times \frac{28.75 - 30}{7.9} =$$

تطبيق (١٧-١٤):

فى دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاج تم إعداد التوزيع المقارن التالى وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين ، اعتبرت الأولى مدربة وذلك لاستكمال برامج التدريب ، أما المجموعة الثانية اعتبرت غير مدربة لعدم استكمالها برامج التدريب . والمطلوب قياس الارتباط بين التدريب والإنتاجية .

الإنتاج	عدد العمال		
	المجموعة المدربة	غير المدربة	إجمالي
٦٠-٥٥	١	١٦	١٧
٦٥-٦٠	٠	٢١	٢١
٧٠-٦٥	١	١٩	٢٠
٧٥-٧٠	٦	٢٧	٣٣
٨٠-٧٥	٦	١٩	٢٥
٨٥-٨٠	٢	١٦	١٨
٩٠-٨٥	٥	٦	١١
	٢١	١٢٤	١٤٥

الحل:

معامل الارتباط المناسب هو معامل السلسلتين تخصص القيم (٠، ١) للمتغير الثنائي (غير مدرب ، مدرب) والمتغير ص للإنتاج ، ص . لإنتاج العمالة الغير مدربة ، ص ١ لإنتاج العمالة المدربة .

$$\begin{aligned} \text{ص ١} &= ٧٧ \quad \text{ص} = ٧٠,٣٩ \quad \text{ص} - \text{ص} = ٨,٨ \\ \text{ق ١} &= ٠,١٤٥ \quad \text{ق} = ٠,٢٢٨ \\ \text{ر} &= \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ق} - \text{ق}} = \frac{٧٧ - ٧٠,٣٩}{٠,٢٢٨ - ٠,١٤٥} = \frac{٦,٦١}{٠,٠٨٣} = ٨,٨ \end{aligned}$$

١٧-٥-٢ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point Biserial

يستخدم لقياس الارتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي وثنائي أصيل مثل الجنس (ذكر - أنثى) ، التملك (يملك - لا يملك) ، الحالة الزوجية (متزوج - غير متزوج) . ويمكن حسابه بأي من الصيغ التالية .

$$\text{ر} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\sqrt{(\text{ق} - \text{ق})}} \quad \text{ص} = ١٧ - ١٧$$

$$r = \frac{\overline{ص} - \overline{ص}}{\overline{ص}} \sqrt{\frac{ق}{ق}}$$

(١٨-١٧)

$$r = \frac{\overline{ص} - \overline{ص}}{\overline{ص}} \sqrt{\frac{ق}{ق}}$$

(١٩-١٧)

وتعرف الرموز كما في معامل ارتباط السلسلتان .

ملاحظات :

(١) الصيغة أعلاه هي نفس صيغة معامل بيرسون بعد تبسيطها باعتبار أن أحد المتغيران ثنائي .

(٢) لا يتطلب حسابه شرط التوزيع الطبيعي .

(٣) الصيغة التالية تعرض العلاقة بين ر ، ر " .

$$r = r = \sqrt{\frac{ق}{ق}}$$

(٢٠-١٧)

تطبيق (١٥-١٧):

البيان التالي يعرض العلاقة بين درجة الاختبار والجنس [خصص رقم ١ للذكر و ٢ للإنثى] .

^١ يمكن أيضا تخصيص القيم (١٠٠) أو (٣٠٢) وهكذا

الجنس س	درجة الاختبار ص
١	٢٦
٢	٢٨
١	٢٤
١	٢٢
٢	٢٤
٢	٣٠
١	٢٥
١	٢١
٢	٢٥
١	٢٠

الحل:

$$\begin{aligned}
 \bar{ص} &= 24,5 & Q &= 2,91 & -\bar{ص} &= 1 & -\bar{ص} &= 23 \\
 ق &= 1 & ق &= 2 & ق &= 1 & ق &= 2 \\
 & & & & & & & 10
 \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{ص} - \bar{ص}_1}{\sigma_{\bar{ص}}} = \frac{\bar{ص} - \bar{ص}_1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{24,5 - 20}{\sqrt{\frac{10}{10}}} = 4,5$$

٣٤٤

$$\frac{0.6}{0.4} = 0.63$$

$$\frac{23 - 24.5}{2.91} =$$

تطبيق (١٦-١٧) :

بافتراض أن العمالة في التطبيق ٤٤ مقسمة إلى مجموعتين الأولى مدربة والثانية لم يسبق تدريبها على الإطلاق، والمطلوب قياس الارتباط بين التدريب والإنتاجية .

الحل :

معامل الارتباط المناسب في هذه الحالة هو معامل ارتباط السلسلتان الثنائى .

$$r = \frac{70.39 - 77}{8.8} (0.145) (0.855) = 0.264$$

١٧-٥-٣ نسبة الارتباط Correlation Ratio

قدمها كارل بيرسون عام ١٩٠٥ لقياس الارتباط في حالة وجود علاقة غير

خطية بين متغيرين س،ص وفيما يلي نسبة الارتباط لإنحدار ص على س .

$$r_{ص س} = \sigma_{ص س} / \sigma_{ص} \quad (١٧-٢١)$$

وهناك صيغة مماثلة لإنحدار س على ص .

$$r_{س ص} = \sigma_{س ص} / \sigma_{س} \quad (١٧-٢٢)$$

حيث $Q_{ص-}$ ، $Q_{س-}$ هما الانحرافان المعياريان لمتوسطات ص، س .
هذه المتوسطات يتم حسابها أولاً لكل فئة من فئات المتغير الآخر .

ملاحظات :

(١) قيمة نسبة الارتباط تقع بين صفر ، ١ والقيمة صفر تعنى عدم وجود ارتباط والقيمة ١ تعنى وجود ارتباط تام .

(٢) قيمة نسبة الارتباط موجبة دائما . ويمكن تحديد اتجاه الارتباط من شكل الانتشار .

(٣) $r \leq 2$.

(٤) نسبة الارتباط يمكن تطبيقها أيا كان شكل العلاقة بين المتغيرات، خطية أو غير خطية . وتكون العلاقة خطية في حالة ما إذا كانت $y = r \cdot x$. ولذلك فإنه من المفيد حساب y ومقارنته بقيمة r باعتبار ذلك إختبار للعلاقة الخطية .

(٥) حساب النسبة y/x لا يعتمد على s وكذلك النسبة y/s لا تعتمد على s وكما هو واضح من الصيغ الرياضية لهاتين النسبتين . ويعنى ذلك أن هذه النسبة تشترط أن يكون واحد من المتغيران فقط كمي أما الآخر فيمكن أن يكون إسمي .

تطبيق (١٧ - ١٧):

في دراسة للعلاقة بين عمر العامل وإنتاجيته (s, y) قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكرارى التالى ، والمطلوب :

- حساب معامل ارتباط

بيرسون

- حساب نسبة ارتباط y/x

على s

- حساب نسبة إرتباط س

على ص

ك	٦٥-٥٥	٥٥-٤٥	٤٥-٣٥	٣٥-٢٥	٢٥-١٥	س ص
٢٨					٢٠	٥٥-٤٥
١٩		٩		٧	٣	٦٥-٥٥
٢٥		١٣		١٢		٧٥-٦٥
١٣		٤	٧	٢		٨٥-٧٥
١٥			١٥			٩٥-٨٥
١٠٠	٨	٢٦	٢٢	٢١	٢٣	ك

الحل:

معامل إرتباط بيرسون :

$$r = \frac{(2680 \cdot 3750) - (255100) \cdot 100}{[2(6680) - (465600) \cdot 100] [2(3750) - (157100) \cdot 100]}$$

$$= \frac{460000}{[1937600] [1647500]} = 0.257$$

إرتباط ضعيف .

$$s^2 = \frac{s^2}{n} = \frac{1937600}{100} = 19376$$

$$= \frac{1647500}{100} = 16475$$

$$s = \sqrt{19376} = 139.2$$

$$s = \sqrt{16475} = 128.4$$

$$r_{SV} = \sqrt{0.104} = 0.323$$

تطبيق (١٧-١٨) :

التوزيع التكرارى التالى يعرض درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة فى

مادتين مختلفين س، ص والمطلوب : قياس الارتباط بينهما باستخدام

أ- معامل بيرسون

ب-نسبة الارتباط س

س

س	٧-١	١٤-٨	٢١-١٥	٢٨-٢٢	٣٥-٢٩	٤٢-٣٦	٤٩-٤٣	٥٦-٥٠
ص	١٠-١	١	١	٢	١	٣	٨	٦
٢٠-١١	٢	١	٢	٢	١	٣	٨	٦
٣٠-٢١		٣	١٣	١٢	١٠	٣	٨	٦
٤٠-٣١	١	٤	٥	٢٤	٢٠	١٩	٣	١
٥٠-٤١			٥	١٠	٢٢	٢٩	٨	٣
٦٠-٥١			٢	١	١٣	١٤	١٣	٧
٧٠-٦١				٢	٥	٢	٢٠	٥
٨٠-٧١		٠			١	١	٦	٦

الحل:

$$r = 0.66 \quad 2Q = 2.109$$

ص

$$2Q - ص = 1.003$$

$$\text{ئ ٢} = \frac{١,٠٠٣}{٢,١٥٩} = ٠,٤٦٥$$

$$\text{ئ} = ٠,٤٦٥ = ٠,٦٨١$$

ويلاحظ أن هذا الرقم قريب من معامل بيرسون (٠,٦٦) وهذا يبرر إفتراض الإنحدار الخطى .

١٧-٦ الارتباط بين متغير ترتيبي ومتغير إسمي

معامل ارتباط السلسلتان للرتب

معامل ثيننا

١٧-٦-١ معامل ارتباط السلسلتان للرتب Rank biserial I

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين أحدهما مقياس على المستوى الترتيبي والآخر ثنائي أصيل . وقد قدم هذا المعامل كوريتون Coreton عام ١٩٥٦ . وصيغة هذا المعامل كما يلي .

$$R = \# (\frac{٢}{ن}) (\overline{ص١} - \overline{ص٠})$$

$$(١٧-٢٣)$$

حيث :

$\overline{ص١}$ متوسط رتب المجموعة ص ١

$\overline{ص٠}$ متوسط رتب المجموعة ص ٠

ن عدد الأزواج

وقيمة هذا المعامل تقع بين -١ ، +١

تطبيق (١٧-١٩):

فى دراسة للعلاقة بين الجنسية (س) وحالة الشخص الاجتماعية والاقتصادية (ص) تم تخصيص القيمتان (٠ ، ١) للمتغير س بحيث تعنى القيمة (١) أن الشخص يحمل جنسية أصلية والقيمة (٠) تعنى أن جنسية الشخص مكتسبة : وبالنسبة للمتغير ص تم قياسه بمقياس ترتيبى وكما هو موضح أدناه .
والمطلوب قياس الارتباط بين س ، ص

س	١	١	١	٠	٠	١	١	٠	٠	٠	٠
ص	٣	٢	١	٥	٤	٦	٧	١٠	٩	٨	١١

الحل:

$$\overline{ص_١} = ٤,٦٧ \quad \overline{ص_٠} = ٨,٣٣ \quad ن = ١٢$$

$$R = \# (٢ / ن) (\overline{ص_١} - \overline{ص_٠})$$

$$= (٢ / ١٢) (٨,٣٣ - ٤,٦٧) = ٠,٦١$$

تطبيق (١٧-٢٠):

مجموعة من الطلبة تم تكليفهم بإعداد بحوث وذلك قدرتهم على الإبداع (س) وعلى أساس مبدع (س=١) وغير مبدع (س=٠) . وقد تم قياس ذكائهم (ص) وخصص لهم رتب مناسبة والمطلوب قياس الارتباط بين الذكاء والقدرة على الإبداع باستخدام معامل ارتباط السلسلتان للرتب .

٠	٠	١	١	٠	٠	٠	١	١	١	القدرة على الإبداع
٨	٤	٥	٩	١٠	٣	٧	١	٦	٢	النكاه

$$\text{ص} ١ = ٤,٦ \quad \text{ص} ٠ = ٦,٤ \quad \text{ن} = ١٠$$

$$\text{ر} \# = (٢ / \text{ن}) (\overline{\text{ص} ١} - \overline{\text{ص} ٠})$$

$$- (١٠ / ٢) - (٦,٤ - ٤,٦) = - ٠,٣٦$$

١٧-٦-٢ معامل ثيتا (Theta Coefficient)

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس درجة لعلاقة بين متغير إسمي وآخر ترتيبى . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسمى - تقديرا على للمتغير الترتيبى - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمى .
ولفرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمى رقم معين إختيارى ولنتصوير المستويان ر ، ل حيث $ر > ل$. ويتم حساب معامل ثيتا باستخدام الصيغة التالية :

$$\theta = \frac{\text{مجم } | \text{أ ر ل} - \text{ب ر ل} |}{\text{مجم ن ر ن ل}} \quad (١٧-٢٤)$$

حيث :

أ ر ل عدد المرات التى تكون فيها وحده فى المستوى ر أعلى من بعض

الوحدات في المستوى ل .
 ب ر ل عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أقل من بعض
 الوحدات في المستوى ل .

ن ر عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)
 ن ل عدد وحدات المستوى ل .

ملاحظات :

١ (θ) هو حرف يوناني وينطق ثيتا . Theta
 ٢ معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفرا في حالة عدم وجود
 ارتباط وواحد في حالة الارتباط التام

تطبيق (١٧-٢١):

المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى (القيم مرتبة
 تصاعديا) .

الجنس	القدرة على التهجى	١	٢	٣	٤	٥
١ ذكر	١	١		١		١
٢ أنثى			١		١	

الحل:

عدد المرات التي يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى:

$$أ \quad ٢١ = ٠ + ١ + ٢ = ٣$$

عدد المرات التي تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر

$$ب \quad ٢١ = ١ + ٢ = ٣$$

$$= \theta \quad | ٢١أ - ٢١ب |$$

ن ١ ن ٢

$$= | ٣ - ٣ | = \frac{\text{صفر}}{٦} = \text{صقر}$$

تطبيق (١٧-٢٢) :

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان هو موضح أدناه ، المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى .

القدرة على التهجى	الجنس	١	٢	٣	٤	٥
١ ذكر	١	١	١	١		
٢ أنثى					١	١

الحل:

$$أ \quad ٢١ = \text{صفر}$$

$$ب \quad ٢١ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦$$

$$1 = \frac{|6 - 0|}{6} = 0$$

تطبيق (١٧-٢٣)

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات التالية : الإكتئاب ، السرقة ، الشرود ، الكذب . وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بدءا من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . بإستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس الارتباط بين الأعراض والتشخيص .

١	٢	٣	٤	٥	التشخيص الأعراض
٢	١	١	٣	٧	١ شرود
٥	٦	٤	٢	٢	٢ كذب
٣	٢	٨	٥	٢	٣ سرقة
٦	٢	٣	٠	١	٤ اكتئاب

الحل:

$$أ \quad 180 = (5) + (5+6) + (5+6+4) 3 + (5+6+4+2) 7 = 211$$

$$ب \quad 46 = (2) 3 + (2+2) 1 + (2+2+4) 1 + (2+2+4+6) 2 = 21$$

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ويمكن تلخيص النتائج فى الجدول التالى:

رل	أرل	برل	[أ-ب]	نرل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

$$\theta = 1562 / 622 = 0.40$$

أى أن ٤٠% من المقارنات بين المرضى بأمراض مختلفة بينها إتساق فى اختلاف درجة التشخيص .

٧-١٧ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (١٧-٢٤):

الجدول التالي يوضح درجات الحرارة المئوية والقيم المناظرة لها من درجات الحرارة فهرنهايت . والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما.

س	درجة مئوية	صفر	١	٢	٣
ص	فهرنهايت	٣٢	٣٣,٨	٣٥,٦	٣٧,٤

الحل:

س	ص	س ^٢	ص ^٢	س ص
صفر	٣٢	صفر	١٠٢٤	صفر
١	٣٣,٨	١	١١٤٢,٤٤	٣٣,٨
٢	٣٥,٦	٤	١٢٦٧,٣٦	٧١,٢
٣	٣٧,٤	٩	١٣٩٨,٧٦	١١٢,٢
٦	١٣٨,٨	١٤	٤٨٣٢,٥٦	٢١٧,٢

ن محس ص - محس ص

$$r = \frac{\sqrt{[n \text{ محس ص}^2 - (\text{محس ص})^2][n \text{ محس ص}^2 - (\text{محس ص})^2]}}{[n \text{ محس ص}^2 - (\text{محس ص})^2]}$$

$$= \frac{(138,8)(6) - (217,2)4}{\sqrt{[6(138,8) - (4832,56)4][6(6) - (14)4]}}$$

$$1 = \frac{36}{[64.8][20]\sqrt{}} =$$

أى أن معامل الارتباط يساوى واحد صحيح وهذا ما يجب توقعه ،حيث أن الارتباط تام بين درجات الحرارة المثوية والدرجات فهرنهايت.

تطبيق (١٧-٢٥):

- فيما يلي معدلات المواليد والوفيات حسب القارات عام ١٩٨٠ ، أوجد معامل الارتباط بينهما .

القارات	معدلات المواليد	معدلات الوفيات
أفريقيا	٤٦	١٧,١
آسيا	٣٤,٥	١٣
أمريكا اللاتينية	٣٥,٤	٨,٤
أمريكا الشمالية	١٥,٣	٩
أوروبا	١٤,٥	١٠
الأوقيانوسية	٢١,٦	٩

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٧٢٥ .

تطبيق (١٧-٢٦):

- البيان التالي يمثل معدلات الجريمة لحالات السطو والخطف في عشر من الولايات التابعة لإحدى الدول - عام ١٩٧٢، والمطلوب إيجاد معامل الارتباط

صنعتي بيرسون وسبيرمان :

٧١٨	٧٠٦	١١٢٤	٢٠٤٥	١١١٣	١٨٥٦	١٠٢١	٢٢٣٧	٩٢٠	١٧٤٧	معدل جرائم السطو
١٩	٥	٤٢	٤٥	١٥	٣٣	٢٠	٥٦	٢٩	٣٧	معدل جرائم الخطف

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٨٢٤

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان = ٠,٨٦٧

تطبيق (١٧-٢٧):

- البيان التالي يوضح درجات مجموعة من الطلبة في مادة الاحصاء وترتيب انتهائهم من الاختيار أوجد معامل الارتباط .

ترتيب الانتهاء	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
الدرجة	٩٨	٩٢	٩٧	٩٠	٩٥	٧٢	٩٧	٧٠	٦٥

الحل:

معامل ارتباط سبيرمان = - ٠,٦٩٦

تطبيق (١٧-٢٨):

- في دراسة للعلاقة بين سعر الكتاب وعدد صفحاته تم جمع البيانات التالية لعينة من الكتب ، بين ما إذا كان هناك ارتباط بين سعر الكتاب وعدد صفحاته.

سعر الكتاب	١٢٠	١٠٠	٧٠	٨٠	٧٠	١٥٠	١٠٠
عدد الصفحات	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٦٠٠

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,١٢٥ وهو يوضح أن الارتباط ضعيف جدا .

تطبيق (١٧-٢٩):

- أجريت دراسة علي عينة من ثلاثين لاعب لكرة القدم لبيان مدى العلاقة بين الطول والوزن ، أوجد معامل الارتباط باستخدام البيانات الموضحة في التوزيع التالي :

الوزن	الطول	١٩٠-١٨٠	١٧٠	١٦٠	١٥٠
٩٠-٨٥	٥				
٨٠-			٢	٨	
٧٥-			٦	٧	
٧٠-					٢

الحل:

بفرض أ، س متغير يمثل الطول ومراكز الفئات هي ١٨٥ ، ١٧٥ ، ١٦٥ ، ١٥٥ ولتسهيل العمل الحسابي كما ذكرنا نقوم بتحويل المتغير إلي آخر وليكن س تكون له القيم ٢ ، ١ ، صفر ، -١ أي علي أساس طرح ١٦٥ من كل رقم ثم القسمة علي مركز الفئة وهو ١٠ .

وبالمثل نفرض أن س متغير يمثل الوزن وسنقوم بتحويله إلي متغير آخر ص له القيم ٢ ، ١ ، صفر ، -١ .

والجدول التالي يوضح كافة المعلومات المطلوبة .

س	١٨٠-١٩٠	١٧٠-١٨٠	-١٦٠	١٥٠-	مجموع	ص	ك ص	ك ص
٩٠-٨٥	٥				٥	٢	١٠	٢٠
٨٥-٨٠		٢	٨		١٣	٠	٠	٠
٨٠-٧٥		٦	٧		١٣	٠	٠	٠
٧٥-٧٠				٢	٢	١-	٢-	٢
مجموع	٥	٨	١٥	٢	٣٠		١٨	٣٢
س	٢	١	٠	١-				
ك س	١٠	٨	٠	٢-	١٦			
ك س ٢	٢٠	٨	٠	٢	٣٠			
ك س ص	٢٠	٢	٠	٢	٢٤			

$$r = \frac{(30)(24) - (16)(18)}{(30)(32) - (16)(2)} = \frac{720 - 288}{960 - 32} = \frac{432}{928} = 0,465$$

$$= 0,256 = \sqrt{\frac{(30)(24) - (16)(18)}{(30)(32) - (16)(2)}} = \sqrt{\frac{720 - 288}{960 - 32}} = \sqrt{\frac{432}{928}} = \sqrt{0,465} = 0,256$$

تطبيق (١٧-٣٠):

- في دراسة لأحوال الأسرة في إحدى المدن تم جمع البيانات التالية وهي تمثل الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسر كل من الزوج والزوجة . والمطلوب بيان مدى الارتباط بينهما .

الحالة الاجتماعية والاقتصادية

متوسطة	جيدة	ممتازة	أسرة الزوج أسرة الزوجة
١٥	٣٧	١١٨	ممتازة
٣٢	١٣٠	١٨	جيدة
٩٨	٤٣	٩	متوسطة

الحل:

$$\begin{aligned} \text{حـا} &= \text{أ} - \text{خ} = 6833 - 55842 = -49009 \\ \text{أ} + \text{خ} &= 6833 + 55842 = 62675 \end{aligned}$$

أي يوجد ارتباط طردي قوي جدا بين الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسرة كل من الزوج والزوجة .

تطبيق (١٧-٣١):

- في بحث عن الصفات الوراثية تم جمع البيانات التالية ، بين ما إذا كان هناك توافق بين لون بشرة الأبناء وآبائهم .

الأبناء	الأباء	أبيض	قمحي	أسمر	مجموع
أبيض	٣٥	٧	٣	٤٥	
قمحي	٢٠	٣٠	١٥	٦٥	
أسمر	٧	١٦	٢٧	٥٠	
مجموع	٦٢	٥٣	٤٥	١٦٠	

الحل :

$$\text{معامل التوافق} = \frac{1 - \frac{0.338}{2}}{\sqrt{1 - 0.411}} = 0.411$$

تطبيق (١٧-٣٢):

- أجري بحث بإحدى وحدات العلاج النفسي لبيان درجة الارتباط بين الطبقة الاجتماعية وبين تشخيص المرض ، والمطلوب بيان قوة العلاقة بينهما .

التشخيص	عصاب	كآبة	اضطرابات الشخصية	فصام الشخصية	مجموع
الطبقة الاجتماعية					
عالية	٤٥	٢٥	٢١	١٨	١٠٩
متوسطة	١٠	٤٥	٢٤	٢٢	١٠١
منخفضة	١٧	٢١	١٨	١٨	٧٤
مجموع	٧٢	٩١	٦٣	٥٨	٢٨٤

الحل :

$$\frac{1-1,108}{1-3} = \frac{1-\epsilon}{1-\epsilon} = \sqrt{\frac{0,108}{2}} = 0,233$$

وهذا يعني وجود علاقة ولكنها متوسطة وليست قوية .

تطبيق (٣٣-١٧):

- لاختيار قدرة مصممي الأزياء علي تمييز الألوان ، تم إنشاء ١٠ أقراص كلها ملون باللون الأزرق ولكن بتدرج يبدأ من الأزرق الفاتح حتي الأزرق الغامق ورتبة كل لون محددة بمقياس خاص بذلك ، والبيانات التالية توضح الرتب الموضوعية والرتب التي تم تعيينها بمعرفة أحد المتقدمين للاختبار ، والمطلوب قياس مدي قدرته علي تمييز الألوان .

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	الترتيب الموضوعي
٩	١٠	٦	٨	٥	٣	٢	٧	٤	١	ترتيب المتقدم

الحل:

معامل ارتباط سبيرمان = ٠,٧٨ ويمكن القول أن قدرته علي تمييز الألوان كبيرة .

تطبيق (١٧-٣٤):

- في دراسة لاستعمال المكتبة تم إعداد التوزيع التكراري المزدوج النسبي أدناه ، المطلوب : قياس الارتباط بين معدل تداول الكتاب وحدثة الكتاب .

سنة النشر / معدل التداول	قبل ١٩٦٠	١٩٦٠-١٩٨٠	بعد ١٩٨٠
لا يستعمل	٣٠	١٠	٠
بطئ	٨	٢٠	٠
متوسط	٢	١٥	١٠
سريع	٠	٣	٢

الحل:

المتغيرات مقاسة علي المستوي الترتيبي ، ونستخدم معامل جاما .

$$\begin{aligned} \text{أ} = 30 &= (2+10+3+15+20) + (10+12) + 8 + (30) + (12) \\ &+ (2)(5) + (2)(15) = 2140 . \\ \text{خ} = 10 &+ (10) + (2)(20) + (3)(10) = 170 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جا} = \text{أ} - \text{خ} &= 170 - 2140 = -1970 \\ \text{أ} + \text{خ} &= 170 + 2140 = 2310 \\ \therefore \text{جا} &= -0,85 \end{aligned}$$

أي أن الارتباط طردي وقوي جدا .

تطبيق (١٧-٣٥):

- في دراسة للعلاقة بين معدل إعاره الكتاب وتخصص الكتاب تم إعداد

التوزيع التكراري المزدوج التالي ، والمطلوب قياس الارتباط بين المتغيران .

معدل الإعارة	تخصص الكتاب	علوم اجتماعية	لغات	مكتبات	
بطئ	١٠	٣	١٢	٢٥	
متوسط	٣٠	٥	١٧	٥٢	
كبير	٢٠	٨	١٠	٣٨	
	٦٠	١٦	٣٩	١١٥	

الحل:

$$\text{معامل ارتباط كرامير : } Q = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{E}}{1 - \frac{1}{C}}}$$

والجدول التالي يوضح مكونات قيم جـ المناظرة للخلايا بالجدول التكراري :

٠,٠٦٦	٠,٠٢٢	٠,١٤٧
٠,٢٨٨	٠,٠٣	٠,١٤٢
٠,١٧٥	٠,١٠٥	٠,٠٦٧

$$\text{جـ} = ٠,٠٦٦ + ٠,٠٢٢ + \dots + ٠,٠٦٧ = ١,٠٤٢$$

$$r = \frac{1 - \sqrt{1 - 0,145}}{1 - 3} = 0,145$$

الارتباط ضعيف .

تطبيق (١٧-٣٦):

- في دراسة للعلاقة بين عدد نسخ الكتاب ومعدل إعاراته ، تم إعداد البيان التالي ، والمطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين .

عدد النسخ	٤	٨	٦	١	٥
معدل الإعارة	كبير	متوسط	متوسط	بطئ	كبير جدا

س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف٢
٤	كبير	٢	٤	٤
٨	متوسط	٥	٢,٥	٦,٢٥
٦	متوسط	٤	٢,٥	٢,٢٥
١	بطئ	١	١	٠
٥	كبير جدا	٣	٥	٤
				١٦,٥

$$r = \frac{6 - 1}{\sqrt{2(1 - 1)}} = 0,145$$

$$= \frac{6 - 1}{5(1 - 25)} = 0,175$$

الارتباط طردي ضعيف .

تطبيق (١٧-٣٧):

- في دراسة للحراك الوظيفي في أحد المجتمعات ، قام أحد الباحثين الاجتماعيين بمتابعة التغير في الوظيفة ، ولهذا الغرض تم اختيار ٢٠٠ من العاملين القدامى ، وإعداد التوزيع التكراري الموضح أدناه ، وهو يعرض المستوي الوظيفي لهم في فترتين متباعدتين ، والمطلوب قياس الارتباط بين المستويين .

المستوي الوظيفي

مرتفع	منخفض	متوسط	في الفترة الثانية في الفترة الأولى
٢٠	٠	٢	مرتفع
٤٠	٨	١٠	متوسط
٠	٣٠	٩٠	منخفض

الحل:

معامل الارتباط المناسب هو معامل جاما ، يعاد ترتيب المتغيرات حسب القواعد ، وذلك بتبديل الأخير مع العمود الأوسط ، وبعدها نحصل علي :

$$أ = 5776 \quad خ = 800 \quad جا = 0,757$$

الارتباط قوي جدا وطردي .

تطبيق (١٧-٣٨):

- في دراسة لصدق اختبار الاحصاء قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي وهو يعرض العلاقة بين درجة الإحصاء والمعدل التراكمي للطالب والمطلوب قياس الارتباط .

ممتاز	جيد جدا	جيد	مقبول	درج الإحصاء المعدل التراكمي
١	٧	٢	١٥	مقبول
٥	١٦	١٣	١١	جيد
١٠	٢٧	٢٥	٤	جيد جدا

الحل:

$$\text{معامل جاما : جا} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{أ} + \text{خ}}$$

$$\begin{aligned} \text{أ} &= ١٥ + (١٣ + ١٦ + ٥ + ٢٥ + ٢٧ + ١٠) + ٢ + (١٠ + ٢٧ + ٥ + ١٦) + (١٠ + ٢٧) \\ &= ٧ + (١٠ + ٥) + ١١ + (١٠ + ٢٧ + ٢٥) + ١٣ + (١٠ + ٢٧) + ١٦ + (١٠) \\ &= ٢٩٨٤ . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{خ} &= ١ + (١٦ + ١٣ + ١١ + ٢٧ + ٢٥ + ٤) + ٧ + (٢٥ + ٤ + ١٣ + ١١) + ٢ + (٤ + ١١) \\ &= ٥ + (٢٧ + ٢٥ + ٤) + ١٦ + (٤ + ٢٥) + ١٣ + (٤) = ١٢٩٣ \\ \text{جا} &= \frac{٢٩٨٤ - ١٢٩٣}{٢٩٨٤ + ١٢٩٣} = \frac{١٦٩١}{٤٢٧٧} = ٠,٣٩٥ \end{aligned}$$

يوجد ارتباط طردي متوسط .

تطبيق (١٧-٣٩):

- في دراسة لثبات الاختبار قام الباحثين التربويين بإعداد البيان التالي والذي يعرض درجات الأسئلة الفردية ودرجات الأسئلة الزوجية لكل طالب والمطلوب إيجاد معامل الارتباط .

درجات الأسئلة الفردية	٧٠	٩٠	٥٤	٣٧	٦٥
درجات الأسئلة الفردية	٨٥	٨٨	٦٠	٥٠	٥٥

الحل:

معامل ارتباط بيرسون $r = ٠,٨٤٩$ وهو ارتباط طردي قوي .

تطبيق (١٧-٤٠):

- في دراسة لموضوعية الاختبار قام أحد الباحثين التربويين برصد الدرجات التالية وهي تمثل تصحيح أول وتصحيح ثان من قبل مصححين مختلفين للأوراق نفسها ، والمطلوب قياس الارتباط بينها :

تصحيح أول	١٠	٦	٦	٣	٢
تصحيح ثان	٩	٨	٤	٢	١

الحل:

معامل ارتباط بيرسون $r = ٠,٩٢١$ وهو ارتباط طردي قوي جدا .

تطبيق (١٧-٤١):

- في دراسة للعلاقة بين معدل تداول الكتاب وتخصصه تم إعداد التوزيع التكراري التالي والمطلوب :

قياس الارتباط بين تخصص الكتاب ومعدل تداوله

معدل التداول / التصنيف	سريع	متوسط	بطيء
الاجتماع	٣	٧	٢٠
علم النفس	٢	٣	١٥
الجغرافيا والتاريخ	٤	٦	٢٠
أخري	٣	٥	١٢

$$ق = \frac{\sqrt{1 - ج}}{\sqrt{1 - ع}} = \frac{\sqrt{1 - ١,٠١١}}{\sqrt{1 - ٣}} = ٠,٠٧٤ \text{ ارتباط ضعيف}$$

تطبيق (١٧-٤٢):

- التوزيع التكراري المزدوج التالي يعرض العلاقة بين تشخيص الأطفال غير السويين وتشخيص آبائهم من نفس الجنس والمطلوب اختيار المعامل المناسب لإيضاح درجة إمكان تقدير تشخيص الإبن بمعرفة تشخيص الأب ثم أوجد قيمة المعامل .

	تشخيص الألب					تشخيص الإبن
	بارانويا	هستريا	فصام	عادي		
بارانويا	١٢	٤	١٧	٥٠	٨٣	
هستريا	٤	١٨	٩	٣	٣٤	
فصام	٢	٢	٣٠	٠	٣٤	
عصاب	٠	١	٤	٠	٥	
عادي	٣	٣٠	٥	٢٠٠	٢٣٨	
	٢١	٥٥	٦٥	٢٥٣	٣٩٤	

الحل:

المعامل هو معامل لامدا ، نرسم لتشخيص الإبن بالرموز ص (المطلوب تقديره) ، تشخيص الإبن بالرمز س .

$$ل ص س = \frac{٢٢}{١٥٦} = \frac{٢٣٨ - ٢٦٠}{٢٣٨ - ٣٩٤} = ٠,١٤$$

تطبيق (١٧-٤٣):

- في دراسة العلاقة بين معدل تداول الكتاب وحدائته تم سحب عينة من المراجع وسجلت بيانات سنة النشر ، ومعدل التداول في السنة والمطلوب : قياس الارتباط بين معدل تداول الكتاب وحدائته .

سنة النشر	١٤٠٥	١٤٠٠	١٣٨٩	١٤٠٠	١٤٠٢	١٤٠٤
معدل التداول	سريع	بطئ	متوسط	بطئ	سريع	بطئ جدا

الحل:

سنة النشر	معدل التداول	س	ص	ف
١٤٠٥	سريع	٦	٥,٥	٠,٢٥
١٤٠٠	بطئ	٢,٥	٢,٥	٠
١٣٨٩	متوسط	١	٤	٢
١٤٠٠	بطئ	٢,٥	٢,٥	٠
١٤٠٢	سريع	٤	٥,٥	٢,٢٥
١٤٠٤	بطئ جدا	٥	١	١٦
				٢٧,٥

$$r = 1 - 6 \text{ مح ف} 2$$

$$n(2 - 1)$$

$$= \frac{1 - 6(27,5)}{6(1 - 36)} = 0,786 - 1 = -0,214$$

ارتباط ضعيف

تطبيق (١٧-٤٤):

- في دراسة للعلاقة بين تداول الكتاب وعدد النسخ تم سحب عينة من المراجع وسجلت بياناتها كما هو موضح أدناه ، والمطلوب : قياس الارتباط بين عدد النسخ ومعدل تداول الكتاب

عدد النسخ	١	٢	١	٣	٤
معدل التداول	٧	٣	١	٥	٨

الحل:

عدد النسخ س	معدل التداول ص	س٢	ص٢	س ص
١	٧	١	٤٩	٧
٢	٣	٤	٩	٦
١	١	١	١	١
٣	٥	٩	٢٥	١٥
٤	٨	١٦	٦٤	٣٢
١١	٢٤	٣١	١٤٨	٦١

$$r = \frac{5(61)(11) - (24)(11) - (61)(11)}{\sqrt{(5(24) - (148)5) - (2(11) - (31)5)}}$$

$$= 0,549$$

ارتباط متوسط طردي .

تطبيق (١٧-٤٥):

- في دراسة للرضا عن العمل وتأثيره علي الإنتاجية قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من العاملين بأحد المصانع ، وتضمنت الدراسة أعداد التوزيع التكراري المزدوج التالي والمطلوب : قياس الارتباط بين الرضا عن العمل والإنتاجية .

الإنتاجية / الرضا عن العمل	مرتفعة	متوسطة	منخفضة
راض - تماما	٤٠	٣	٠
راض - نوعا ما	١٠	١٠	٥
غير راض	٤	٨	٢٠

الحل:

الارتباط بين الرضا عن العمل والإنتاجية :

$$أ = ٤٠ (١٠ + ٨ + ٥ + ٢٠) + ٣ (٥ + ٢٠)$$

$$٤٢٧٥ = (٢٠)١٠ + (٢٠+٨)١٠ +$$

$$خ = ٣ (١٠ + ٤ + ٨) + ٥ (٤ + ٨) + ١٠ (٤) = ١٤٢$$

$$جا - أ = خ - ٤٢٧٥ = ١٤٢ - ٤١٣٣ = ١٤٢$$

$$أ + خ = ٤٢٧٥ + ١٤٢ = ٤٤١٧ = ٠,٩٣٦$$

إرتباط طردي قوي جدا .

تطبيق (١٧-٤٦):

- في اختبار لشغل الوظائف قام اثنان من المحكمين بترتيب خمسة من المتقدمين .

والمطلوب :

قياس الارتباط بين تقديرات الحكام باعتباره مؤشرا لثبات التقديرات .

المتقدم	أ	ب	ج	د	هـ
الحكام	الخامس	الثاني	الأول	الثالث	الرابع
الحكم س	الخامس	الثاني	الأول	الثالث	الرابع
الحكم ص	الثالث	الأول	الثاني	الخامس	الرابع

الحل:

رتبة س	رتبة ص	ف ٢
٥	٣	٤
٢	١	١
١	٢	١
٣	٥	٤
٤	٤	٠
		١٠

$$r = \frac{6 - 1}{6 - 1} = 1$$

$$n = (2 - 1)$$

$$r = \frac{6 - 1}{6 - 1} = 1$$

$$5(1 - 25)$$

تطبيق (١٧-٤٧):

- أجريت دراسة سوسيومترية ضمن إجراءات اختيار مدير لإحدى المؤسسات قدم فيها السؤال لمجموعة العاملين :

وقد تم تصنيف الآراء حسب جنسية الموظف المخبر وكذا الموظف المختار ، وكما هو موضح بالتوزيع التكراري المزدوج التالي .

والمطلوب :

قياس الارتباط بين جنسية المخبر وجنسية المختار

الموظف المختار	مصري	سعودي	سوداني
مصري	١٠	٢٠	٣
سعودي	٨	٣٠	١
سوداني	١	٢	١٠

الحل :

الموظف المختار	مصري	سعودي	سوداني	
مصري	٠,١٥٩	٠,٢٣٣	٠,٠١٩	٣٣
سعودي	٠,٠٨٦	٠,٤٤٤	٠,٠٠٢	٣٩
سوداني	١٩	٥٢	١٤	٨٥

ج = ١,٥٠٢

$$\begin{aligned}
 & \text{ق} = \frac{1 - \frac{1 - \text{ع}}{1 - 1,502}}{1 - 3} \\
 & = 0,5 = \text{ارتباط قوي} .
 \end{aligned}$$

تطبيق (١٧-٤٨):

في أحد البحوث الاجتماعية تضمنت الإستبانة الإجابة علي السؤالين التاليين:

سؤال (١) : هل تفضل مشاركة الآخرين في العمل ؟

سؤال (٢) : هل تجيد اللغة الإنجليزية ؟

وكانت الإجابة كما يلي بعد تفريغها في جدول مزدوج :

لا	نعم	سؤال (٢)
		سؤال (١)
٨٠	٣٠	نعم
٢٠	٩٠	لا

والمطلوب قياس الارتباط بين الرغبة في المشاركة وإجادة اللغة الإنجليزية .

الحل :

$$r = \frac{180}{\sqrt{100/60} + 1} = 0.76$$

$$r = \frac{180}{\sqrt{7200/600} + 1} = 0.76$$

تطبيق (١٧-٤٩):

- في دراسة بإحدى المكتبات ، تم إعداد التوزيع التكراري التالي ، وهو يعرض العلاقة بين معدل تداول الكتاب وتخصصه ، والمطلوب قياس الارتباط بينهما .

معدل التداول	سريع	متوسط	بطئ	تخصص الكتاب
١٠	٨	٠	١٨	علوم اجتماعية
٠	٥	٣٠	٣٥	لغة إنجليزية
٠	٤	٩	١٣	العلوم البحتة
١٠	١٧	٣٩	٦٦	

الحل:

$$ق = \sqrt{\frac{1 - ع}{1 - ع}} \quad , \quad ع = ٣$$

ح = ١,٦٩٧ وهي مجموع القيم بالجدول التالي

٠	٠,٢٠٩	٠,٥٥٥
٠,٦٥٩	٠,٠٤٢	٠
٠,١٦٠	٠,٧٢	٠

$$ق = \sqrt{\frac{1 - ١,٦٩٧}{1 - ٣}} = \sqrt{\frac{٠,٣٤٨٥}{٠,٥٩٠}}$$

ويمكن القول أن هناك ارتباط قوي بين تخصص الكتاب ومعدل تداوله .

تطبيق (١٧-٥٠):

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات تم جمع البيانات التالية وهي تمثل الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسر كل من الزوج والزوجة والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما .

متوسطة	منخفضة جدا	منخفضة	ممتازة	جيدة	متوسطة	الحالة الاجتماعية والاقتصادية لاسرة الزوج
متوسطة	منخفضة	جيدة	ممتازة	ممتازة	جيدة	الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسرة الزوجة

الحل:

رتبة	رتبة	الحالة الاجتماعية والاقتصادية	الحالة الاجتماعية والاقتصادية
ص	س	(ص)	(س)
٢	٣,٥	جيدة	متوسطة
٠,٢٥	٥	ممتازة	جيدة
٠,٢٥	٦	ممتازة	ممتازة
٢,٢٥	٢	جيدة	منخفضة
صفر	١	منخفضة	منخفضة جدا
٢,٢٥	٣,٥	متوسطة	متوسطة
٥			

$$r = -1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

٣٧٨

$$\bar{r} = -1 = \frac{(5)^6}{(1-36)^6} = 0,771$$

ويمكن القول بوجود ارتباط قوي جدا بين الحالة الاجتماعية والاقتصادية في كل أسرة الزوج وأسرة الزوجة في هذا لمجتمع.

الفصل ١٨

مقاييس التقدير (الإنحدار)

Prediction (Regression)

١٨-١ الأهمية

١٨-٢ العلاقة الخطية

١٨-٣ البيانات المبوبة

١٨-٤ العلاقة غير الخطية

١٨-٤-١ التحويل إلى العلاقة الخطية

١٨-٤-٢ معادلة الدرجة الثانية

١٨-٥ تطبيقات متنوعة

الفصل الثامن عشر

مقاييس التقدير Prediction

(الانحدار: Regression)

١٨-١ أهمية مقاييس التقدير:

في حالة وجود ارتباط قوي يأتي دور نماذج التقدير ، ودورها تقدير قيم بعض المتغيرات (التابعة Dependant) بدلالة أخرى (المستقلة Independent)، سواء في الماضي (للبيانات الناقصة والمفقودة) أو الحاضر أو المستقبل (التنبؤ Forcasting).

وبهذا تكون الأساس في تكوين القوانين والنظريات العلمية، في كافة مجالات المعرفة ، حيث يقدم وصف رياضي لطبيعة العلاقة بين المتغيرات علي أنه عند استخدام معادلة التقدير يراعى مايلي :

- ١ إن تكوين معادلة التقدير يقوم على أساس وجود ارتباط قوي بين المتغيرات.
- ٢ هذا التقدير يفترض إستمرار العلاقات وتأثيراتها على ما هو عليه في البيانات التي يتم إستخدامها

- ٣ الحذر عند استخدام النموذج في تقدير قيم المتغيرات التابعة عند قيم خارج مدي القيم المشاهدة للمتغيرات المستقلة ، حيث أن طبيعة العلاقة قد تتغير خارج هذا المدي ، ومع ذلك فإنه من الممكن استخدام النموذج في حدود المدي الذي

يتوقع الباحث فيه استمرار العلاقة كما هي محددة في النموذج .
إن دراسة العلاقة بين المتغيرات تختلف بحسب عدد المتغيرات ومستوى قياسها

١٨-٢ العلاقة الخطية

نعرض هنا الحالة البسيطة وتتمثل في دراسة العلاقة بين متغيرين ،
أحدهما تابع وليكن (ص) والآخر مستقل (س) ، ومستوى قياسهما كمي ،
وبافتراض أن العلاقة بينهما خطية .

ويتأتى ذلك بتوفيق خط مستقيم ليصف طبيعة العلاقة بين المتغيرين ويعرف هذا
الخط بخط الانحدار .

إذا رمزنا لقيم المتغير التابع بالرمز ص وللمتغير المستقل بالرمز س فإن خط
الانحدار (ويطلق عليه في هذه الحالة خط انحدار ص علي س) يكون علي
الصورة :

$$\text{ص}^{\wedge} = \text{أ} + \text{ب س} \quad (١ - ١٨)$$

حيث أ ، ب ثوابت ، ص ترمز إلى القيمة المقدرة للمتغير التابع .

ويتم تحديد قيمة الثوابت أ ، ب (تسمي ب معامل الانحدار)

باستخدام أساليب رياضية بحيث يعطي أفضل توفيق ، وتستخدم الصيغ التالية :

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مح س ص} - \text{مح س مح ص}}{\text{ن مح س}^2 - (\text{مح س})^2} \quad (٢ - ١٨)$$

(٣-١٨)

$\overline{ص} = \overline{ب} - \overline{س}$

تطبيق (١٨-١):

١٤	١١	٩	٨	٦	٤	٣	١	س
٩	٨	٧	٥	٤	٤	٢	١	ص

من الجدول الموضح لقيم المتغيران س ، ص أوجد :

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص

(ب) خط انحدار ص علي س

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

الحل:

س	ص	س ^٢	ص ^٢	س ص
١	١	١	١	١
٣	٢	٩	٤	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٥	٦٤	٢٥	٤٠
٩	٧	٨١	٤٩	٦٣
١١	٨	١٢١	٦٤	٨٨
١٤	٩	١٩٦	٨١	١٢٦
٥٦	٤٠	٥٢٤	٢٥٦	٣٦٤

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص = ٠,٩٧٧ (من الصيغة ١٧-١) أي أنه يوجد ارتباط قوي يكاد يكون تام بين المتغيرين س ، ص وعلي ذلك نستطيع تقدير قيمة ص بدلالة س كما ذكرنا .

(ب) خط انحدار ص علي س :

$$ب = \frac{٨(٥٦) - (٣٦٤)(٤٠)}{٢(٥٦) - (٥٢٤)٨} = ٠,٦٣٦$$

$$أ = \overline{ص} - \overline{ب} \overline{س}$$

$$= ٨ / ٤٠ - ٠,٦٣٦ (٨ / ٥٦)$$

$$= ٠,٥٤٨ - ٠,٦٣٦ (٧) = ٠,٥٤٨$$

$$\wedge$$

$$ص = أ + ب س$$

$$= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ س .$$

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

نقوم بتعويض قيمة س = ١٥ في معادلة خط الانحدار

ص = أ + ب س والتي تم تحديدها في الخطوة ب

$$= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ (١٥)$$

$$= ٩,٥٤ + ٠,٥٤٨$$

$$= ١٠,٠٨٨$$

تطبيق (١٨ - ٢):

في أحد المصانع تم تسجيل البيانات التالية وهي تعبر عن الإنتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الإنتاج ، والمطلوب تحديد التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة بالمصنع ، وتقدير التكاليف إذا كان الإنتاج ٦٥ وحدة.

٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	عدد الوحدات المنتجة
٢٥	٢٢	٢٠	١٦	١٤	١٢	التكاليف الكلية الف

الحل:

بفرض أن س هي عدد الوحدات المنتجة ، ص هي التكاليف الكلية :

$$\text{ص} = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ \text{ س}$$

أي أ، التكاليف الثابتة = ٨,٨٦٧ والتكلفة المتغيرة لوحدة الإنتاج هي ٠,٢٦٦

عند إنتاج قدرة ٦٥ وحدة تقدر التكاليف الكلية كما يلي :

$$\text{ص} = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ (٦٥) = ٢٦,١٤$$

تطبيق (١٨ - ٣):

البيان التالي يمثل أجور بعض العمال في أحد المصانع والإنتاج لكل منهم في اليوم والمطلوب .

(أ) إيجاد معادلة تقدير الأجر بدلالة الإنتاج .

(ب) تقدير أجر العامل إذا وصل إنتاجه ٢٢ وحدة .

(ج)

٢٠	١٨	١٥	١٢	١٠	إنتاج العامل س
٥٠	٤٥	٣٨	٣٠	٢٠	أجره ص

الحل:

$$(أ) \text{ ص} = - ٦,٤١٥ + ٢,٨٦٧ \text{ س}$$

$$(ب) \text{ ص} (٢٢) = ٥٦,٦٧ .$$

١٨- ٣ البيانات المبوبة:

كما ذكرنا عند ايجاد الارتباط للقيم المبوبة فإننا نستخدم هنا أيضا نفس الصيغ السابق استخدامها في حالة البيانات غير المبوبة مع ترجيح القيم بالتكرارات الخاصة بها ، كما سبق إيضاحه ، وتصبح الصيغ كما يلي :

$$ب = \frac{\text{ن مح س ص ك} - \text{مح س ك مح ص ك}}{(١٨-٤)}$$

$$\text{ن مح س ص ك} - (\text{مح س ك})$$

$$أ = \text{ص} - \text{ب س}$$

$$\text{س} - = \frac{\text{مح س ك}}{\text{ن}}$$

ن

$$\text{ص} - = \frac{\text{مح ص ك}}{\text{ن}}$$

ن

تطبيق (١٨-٤):

في التطبيق ٤ بالباب الثالث الخاص بالعلاقة بين عدد الزوجات (س) وعدد الأولاد ص ، المطلوب إيجاد معادلة تقدير عدد الأولاد بدلالة عدد الزوجات .
الحل : راجع الجدول في حل التطبيق المذكورة .

$$\text{الحل : ب} = ٢,٩٦٠$$

$$\text{أ} = ٧٤٤ - ٢,٩٦٠ - ٢٠٠ = ١,٥٢$$
$$\frac{\quad}{١٠٠} \quad \frac{\quad}{١٠٠}$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} \text{ س}$$

$$= ٢,٩٦٠ + ١,٥٢ \text{ س}$$

الطرق المختصرة :

كما ذكرنا عند إيجاد الارتباط للقيم المبوبة في توزيع تكراري ، فإننا هنا نستخدم نفس الصيغ السابق استخدامها في حالة البيانات الغير مبوبة مع ترجيح القيم بالتكرارات المناظرة لها ، وكما اتبعنا عند حساب معامل الارتباط فإننا نقوم بتحويل المتغيرات س ، ص إلى أخرى س ، ص وذلك بطرح أحدي مراكز الفئات ثم القسمة علي طول الفئة ، وليكن .

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \text{أ س}}{\text{ل س}} ، \text{ص} = \frac{\text{ص} - \text{أ ص}}{\text{ل ص}}$$

حيث : أ س ، أص ثوابت (في حالة الفئات المنتظمة تمثل بمركز إحدى الفئات) .

ل س ، ل ص ثوابت (في حالة الفئات المنتظمة تمثل بطول الفئة) .

علي أنه يجب ملاحظة أن الأمر هنا يختلف عنه في حالة حساب معامل الارتباط فمعامل الارتباط (بيرسون) لا تتأثر قيمته بعمليات الطرح والقسمة حسبما ذكرنا وعليه يجب مراعاة ما يلي :

أ قيمة معامل الانحدار ب لا تتأثر بعمليات الطرح ولكن تتأثر بعمليات القسمة ، ويتم حسابه كما يلي :

$$ب = \frac{ب \times ل ص}{ل س} \quad (٥-١٨)$$

حيث ب يمثل معامل الانحدار في حالة التعامل مع القيم الجديدة س ، ص .
ب المقدار الثابت أ في معادلة الانحدار يتأثر بعمليات الطرح كما يتأثر بعمليات القسمة ، ويتم الحصول عليه كما يلي :

$$أ = ص - ب س$$

$$\text{حيث } ص = ل ص ص + أ ص$$

$$س = ل س س + أ س$$

تطبيق (٥-١٨):

وبالرجوع للمثال بالباب السابق والخاص بدراسة العلاقة بين إنتاج العامل وأجرة فإن معادلة انحدار ص علي س يتم تحديدها كما يلي :

$$ب = \frac{ن مح س ص ك - مح س ك مح ص ك}{ن مح س ٢ ك - (مح س ك) ٢}$$

$$= \frac{0,685 = 825 = (15)(5) - (25)30}{1205 \quad 2(5) - (41)30}$$

$$ب = ب \times ل \times ص = 10 \times 0,685 = \frac{6,85}{5}$$

$$أ = ص - ب س$$

$$65,583 = \frac{(92,5 + (5)5)1,37 - (55 + (15)10)}{30} =$$

$$ص = 1,37 + 65,583 - 110$$

وبفرض أننا نريد تقدير أجر عامل إنتاجه 110 وحدة ،

$$ص (110) = 1,37 + 65,583 - 110 = 85,117$$

١٨-٤ العلاقة غير الخطية "Nonlinear Relationship":

في كثير من الحالات لا تكون العلاقة الخطية ملائمة لوصف العلاقة بين متغيرين ، ويكون من الأفضل توفير علاقة غير خطية بصيغة ملائمة لوصف هذه العلاقة ، ويمكن معرفة طبيعة هذه العلاقة من شكل الانتشار أو من نظريات أو فروض أو معلومات مسبقة .

١٨-٤-١ التحويل إلى العلاقة الخطية:

في كثير من الحالات يمكن تحويل العلاقة غير الخطية إلى العلاقة

الخطية، مما يسهل الوصول إلى شكل معادلة الانحدار حيث يمكن استخدام الصيغ الخاصة بالعلاقة الخطية والتي سبق ذكرها .

والجدول التالي يعرض بعض النماذج غير الخطية ص وتحويلات¹ علي الصورة الخطية .

$$\text{ص} = \text{ا} + \text{ب} \text{ص}$$

حيث :

لو تعني لوغاريتم

ل اللوغاريتم الطبيعي (أساسه ٢,٧١٨٢)

ويلاحظ أنه تم عرض الرموز المحولة فقط — أما الرموز الأخرى فتظل كما هي واردة في النموذج غير الخطي .

	غير الخطي	ص	س	ا	ب	
١	أهـ ب س	ل ص		لو أ		(٦-١٨)
٢	أهـ ب / س	ل ص	١ / س			(٧-١٨)
٣	أ ب س	لو ص		لو أ	لو ب	(٨-١٨)
٤	أ س ب	لو ص	لو س	لو أ		(٩-١٨)
٥	أ س ب س	لو ص	س لو س	لو أ		(١٠-١٨)

1 أنظر القسم ١٨-٣-٥ كنموذج للتطبيق .

٦	$\frac{أ}{س}$	$\frac{١}{س}$			(١١-١٨)
٧	$أ + \frac{١}{ب س}$	$\frac{١}{ص}$			(١٢-١٨)
٨	$\frac{١}{(أ + ب س)^2}$	$\frac{١}{\sqrt{ص}}$			(١٣-١٨)
٩	$\frac{أ + ب}{\sqrt{س}}$	س			(١٤-١٨)
١٠	$\frac{أ}{س + ب}$	$\frac{١}{ص}$	ب أ	$\frac{١}{أ}$	(١٥-١٨)
١١	$\frac{أس}{س + ب}$	$\frac{١}{ص}$	$\frac{١}{س}$	$\frac{ب}{أ}$	(١٦-١٨)
١٢	ك أس ب	$\frac{لو لو ص}{ك}$	لوس	لولأ	(١٧-١٨)

١٨-٤-٢ معادلة الدرجة الثانية Second-Degree Equation

معادلة الدرجة الثانية تعد أحد نماذج العلاقة غير الخطية الهامة إذ تلي العلاقة الخطية من حيث كثرة تطبيقاتها .

وتعرف علاقة الدرجة الثانية بين متغيرين س ، ص كما يلي :

$$ص = أ + ب١ س + ب٢ س٢ \quad (١٨-١٨)$$

وبوضوح س = س١ ، س٢ نصل إلى الصيغة الخطية التالية :

$$ص = أ + ب١ س١ + ب٢ س٢ \quad (١٩-١٨)$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى يمكن الحصول على الثوابت أ ، ب ، ١ ،
ب ٢ وهي كما يلي :

$$\begin{array}{rcl} & \text{و} & \\ \hline \text{ب ١} & = & \text{ط ب} - \text{ج د} \\ (٢٠-١٨) & & \\ \text{ب ٢} & = & \text{د هـ} - \text{ط ج} \\ (٢١-١٨) & & \\ \hline & \text{و} & \\ \text{أ} & = & \text{ص} - \text{ب ١ س} - \text{ب ٢ س} \\ (٢٢-١٨) & & \end{array}$$

حيث :

$$\begin{array}{rcl} \text{ط} & = & \text{ن مح س ١ ص} - \text{مح س ١ مح ص} \\ (٢٣-١٨) & & \\ \text{ب} & = & \text{ن مح س ٢} - (\text{مح س ٢}) \\ (٢٤-١٨) & & \\ \text{ج} & = & \text{ن مح س ١ س ٢} - \text{مح س ١ مح س ٢} \\ (٢٥-١٨) & & \\ \text{د} & = & \text{ن مح س ٢ ص} - \text{مح س ٢ مح ص} \\ (٢٦-١٨) & & \\ \text{هـ} & = & \text{ن مح س ١} - (\text{مح س ١}) \\ (٢٧-١٨) & & \\ \text{و} & = & \text{هـ ب} - \text{ح ٢} \\ (٢٨-١٨) & & \end{array}$$

تطبيق (١٨-٦):

البيان التالي يوضح العلاقة بين عدد الوحدات المنتجة س وتكلفة الوحدة ص
والمطلوب :

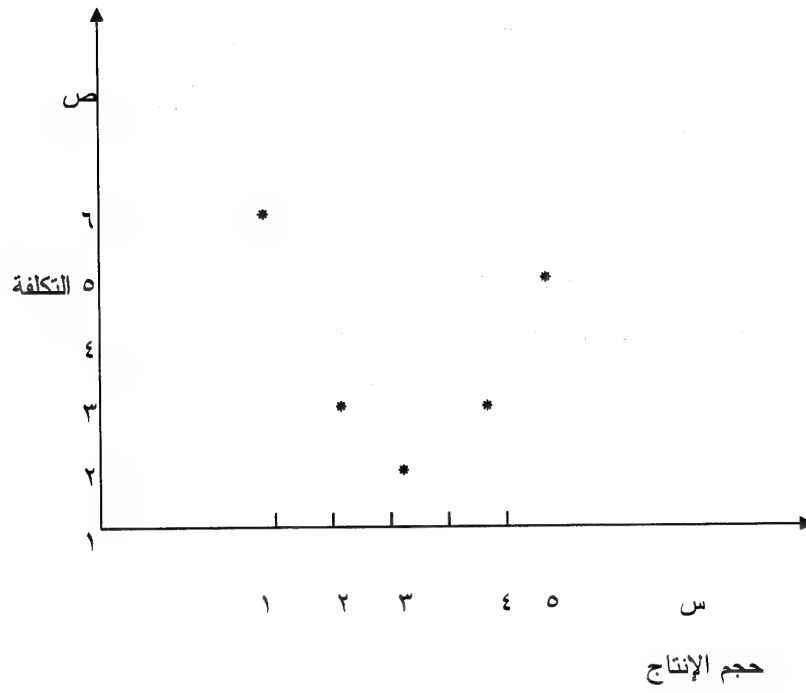
تحديد معادلة إنحدار ص على س .

تقدير تكلفة الوحدة في حالة ما إذا كان عدد الوحدات المنتجة ٢٥٠٠ وحدة .

عدد الوحدات المنتجة ألف	١	٢	٣	٤	٥
تكلفة الوحدة	٦	٣	٢	٣	٥

الحل:

يمكن تصور شكل العلاقة بين المتغيرين بعرض شكل الانتشار ، ومن الواضح من الشكل أدناه افتراض العلاقة الخطية غير صحيح إذ أن تكلفة الوحدة تتناقص بزيادة الإنتاج إلى حد معين ثم تبدأ بعد ذلك في الزيادة ويكون من المناسب في هذه الحالة افتراض علاقة من الدرجة الثانية .



نفرض أن س = ١ س = ٢ س = ٣

س ١	ص	س ٢	س ١	س ٢	س ٢	س ٢	س ٢	س ٢
١	٦	٦	٣٦	١	١	١	٦	١
٨	١٢	٦	٩	١٦	٤	٤	٣	٢
٢٧	١٨	٦	٤	٨١	٩	٩	٢	٣
٦٤	٤٨	١٢	٩	٢٥٦	١٦	١٦	٣	٤
١٢٥	١٢٥	٢٥	٢٥	٦٢٥	٢٥	٢٥	٥	٥
٢٢٥	٢٠٩	٥٥	٨٣	٩٧٩	٥٥	٥٥	١٩	١٥

$$\text{ط} = ١٠ - = (١٩)(١٥) - (٥٥)٥ =$$

$$\text{ب} = ١٨٧٠ = ٢(٥٥) - (٩٧٩)٥ =$$

$$\text{ج} = ٣٠٠ = (٥٥)(١٥) - (٢٢٥)٥ =$$

$$\text{د} = ٥ = (٢٠٩)٥ - (١٩)(٥٥) = \text{صفر}$$

$$\text{هـ} = ٥٠ = ٢(١٥) - (٥٥)٥ =$$

$$\text{و} = ٣٥٠٠ = ٢(٣٠٠) - (١٨٧٠)٥٠ =$$

$$\text{ب} ١ = ٥,٣٤٣ - = (٠)(٣٠٠) - (١٨٧٠)(١٠) =$$

$$٣٥٠٠$$

$$\text{ب} ٢ = ٠,٨٥٧ = (٣٠٠)(١٠ -) - (٥٠)٠ =$$

$$٣٥٠٠$$

$$\text{أ} = ١٠,٤ = (٥٥) \frac{٠,٨٧٥}{٥} - (١٥) \frac{٥,٣٤٣}{٥} - ١٩ = \frac{١٠,٤}{٥}$$

وتكون معادلة تقدير ص بدلالة س (معادلة انحدار ص علي س) كما يلي :

$$\text{ص} = ١٠,٤ - ٥,٣٤٣ \text{ س} + ٠,٨٥٧ \text{ س} ٢$$

تقدير تكلفة الوحدة في حالة حجم إنتاج قدرة ٢٥٠٠ وحدة

$$\text{ص} (٢,٥) = ١٠,٤ - ٥,٣٤٣ (٢,٥) + ٠,٨٥٧ (٢,٥) ٢ = ٢,٤$$

تطبيق (١٨-٧)

البيان التالي يوضح إنتاج القمح (ص) وكمية السماد المستخدم (س) والمطلوب تحديد معادلة تقدير الإنتاج بدلالة السماد المستخدم .

كمية السماد	١	٢	٣	٤	٥
إنتاج القمح	٥٥	٧٠	٧٥	٦٥	٦٠

الحل:

من الواضح أن إنتاج القمح يتزايد بتزايد كمية السماد المستخدم إلى حد معين يبدأ معه في التناقص بعد ذلك ، ولذا يكون من المناسب استخدام معادلة من الدرجة الثانية علي الصورة

$$ص = أ + ب١س + ب٢س٢$$

وباستخدام الصيغ (٤-٤٥) - (٤-٥٣) نصل إلى المعادلة التالية :

$$ص = ٣٦ + ٢٤س - ٣,٩س٢$$

تطبيق (١٨-٨):

في أحد المصانع تم تسجيل البيانات التالية وهي تعبر عن الإنتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الإنتاج ، والمطلوب تحديد التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة بالمصنع ، وتقدير التكاليف إذا كان الإنتاج ٦٥ وحدة .

عدد الوحدات المنتجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية الف	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل:

بفرض أن س هي عدد الوحدات المنتجة ، ص هي التكاليف الكلية :

الحل:

$$\text{ص} = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ \text{ س}$$

أي أ، التكاليف الثابتة = ٨,٨٦٧ والتكلفة المتغيرة لوحدة الإنتاج هي ٠,٢٦٦

عند إنتاج قدرة ٦٥ وحدة تقدر التكاليف الكلية كما يلي :

$$\text{ص} = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ (٦٥) = ٢٦,١٤$$

١٨-٥ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (٩-١٨):

البيان التالي يمثل عدد الطلاب بإحدى الجامعات (س) والمبالغ المخصصة للمكتبات التابعة (ص) في سنوات مختلفة والمطلوب :

١ - إيجاد معامل الارتباط بين عدد الطلاب والمبالغ المخصصة للمكتبات .

٢- تقدير المخصص اللازم لتمويل المكتبات في حالة توقع عدد طلاب قدرة

١٨ ألف .

٩	١٠	١٢	١٣	١٥	س : عدد الطلاب ألف
١٣	١٤	١٧	١٩	٢٣	ص : المبلغ المخصص مليون

الحل:

$$\text{معامل الارتباط} = ٠,٩٤٤$$

$$\text{ص} = ٢,٥٦٥ + ١,٦٧٥ \text{ س}$$

$$\text{ص} = (١٨) = ٢,٥٦٥ + ١,٦٧٥ (١٨) = ٢٧,٥٨٥$$

تطبيق (١٨-١٠):

البيان التالي يمثل أجور بعض العمال في أحد المصانع والإنتاج لكل منهم في اليوم والمطلوب .

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين إنتاج العامل وأجرة .

(ب) إيجاد خط انحدار ص علي س .

(ج) تقدير أجر العامل إذا وصل إنتاجه ٢٢ وحدة .

إنتاج العامل س	١٠	١٢	١٥	١٨	٢٠
أجره ص	٢٠	٣٠	٣٨	٤٥	٥٠

الحل:

$$(أ) \quad r = ٠,٩٨٩$$

$$(ب) \quad ص = - ٦,٤١٥ + ٢,٨٦٧ س$$

$$(ج) \quad ص (٢٢) = ٥٦,٦٧ .$$

تطبيق (١٨-١١):

١١- البيان التالي يمثل توزيع السكان بأحد المجتمعات ، وذلك حسب العمر

وكذا عدد الأميين في كل فئة والمطلوب :

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين العمر ونسبة الأمية في المجتمع .

(ب) تقدير نسبة الأمية من المجموعة عند السن ٢٠ ، ٦٠ ، ٧٥

العمر	عدد السكان ألف	عدد الأميين ألف
٣٠-٢٠	٢٥٠	٢٠
٤٠-٣٠	٢٠٠	٢٤
٥٠-٤٠	١٦٠	٢٤
٦٠-٥٠	١٠٠	١٩
٧٠-٦٠	٨٠	٢٠

(أ) نفرض أن المتغير س يمثل العمر (مركز الفئة) وأن المتغير ص يمثل

نسبة الأمية % بكل فئة ، أي عدد الأميين $\times 100$

عدد السكان

وبحساب معامل الارتباط بيرسون نجد أنه يساوي ٠,٩٩٢ ويعبر ذلك عن وجود ارتباط طردي قوي جدا .

(ب) ص = -٢,٦٥ + ٠,٤١ س

وباستخدام معادلة التقدير هذه فإن نسبة الأمية عند الأعمار ٢٠-٦٠-٧٥ تكون

٥,٥-٩٥-٢١-١-٢٨ .

تطبيق (١٨-١٢):

الجدول التالي يبين درجات مجموعة من الطلاب في اختبارين ، أحدهما

تحريري س والآخر شفهي ص والمطلوب .

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين الدرجتين .

(ب) إيجاد معادلة انحدار ص علي س .

(ج) تقدير درجة الشفهي لطالب درجته في الاختبار التحريري ٨ .

٦	٥	١٠	٩	١٠	الدرجة في الاختبار التحريري
٤	١	٨	١٠	٧	الدرجة في الاختبار الشفهي

الحل:

(أ) معامل ارتباط بيرسون $r = ٠,٨٧٤$

(ب) معامل الانحدار $b = ١,٣١٨$ ، $a = -٤,٥٤٤$

ص $= -٤,٥٤٤ + ١,٣١٨ س$

(ج) ص $٨ = -٤,٥٤٤ + ١,٣١٨ (٨) = ٦$

تطبيق (١٨-١٣):

– البيان التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب في اختبارين س ، ص ،

والمطلوب : (أ) إيجاد معامل الارتباط.

(ب) إيجاد معادلة انحدار ص علي س

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ٦٥

س ص	٨٠-٧٠	-٦٠	-٥٠	-٤٠	-٣٠
-٢٠			٣	٥	٢
-٣٠		٦	١٢	٨	١
-٤٠	١	١٤	٢٢	٥	
-٥٠	٢	٩	١٦	٢	
-٦٠	١	٦	٨	١	
٨٠-٧٠	٢	٤	٢		

الحل:

بفرض تحويل المتغير س مركز الفئة إلى متغير آخر س (٢٠ ، ١- ، صفر ،

١ ، ٢) وكذا تحويل المتغير ص إلى متغير آخر ص (-٢ ، ١- ، صفر ، ١ ،

٢ ،

(٣

(أ) معامل ارتباط بيرسون (ر) = ٠,٤٥

(ب) معامل الانحدار (ب) = ٠,٧ = ب = $\frac{\text{ب ل ص}}{\text{ل س}}$

ل س

أ = ص - ب س

$$٨,١ = \frac{(٥٥ + ٢٤ \cdot ١٠)}{١٣٢} \cdot ٠,٧ - \frac{(٤٥ + ٣٨)}{١٣٨} =$$

ص = ٠,٧ + ٨,١

(ج) ص = ٠,٧ + ٨,١ = (٦٥) = ٥٣,٦

٤٠٣

تطبيق (١٨-١٤):

باستخدام البيانات الموضحة بالتطبيق (١٧-٢٢):

(أ) أوجد معادلة انحدار ص الوزن علي س الطول .

(ب) تقدير وزن لاعب طوله ١٧٥ سم .

الحل:

أ - راجع حل التمرين رقم ٦ بالباب السابق .

$$ب = \frac{٤٣٢}{٦٤٤} = ٠,٦٧١$$

$$ب = ب ل ص = ٠,٦٧١ \times ٥ = ٠,٣٣٥$$
$$\frac{\text{ل س}}{١٠}$$

أ = ص - ب س

$$٢٣,٤٣٨ = \frac{١٨ + (٥) - ٧٧,٥ - ٠,٣٣٥ (١٦ + (١٠) - ١٦٥)}{٣٠}$$

$$ص = ٢٣,٤٣٨ + ٠,٣٣٥ س$$

$$ب ص (١٧٥) = ٢٣,٤٣٨ + ٠,٣٣٥ (١٧٥) = ٨٢ \text{ كيلو}$$

تطبيق (١٨-١٥):

في دراسة لاستعمال المكتبة تم إعداد البيان التالي وهو يوضح العلاقة بين معدن إعاره الكتاب في السنة في العام السابق وفي العام الحالي :

٨	٥	١٠	٤	٣	معدل الإعارة في العام السابق س
١٥	١٢	٢٢	٩	٦	معدل الإعارة في العام الحالي ص

المطلوب:

(أ) قياس الارتباط بين معدل الإعارة في العام الحالي والمعدل في العام السابق

(ب) تحديد معادلة تقدير الإعارة في العام الحالي ص بدلالة معدل الإعارة في العام السابق س .

(ج) تقدير معدل الإعارة التالي لأحد الكتب معدل إعارته في العام الحالي هو ١٥ .

الحل:

س	ص	س٢	ص٢	س ص
٣	٦	٩	٣٦	١٨
٤	٩	١٦	٨١	٣٦
١٠	٢٢	١٠٠	٤٨٤	٢٢٠
٥	١٢	٢٥	١٤٤	٦٠
٨	١٥	٦٤	٢٢٥	١٢٠
٣٠	٦٤	٢١٤	٩٧٠	٤٥٤

$$(أ) \quad r = \frac{(٦٤)(٣٠) - (٤٥٤)٥}{\sqrt{((٦٤) - (٩٧٠)٥)((٣٠) - (٢١٤)٥)}} = ٠,٩٧٧$$

٤٠٥

$$(ب) \quad ٥ = (٤٥٤) - (٦٤)(٣٠) = ٢,٠٥٠$$

$$\frac{٥}{٢(٣٠) - (٢١٤)} = ٥$$

$$٠,٤٤٧ = \frac{٣٠}{٥} \quad \frac{٢,٠٥٠}{٥} - \frac{٦٤}{٥} = \frac{٥}{٥}$$

$$(ج) \quad ص (١٥) = ٢,٠٦ + ٠,٤٤٧ = ٣١,٣$$

تطبيق (١٦-١٨):

في دراسة للعلاقة بين مخصص المكتبة وعدد الطلاب تم إعداد البيان التالي :

مخصص المكتبة	٣٠٠	٨٠٠	٧٠٠	٥٠٠
عدد الطلاب	٥٠	١٠٠	٨٠	٦٠

والمطلوب :

(أ) قياس الارتباط بين مخصص المكتبة وعدد الطلاب .

(ب) معادلة تقدير مخصص المكتبة بدلالة عدد الطلاب .

(ج) تقدير مخصص المكتبة إذا كان عدد الطلاب ١٢٠ .

س	ص	س	ص	س
٥٠	٣٠٠	٢٥٠٠	٩٠٠٠٠	١٥٠٠٠
١٠٠	٨٠٠	١٠٠٠٠	٦٤٠٠٠٠	٨٠٠٠٠
٨٠	٧٠٠	٦٤٠٠	٤٩٠٠٠٠	٥٦٠٠٠
٦٠	٥٠٠	٣٦٠٠	٢٥٠٠٠٠	٣٠٠٠٠
٢٩٠	٢٣٠٠	٢٢٥٠٠	١٤٧٠٠٠٠	١٨١٠٠٠

$$(أ) \quad \frac{(2300)(290) - (181000) \text{ £}}{(2(2300) - (1,470,000) \text{ £}) (2(290) - (22500) \text{ £})} = 0,966$$

ارتباط طردي قوي جدا .

$$(ب) \quad \text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

$$\text{ب} = \frac{(2300)(290) - (181000) \text{ £}}{2(290) - (22500) \text{ £}}$$

$$\text{أ} = \text{ص} - \text{ب س}$$

$$125,424 - = 290 \quad \frac{9,661 - 2300}{\text{£}}$$

$$\text{ص} = - = 9,661 + 125,424 \text{ س}$$

$$(ج) \quad \text{ص} (120) = - = 9,661 + 125,424 (120) = 1033,9$$

تطبيق (١٨-١٧):

٨	٥	٣	٢	١	عدد النسخ بالمكتبة
٢٠	٤٠	٦٠	٨٠	٩٠	سعر الكتاب (ريال)

باستخدام البيان أعلاه المطلوب :

(١) قياس الارتباط بين عدد النسخ وسعر الكتاب .

(٢) معادلة تقدير عدد النسخ بدلالة سعر الكتاب .

(٣) تقدير عدد النسخ لكتاب سعره ٨ ريال .

الحل:

نعتبر من عدد النسخ المتغير المطلوب تقديره « س » مع الكتاب

$$\text{محس} = 290 \text{ محص} = 19 \text{ محس} = 710$$

$$\text{محس} = 2 = 20100 \text{ محص} = 2 = 103$$

$$(1) \text{ ب} = 0,095 - \text{ أ} = 0,982$$

$$(2) \text{ محص} = 9,317 - 0,095 = \text{ س}$$

$$(3) \text{ ص} (8) = 9$$

الفصل ١٩

مقاييس التقدير

السلاسل الزمنية Time Series

١-١٩ الأهمية

٢-١٩ العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية

٣-١٩ الاتجاه العام

١-٣-١٩ النموذج الخطي

٢-٣-١٩ النموذج الأسّي

٣-٣-١٩ الاتجاه العام للمواسم

٤-١٩ التغيرات الموسمية

٥-١٩ السلاسل الزمنية المعترضة

٦-١٩ تطبيقات متنوعة

الفصل التاسع عشر

مقاييس التقدير Prediction

(السلاسل الزمنية Time Series)

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم تخص متغير ما في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة ، هذه الفترة قد تكون سنة أو أكثر ، وقد تكون ربع سنة ، شهر ، يوم ، ساعة .. وأمثلة ذلك أرقام تعداد السكان (التي تجري كل عشر سنوات في معظم الدول) ، المواليد ، الوفيات ، الزواج ، الهجرة ، الإنتاج القومي ، الإنتاج الصناعي أو الزراعي ، ،، الصادرات ، الواردات ، التوظيف ، البطالة ، درجات الحرارة ، أسعار الأسهم ، الذهب ، أسعار العملات المختلفة ...

١٩-١ الأهمية

عندعرض نماذج الانحدار رأينا أن الغاية هي تحديد شكل أو طبيعة العلاقة التي تربط بين المتغير التابع وبين متغير أو أكثر (متغيرات مستقلة). ويهدف ذلك أساساً إلي إمكان تقدير قيمة المتغير التابع بدلالة المتغير أو المتغيرات المستقلة .

علي أنه في سبيل قيامنا بذلك نصادف مشكلات كثيرة. هذه المشكلات

قد تكون متعلقة بتكوين النموذج الإحصائي المستخدم أو نتائجه ، ذلك أن بعض الظواهر لا نستطيع معها تحديد المتغيرات المستقلة المرتبطة معها ، أو قد تكون البيانات المتعلقة بها غير متوافرة . وحتى لو كان ذلك متاحاً فإن معادلات التقدير التي يتم تكوينها قد تحوي قدر غير مقبول من أخطاء التقدير ، وبالتالي فإن استخدام هذه المعادلات سيؤدي إلي تقديرات غير دقيقة . وحتى بافتراض عدم وجود مثل هذه العقبات السابقة ، فإن هناك مشكلة أخرى يمكن أن تطرأ ، حيث أن استخدام معادلات الانحدار في التقدير يتطلب توافر قيم للمتغيرات المستقلة نفسها ، وهذا الأمر قد لا يكون متاحاً أو أن تقديرها قد يحوي مشاكل تفوق تقدير المتغير التابع نفسه .

لكل هذا نقدم هنا أحد النماذج الإحصائية البديلة ، وهي السلاسل الزمنية ، والتي يمكن استخدامها لتقدير قيم الظواهر ، لا عن طريق تحديد علاقتها بعدد من المتغيرات الأخرى ، بل عن طريق دراسة وتحليل سلوك الظاهرة نفسها عبر الزمن .

ويهدف تحليل السلاسل الزمنية إلي تقدير قيمة الظاهرة في المستقبل استناداً إلي دراسة التطور التاريخي للظاهرة عبر الزمن وتحديد وفصل العوامل المؤثرة عليها .

١٩-٢ العوامل المؤثرة علي السلسلة الزمنية:

بتحليل السلسلة الزمنية لإحدى الظواهر نجد أنها قد تتأثر بكل أو بعض العوامل التالية :

(أ) الاتجاه العام .

(ب) التغيرات الموسمية .

(ج) التغيرات الدورية .

(د) التغيرات العرضية .

ويقصد بالاتجاه العام السلوك العام للمتغير أو الظاهرة محل الدراسة خلال فترة من الزمن ، فمثلاً بعض الظواهر يميل أو يتجه إلى الزيادة بصفة مستمرة كعدد السكان ، عدد الطلاب ، أسعار سلعة ، الدخل القومي ، وقد نجد لبعض الظواهر ميلاً نحو النقصان ، وعلى سبيل المثال نسبة البطالة ، نسبة الأميين ، القوة الشرائية للنقود .

ويقصد بالتغيرات الموسمية ، التغيرات التي تحدث للظاهرة بصفة دورية ومتكررة، فمثلاً بتحليل رقم المبيعات في شركة المياه الغازية ، نجد أن الرقم يتأثر بالمواسم المختلفة . والموسم بصفة عامة ليس له فترة محددة ، فقد يكون ربع سنة، شهر ، يوم ، ساعة ، يتوقف ذلك على طبيعة الظاهرة محل البحث.

والتغيرات الدورية تشبه التغيرات الموسمية من حيث أنها دورية ولكنها تحدث خلال فترات طويلة نسبياً ، كما يحدث بتأثير الدورات التجارية وما صاحبها من فترات رواج وكساد ، وأيضاً بتأثير السياسات الحكومية .

والتغيرات العرضية هي تغيرات تحدث بصورة فجائية وغير متوقعة

ويعصب تقديرها وتحديد أثرها ، وتحدث مثلاً بسبب الحروب والزلازل والكوارث والأوبئة والإضرابات والثورات .

تحليل السلاسل الزمنية:

ويعني ذلك تحديد طبيعة العوامل التي تؤثر علي قيمة الظاهرة ومقدارها والعلاقات القائمة بينها .
وباعتبار أن :

ف = القيمة الفعلية للظاهرة .

ص = قيمة الاتجاه العام للظاهرة .

م = أثر التغير الموسمي .

د = أثر التغير الدوري .

ع = اثر التغير العرضي .

فإنه يمكن استخدام أحد النموذجين التاليين لإيضاح العلاقة بين هذه الأنواع المختلفة من التغيرات .

(أ) نموذج حاصل الضرب : $ف = ص \times م \times د \times ع$

(ب) النموذج التجميعي $ف = ص + م + د + ع$

وفي النموذج التجميعي فإن قيم ص ، م ، د ، ع يعبر عنها بنفس

وحدات الظاهرة الأصلية ، بينما في نموذج حاصل الضرب فإن الاتجاه العام فقط يعبر عنه بوحدة الظاهرة الأصلية ، أما باقي القيم فيعبر عنها كنسب مئوية . وفي دراستنا سنقتصر علي عرض نموذج حاصل الضرب وسنكتفي بتحديد أثر الاتجاه العام وكذا أثر التغير الموسمي ، وهذان يفسران القدر الأعظم من التغير ، كما أن باقي التغيرات وهي الدورية والعرضية تتطلب تواجد عدد كبير من الفترات كما أنه بصفة عامة يصعب التنبؤ بزمان وقوعها وقدر أثرها .

١٩-٣ الاتجاه العام:

يعد الاتجاه العام هو الجزء الرئيسي من قيمة الظاهرة . وهناك عدد من الطرق يستخدم لتحديد الاتجاه العام ، نقتصر علي عرض أدق هذه الطرق والتي تقوم علي استخدام المعادلات الرياضية . وفي هذه الطريقة يفترض أن الظاهرة تتبع معادلة معينة ، وهذه المعادلة يمكن استنتاجها من معرفة طبيعة الظاهرة ، مع استخدام الرسم البياني لتطورها .

Time series نماذج السلاسل الزمنية

ولوصف الاتجاه العام لتطور الظواهر، هناك عدة نماذج تستخدم لهذا الغرض ويتوقف استخدام أي منها حسب طبيعة الظاهرة محل البحث وفيما يلي مجموعة من النماذج التي تستخدم:

النموذج الخطي linear model

النموذج الأسى Exponential model

النموذج الهندسى Geometric model

متعدد الحدود من الدرجة n polynomial of degree n

النموذج اللوجستى logistic model

نموذج جومبيرتز gompertz model

ونعرض فيما يلى النماذج الشائعة:

١٩-٣-١ النموذج الخطى Linear Model

يلاحظ أن معظم السلاسل الزمنية يمكن تمثيل اتجاهها العام بمعادلة

الخط المستقيم

$$ص = أ + ب س \quad (١-١٩)$$

حيث ص = الاتجاه العام للظاهرة ، س الفترة الزمنية ، أ ، ب ثوابت .

هذا وقد تم عند دراسة موضوع الإنحدار دراسة هذه المعادلة وتحديد شكلها ،

أي تحديد قيم الثوابت أ ، ب . وهي كما يلي :

$$ب = \frac{ن محس ص - محس س محس ص}{ن محس س^2 - (محس س)^2}$$

$$(٢-١٩)$$

علي أنه يلاحظ أن قيم س هنا تكون س هنا تكون عبارة عن سنوات مثلاً ١٩٧٠، ١٩٧١، ١٩٧٢ وأن التعامل مع مثل هذه الأرقام يزيد عن عبء العمل ، ويمكن اختصار هذه الأرقام بطرح رقم معين من هذه السنوات ، وليكن رقم السنة الأولي أي طرح ١٩٧٠ من كل الأرقام التي تمثل س . وبذلك تصبح قيم س كما يلي : صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، وهكذا . هذا علي أن يكون ذلك معلوماً عند تحديد معادلة الاتجاه العام وعند استخدامها في التقدير ، ولذا غالباً ما يشار أمام المعادلة بعبارة (١٩٧٠ = صفر) .

تطبيق (١٩-١)

البيان التالي يمثل نسبة الأمية في إحدى المدن في عدة سنوات .
والمطلوب:

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير نسبة الأمية عام ١٩٨٤ .

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
نسبة الأمية	٣٠	٢٨	٢٧	٢٥	٢٢

الحل:

س	ص	س ^۲	س ص
صفر	۳۰	صفر	صفر
۱	۲۸	۱	۲۸
۲	۲۷	۴	۵۴
۳	۲۵	۹	۷۵
۴	۲۲	۱۶	۸۸
۱۰	۱۳۲	۳۰	۲۴۵

$$(أ) ب = \frac{(۱۳۲)(۱۰) - (۲۴۵)^{\circ}}{(۱۰)^{\circ} - (۳۰)^{\circ}} = ۱,۹ -$$

$$أ = \overline{ص} - \overline{ب} \text{ س}$$

$$۳۰,۲ - \frac{۱۰}{۵} = (۱,۹) - \frac{۱۳۲}{۵}$$

$$ص = ۳۰,۲ - ۱,۹ \text{ س } (۱۹۷۸ = \text{صفر})$$

$$(ب) س = ۱۹۷۸ - ۱۹۸۴ = ۶$$

$$ص (۶) = ۱۸,۸ = (۶) ۱,۹ - ۳۰,۲$$

$$۴۱۸$$

١٩-٣-٢ النموذج الأسّي Exponential model

في دراستنا السابقة كنا نفرض أن الاتجاه العام للظاهرة يمثل خط مستقيم ويعني ذلك أن قيمة الظاهرة تتغير (زيادة أو نقصان) بمعدل ثابت . وهذه العلاقة الخطية تلاحظها ويمكن افتراضها في عدد كبير من الحالات . علي أن هناك بعض الظواهر لا يكون فيها معدل التغير ثابتاً ، بل تكون نسبة التغير ثابتة ، ويمكن توضيح ذلك بالسلسلتين التاليتين :

الزمن	١	٢	٣	٤
متغير ص _١	٤	٦	٨	١٠
متغير ص _٢	٤	٦	٩	١٣,٥

فالمتغير ص_١ يزيد بمعدل ثابت وهو ٢ بينما المتغير ص_٢ يزيد بنسبة ثابتة وهي ٥٠% . وهناك الكثير من الظواهر التي تتغير بنسبة ثابتة ، كنمو السكان ، وعدد المواليد ، وبصفة عامة كافة الكائنات الحية ، كنمو عدد الحيوانات والطيور والأسماك والحشرات ، والبكتريا وكذلك هناك الكثير من المتغيرات الاقتصادية والمالية وخاصة عند استخدام الفوائد المركبة وكذا إنتاج الشركات ، ومبيعاتها وأرباحها .

والمعادلة الأسية تعبر عن هذا المنهج من التغير ، وهي علي الصيغة

$$ص = أ ب^x \text{ حيث } أ ، ب \text{ ثوابت . (١٩-٤)}$$

ويصبح المطلوب هو تحديد قيمة الثوابت أ ، ب ، ويسهل ذلك إذا ما حولنا هذه المعادلة إلي صورة معادلة الخط المستقيم ، ويمكن إجراء هذا التحويل باستخدام

اللوغاريتمات ، حيث تصبح الدلالة أعلاه كما يلي :

$$\text{لو ص} = \text{لو أ} + \text{س لو ب} \quad (١٩-٥)$$

$$\text{أو ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

حيث ص ، أ ، ب تعني لو ص ، لو أ ، لو ب .

ويلاحظ أن هذه المعادلة الأخيرة هي معادلة خط المستقيم ، ويمكن الحصول علي الثوابت أ ، ب بنفس الصيغ السابق استخدامها ومنها يمكن الحصول علي قيم أ ، ب .

ولغرض تقدير قيمة الظاهرة فإنه يمكن استخدام أي من المعادلتين سواء المعادلة الاسية أو بعد تحويلها إلي معادلة لوغاريتمية .

تطبيق (١٩-٢):

البيان التالي يمثل عدد السكان (مليون) في إحدى الدول . والمطلوب

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠ .

السنة	١٩٤٠	١٩٥٠	١٩٦٠	١٩٧٠	١٩٨٠
عدد السكان	١٤٤	١٧٣	٢٠٧	٢٤٩	٥٤

الحل:

س	ص	ص̄	س̄	س ص̄
صفر	١٤٤	٢,١٥٨	صفر	صفر
١	١٧٣	٢,٢٣٧	١	٢,٢٣٧
٢	٢٠٧	٢,٣١٦	٤	٤,٦٣٢
٣	٢٤٩	٢,٣٦٩	٩	٧,١٨٨
٤	٢٩٨	٢,٤٧٤	١٦	٩,٨٩٧
١٠		١١,٥٨٢	٣٠	٢٣,٩٥٤

(أ) ص̄ = أ + ب̄ س

$$\text{ب̄} = \frac{٥ (١١,٥٨٢) (١٠) - (٢٣,٩٥٤) ٥}{٥ (١٠) - (٣٠) ٥} = ٠,٠٧٩$$

أ = ص̄ - ب̄ س

$$\text{ص} = \frac{١١,٥٨٢}{٥} - (٠,٧٩) \frac{١٠}{٥} = ٢,١٥٨٤$$

ص = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ س

ولإيجاد المعادلة الأسية ، نوجد الأعداد المقابلة للوغاريتمات ، ومنها نحصل على ب = ١,١٩٩٥ ، أ = ١٤٤,٠١٢ .

$$\therefore \text{ص} = ١٤٤,٠١٢ (١,٩٩٩٥)^\circ$$

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠

$$\text{ص} = \frac{١٩٤٠ - ١٩٩٠}{١٠} = \frac{٥٠}{١٠}$$

$$\text{ص} (٥) = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ (٥) = ٢,٥٥٣٤$$

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم : ص = ٥٧,٦٠٢

هذا ويلاحظ أن هذه النتيجة يمكن الحصول عليها من المعادلة الأصلية أيضاً كما يلي :

$$\text{ص} = ١٤٤,٠١٢ (١,٩٩٩٥)^\circ = ٣٥٧,٦٠١$$

١٩-٣-٣ الاتجاه العام للمواسم:

إن الاتجاه العام للظاهرة غالباً ما يتم الحصول عليه من بيانات سنوية . ولأغراض التخطيط ، غالباً ما نحتاج إلى تقديرات جزئية لفترات أقل السنة ، وكما سنري عند إجراء التحليل الموسمي فإنه يفضل تسهياً للعمل لجميع البيانات ثم إيجاد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي ، ومنها يمكن التحويل إلي معادلة الاتجاه العام حسب الموسم ، أي لفترات أقل من السنة ، مثلاً شهرية أو ربع سنوية . ويفرض أن معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي هي :

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

وبفرض أن السنة تشتمل علي عدد قدره ك من المواسم ، تكون معادلة الاتجاه العام حسب الموسم كما يلي :

$$\text{ص} = \frac{\text{أ}}{\text{ك}} + \frac{\text{ب}}{\text{ك}^2} \text{ س} \quad (١٩-٦)$$

يلاحظ أننا استخدمنا حروف صغيرة لكل من س ، ص في المعادلة الموسمية لتمييزها عن السنوية

تطبيق (١٩-٣):

بفرض أن معادلة الاتجاه العام للمبيعات السنوية لإحدى الشركات كما يلي :

$$\text{ص} = ١٢٠٠ + ٢٨٨ \text{ س} \quad (\text{نقطة الأصل } ١٩٨٠)$$

أوجد معادلة الاتجاه العام الشهرية .

الحل:

$$\text{عدد المواسم ك} = ١٢$$

$$\text{ص} = ١٢/١٢٠٠ + ٢٨٨/(١٢)^2 \text{ س}$$

$$= ١٠٠ + ٢ \text{ س}$$

ونقطة الأصل تقع في منتصف عام ١٩٨٠ أي في أول يوليو ١٩٨٠ .

١٩-٤ التغيرات الموسمية:

وهذه يتم التعبير عنها بنسبة مئوية ، تسمى النسبة الموسمية أو الدليل الموسمي ، ويستخدم لتحديد هذه النسب عدة طرق نعرض منها طريقة نسبة

الفعلي إلى الاتجاه العام (Ratio-t-trend method) وفي هذه الطريقة يتم احتساب النسبة المئوية لقيمة الظاهرة الفعلية إلى قيمتها الاتجاهية - وتكون نسبة الموسم هي متوسط النسب المتعلقة بالموسم . ويلاحظ أن متوسط هذه النسبة الموسمية يساوي ١٠٠ وفي حالة اختلافها تعدل حتي يكون متوسطها ١٠٠.

والمثال التالي يوضح الخطوات اللازمة لتحديد النسب الموسمية .

تطبيق (١٩-٤):

البيان التالي يوضح مبيعات إحدى شركات المياه الغازية (مليون ريال) والمطلوب :

١- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

٢- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

٣- تحديد النسب الموسمية .

٤- تقدير مبيعات الشركة عام ١٩٨٣ وفصولها .

السنة	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٨٠	١٠	٢٠	٥٠	٢٠
١٩٨١	١٢	٣٠	٨٠	٣٠
١٩٨٢	١٣	٢٥	٧٠	٤٠

الحل:

(١)

السنة	س	ص	س ^٢	س ص
١٩٨٠	صفر	١٠٠	صفر	صفر
١٩٨١	١	١٤٠	١	١٤٠
١٩٨٢	٢	١٧٠	٤	٣٤٠
	٣	٤١٠	٥	٤٨٠

$$٣٥ = ب$$

$$أ = \overline{ص} - \overline{ب س}$$

$$١٠١,٧ = (٣) \overline{٣٥ - ٤١٠} = \overline{٢ \quad ٣}$$

$$ص = ١٠١,٧ + ٣٥$$

$$= ٢٥,٤ + ٢,١٩ س$$

ويلاحظ أن نقطة الأصل هنا تقع بين الموسم الثاني والثالث ، ويفضل نقلها إلى نقطة تكون في منتصف أحد المواسم ، فإذا اخترنا منتصف الموسم الأول فإن هذه النقطة تبعد عن السابقة بفترة ونصف ويلزم تعديل المعادلة .

$$ص = ٢٥,٤ - ١,٥ (٢,١٩) + ٢,١٩ س$$

$$ص = ٢٢,١ + ٢,٢ س$$

وهنا نقطة الأصل منتصف الربع الأول عام ١٩٨٠

٣- لتحديد النسب المئوية نوجد أولا القيم الاتجاهية والتي يتم الحصول عليها باستخدام معادلة الاتجاه العام الربع سنوية والسابق إيجادها في (٢) ، ونقوم بقسمة الرقم الفعلي علي رقم الاتجاه العام ، وذلك في جدول كالآتي حيث نجد في الخلية التي تمثل الموسم ثلاث أرقام هي علي الترتيب الرقم الفعلي ، الاتجاه العام ، النسبة المئوية ، والصف الرابع خصص لإيجاد النسب الموسمية وفي كل خلية ثلاث أرقام هي : مجموع النسب بكل فصل ، متوسط هذه النسب ، وحيث أن مجموع هذه النسب يساوي ٣٩٧ وليس ٤٠٠ تم تعديلها وذلك بضربها في $\frac{400}{397}$ ، والنتائج تمثل النسب الموسمية.

٤- الصف الأخير بالجدول يوضح تقدير المبيعات عام ١٩٨٣ وحسب كل موسم ، تم أولا احتساب القيم الاتجاهية باستخدام معادلة الاتجاه العام والسابق الحصول عليها في (٢) ، وهي :

$$\text{ص} = 22,1 + 2,2 \text{ س}$$

وباعتبار أن نقطة الأصل هي الربع الأول عام ١٩٨٠ ، فإنه لتقدير الاتجاه العام في الربع الأول عام ١٩٨٢ مثلا ، (عدد الفترات أي س = ١٢) ، وعلي ذلك .

$$\text{ص} = 22,1 + 2,2 (12) = 48,5$$

وبعد إيجاد قيم الاتجاه العام يتم ضربها في النسب الموسمية للحصول علي التقديرات المطلوبة ، وعلي سبيل المثال فإن تقدير رقم المبيعات في الربع الأول عام ١٩٨٠ يكون بضرب قيمة الاتجاه العام في النسبة الموسمية

الخاصة بالربع الأول ، أي ٤٨,٥ × ٤٢ = % ٢٠ ، والبيانات موضحة في
الجدول أدناه

	العام	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع	مجموع
	١٩٨٠	١٠	٢٠	٥٠	٢٠	١٠٠
		٢٢,١	٢٤,٣	٢٦,٥	٢٨,٧	
		٤٥	٨٢	١٨٩	٧٠	
	١٩٨١	١٢	٣٠	٦٨	٣٠	١٤٠
		٣٠,٩	٣٣,١	٣٥,٣	٣٧,٥	
		٣٩	٩١	١٩٣	٨٠	
	١٩٨٢	١٧	٤٠	٧٧	٣٦	١٧٠
		٣٩,٧	٤١,٩	٤٤,١	٤٦,٣	
		٤٣	٩٥	١٧٥	٧٨	
النسب الموسمية	مجموع النسب الموسمية بعد التعديل م	١٢٧	٢٧٨	٥٥٧	٢٢٨	
		٤٢	٩٣	١٨٦	٧٦	٣٩٧
		٤٢	٨٤	١٨٧	٧٧	٤٠٠
تقديرات عام ١٩٨٣	الاتجاه العام ص التقدير ص × م	٤٨,٥	٥٠,٧	٥٢,٩	٥٥,١	٢٠٧
		٢٠	٤٧	٩٩	٤٢	٢٠٧

١٩-٥ السلاسل الزمنية المعترضة:

Interrupted Time Series:

هذا التحليل يوضح اثر تدخل عامل او حادث او ظاهرة معينة فى سلسلة زمنية او اعتراضها . وهذا النوع من التحليل على درجة كبرى من الأهمية للباحث الذى يسعى لتوضيح اثر الأحداث والظواهر والحركات الهامة على المجتمعات وسلوكهم.

ومن أمثلة الأحداث الهامة التى يسعى الباحث بيان اثرها الحروب، الزلازل والبراكين الفيضانات والأعاصير، الأوبئة، الثورات، الزعامات، والحركات الهامة، الاكتشافات الأثرية، اكتشاف الثروات، ادخال او تغيير النظم الاقتصادية والسياسية والاجتماعية، اصدار او تغيير القوانين، ادخال التكنولوجيا .. الخ.

١٩-٦ تطبيقات متنوعة

تطبيق (١٩-٥):

استخدم بيانات السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام – بافتراض معادلة أسية .

(ب) تقدير قيمة ص إذا كانت $S = ٧$.

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١٦	٤٥	١٣٨	٤٠٢	١٢٥٠

الحل:

$$\text{ب} = ٠,٤٧٤, \text{أ} = ٠,٧١٨$$

$$\text{ص} = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ \text{ س}$$

$$\text{ص} (٧) = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ (٧) = ٤,٠٣٦ \text{ ومنها ص} = ١٠٨٦٤$$

تطبيق (١٩-٦):

المطلوب استخدام السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

(ب) معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(ج) تحديد الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(د) تقدير قيمة الظاهرة بالفصول الأربعة لعام ١٩٨٣ .

الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع	
٣٦	٣٤	٣٨	٣٢	١٩٧٨
٣٨	٤٨	٥٢	٤٢	١٩٧٩
٤٢	٥٦	٥٠	٥٢	١٩٨٠
٥٦	٧٤	٦٨	٦٢	١٩٨١
٨٢	٩٠	٨٨	٨٠	١٩٨٢

(أ) ص = ١٢٨ + ٤٨ س

(ب) ص = ٢٧,٥ + ٣س

(ج) النسب الموسمية: ١٠٠ ، ١١٠ ، ١٠٣ ، ٨٧

(د) تقديرات عام ١٩٨٣ : ٨٧,٥ ، ٩٩,٥ ، ٩٦,٣ ، ٨٤

تطبيق (١٩-٧):

فيما يلي برصيد المجموعة المكتبية الكتب في عدة سنوات في إحدى المكتبات .

والمطلوب :

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير عدد الكتب عام ١٤٠٩ هـ

السنة	١٤٠٣	١٤٠٤	١٤٠٥	١٤٠٦
عدد الكتب ألف	٣٢	٣٧	٤٦	٥٣

س	س	س٢	س ص
٠	٣٢	٠	٠
١	٣٧	١	٣٧
٢	٤٦	٤	٩٢
٣	٥٣	٩	١٥٩
٦	١٦٨	١٤	٢٨٨

$$ب = ن \text{ محـ سـ صـ } - \text{محـ سـ محـ صـ}$$

$$ن \text{ محـ سـ } ٢ - (\text{محـ سـ }) ٢$$

$$٧,٢ = \frac{(٢٨٨) - (١٦٨)(٦)}{٢(٦) - (١٤) ٤}$$

$$أ = ص - ب س$$

$$٣١,٢ = \frac{٦ ٧,٢ - ١٦٨}{٤}$$

$$\text{معادلة الاتجاه العام ص} = أ + ب س$$

$$٧,٢ + ٣١,٢ = س$$

$$\text{تقدير عدد الكتب عام } ١٤٠٩ \text{ (س} = ١٤٠٩ - ١٤٠٦ = ٣)$$

$$٧,٢ + ٣١,٢ = (٣) ٥٢,٨ = ص$$

الباب الثالث

وصف العلاقة بين عدة متغيرات

Multivariate Analysis

الفصل ٣٠: الارتباط المتعدد Multiple Correlation

الفصل ٣١: السببية Causality

الفصل ٢٠

الارتباط المتعدد

Multiple Correlation

١-٢٠ Multivariate table الجدول التكراري المركب

٢-٢٠ Correlation Matrix المصفوفة الارتباطية

٣-٢٠ Multivariate Correlation الارتباط متعدد المتغيرات

٤-٢٠ Partial Correlation الارتباط الجزئي

٥-٢٠ Part Correlation ارتباط الجزء

٦-٢٠ Factor Analysis التحليل العاملي

٧-٢٠ Cluster Analysis التحليل العنقودي

٨-٢٠ Discrimination Analysis تحليل التمايز

تمهيد

هذا الباب يعد أساسا لدراسة العلاقة بين عدة متغيرات. هذه العلاقة فى معظم الأحيان يلزم وصفها — سواء تعلق الأمر بالإرتباط أو التقدير — فى ضوء العديد من المتغيرات الأخرى ، وليس متغير واحد . وفيما يلى بعض الأمثلة:

- مساحة المستطيل ، تعتمد على متغيران الطول والعرض، فلا يكفى وصف الإرتباط بين المساحة والطول فقط أو العرض فقط . كما أن تقدير مساحة المستطيل يتطلب معرفة شكل العلاقة بين المساحة والطول والعرض ؛ وهى فى هذه الحالة : المساحة = الطول \times العرض

- حجم السكان فى مجتمع معين ، مدينه أو بلد ، يعتمد على عدة متغيرات هى المواليد والوفيات والهجرة الداخليه والخارجيه.

- معدل الجريمة فى مجتمع معين نجده يتوقف على عدة متغيرات منها حجم هذا المجتمع ، معدل البطاله ، درجة التدين ، ...

إن الدراسة العلمية للمتغيرات ، أى للظواهر والأشياء والأحداث .. يستلزم يستلزم تصنيف العلاقات إلى : علاقات إرتباطية ، وعلاقات سببية ؛ نعرضها باختصار فى الفصلين التاليين .

الفصل العشرون: الارتباط المتعدد

Multiple Correlation

نعرض في هذا الفصل باختصار الأساليب الإحصائية المخصصة لوصف علاقة الارتباط بين عدة متغيرات (ثلاثة فأكثر)

٣٠-١ التوزيع التكراري المركب Multivariate Table

التوزيع التكراري المركب أو الجدول التكراري يعرض العلاقة بين أكثر من متغيرين ، في صورة جدول مركب ؛ وأهميته وطريقة إعداده مماثلة لما عرض في الجدول التكراري البسيط والمزدوج^١ .

٣٠-٢ المصفوفة الارتباطية Correlation matrix

المصفوفة الارتباطية هي بيان يوضح الارتباط بين كل متغير والمتغيرات الأخرى، حيث يخصص صف لكل متغير، وب نفس الترتيب يخصص عمود لكل متغير . ويعنى ذلك أن المقدار الموجود بالصف ؛ والعمود ٥ هو معامل الارتباط بين المتغير رقم ٤ والمتغير رقم ٥ .

ملاحظات :

١ - الأرقام الموجودة على القطر الرئيسى تساوى واحد صحيح ، باعتبارها تمثل الارتباط بين المتغير ونفسه ، ولذلك تحذف غالباً .

1 راجع الفصل الخامس والثالث عشر

٢ - القطر الرئيسى يقسم معاملات الارتباط إلى قسمين متماثلين ، باعتبار أن معامل الارتباط بين المتغير الرابع والخامس هو نفسه (فى معظم الحالات) معامل الارتباط بين المتغير الخامس والرابع . ولذا غالباً يحذف أحد هذين القسمين ، وبذلك يصبح شكل المصفوفه مثلثاً .

٣-٣٠ الارتباط المتعدد Multiple correlation

معامل الارتباط المتعدد (ر) هو معامل الارتباط البسيط^٢ بين (ص) وهو المتغير التابع ، (ص[^]) ، وهى معادلة تقدير المتغير التابع أو معادلة الإنحدار .

تقع قيمه معامل الارتباط المتعدد (ر) بين صفر، واحد صحيح . والقيمة ر^٢ تعبر عن مقدار التباين فى المتغير التابع والذي يمكن تفسيره من خلال المتغيرات المستقلة .

٤-٣٠ الارتباط الجزئى

الارتباط الجزئى Partial correlation هو مقياس ارتباط للعلاقة الخطية بين متغيرين مع إستبعاد تأثير باقى المتغيرات. وتقع قيمته بين +١ ، -١.

^٢ راجع القسم ١٤-٢

٣٠-٥ ارتباط الجزء Part correlation

ارتباط الجزء Part correlation or semi-partial correlation
في أبسط صورته هو الارتباط بين متغيرين بعد استبعاد أثر متغير ثالث من أحدهما.

٣٠-٦ التحليل العايلي Factor analysis

في حالات كثيرة يكون عدد المتغيرات كبيراً مع وجود ارتباطات قوية بينها ، يكون من المفيد إختصار هذا العدد لسهولة التعامل معها، أى التعامل مع عدد أقل من المتغيرات (وتسمى عوامل). هذا ما يحققه التحليل العايلي.

٣٠-٧ التحليل العنقودي Cluster analysis

يهدف هذا الأسلوب إلى فرز عدة أشياء فى مجموعات Groups or Clusters بحيث تكون كل مجموعه متجانسه فيما بينها تبعاً لمعيار معين

٣٠-٨ تحليل التمايز Discrimination Analysis

أسلوب للتمييز بين عدد من الوحدات، وتخصيصها فى عدد من المجموعات بطريقة مثلى، بحيث يكون التباين (الإختلاف) بين المجموعات أكبر ما يمكن ، وداخل المجموعات أقل ما يمكن .

الفصل ٢١

السببية Causality

- ٢١-١ مراحل البحث في علاقة السببية
- ٢١-١-١ Discription مرحلة الوصف
- ٢١-١-٢ Explanation مرحلة التفسير
- ٢١-١-٣ Identification مرحلة التحديد
- ٢١-٢ الإبحار المتعدد Multiple regression
- ٢١-٣ أساليب أخرى
- ٢١-٣-١ تحليل المسار Path Analysis
- ٢١-٣-٢ التحليل المتقدم Elaboration analysis
- ٢١-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models

الفصل الواحد والعشرون

السببية Causality

من أهم أهداف العلم دراسة علاقة السببية والتي تعد الأساس في وصف الظواهر والتفسير والتقدير والتنبؤ .

إن علاقة السببية من أهم وأعقد الموضوعات في الفلسفة، والمنطق ، والبحث العلمي بصفة عامة . لقد قدم الفلاسفة والمناطقة الكثير في هذا الصدد؛ مثلا ، قدم مل Mill مبادئ للسببية ، منها على سبيل المثال التلازم في التغير Concomitant Variation ؛ إن هذا المبدأ المفيد والذي أسهم كثيرا في البحث العلمي ، لم يكن لينفذ ويؤتى بثمرة بدون الأداة التنفيذية التي قدمها علماء الإحصاء ، وهي مقاييس وصف العلاقة بين المتغيرات ومنها مقاييس الارتباط في صورها المختلفة . لقد قدم علم الإحصاء للمنطق ومناهج البحث أساليب التنفيذ ..

٢١-١ مراحل البحث في علاقة السببية

إن مشكلة السببية هي مشكلة منطق وبحث علمي ، غير أن الوصول للعلاقة السببية يستلزم غالبا إستخدام الأساليب الإحصائية بإعتبار أن علم الإحصاء يعد المنفذ لقواعد المنطق ومناهج البحث.

البحث التطبيقي يهتم بحل المشاكل. ولحل مشكلة يجب أولاً معرفة سبب المشكلة.

إن البحث عن السبب يبدأ بتعيين المتغيرات الملائمة لخلق المشكلة . بعدها نبدأ فى وصف كل متغير باستخدام أساليب الوصف لمتغير وحيد، وبعدها نبدأ بحث الارتباط (التوافق Association) بين المتغيرات من خلال التحليل المزدوج والتحليل متعدد المتغيرات.

الارتباط Correlation يحدث عندما تعطى المعلومات عن قيمة متغير معلومات عن قيمة متغير آخر ، بمعنى وجود تلازم فى التغير . إن البحث عن الارتباط يكافئ محاولة تفسير التباين فى المتغير التابع . علاقة السببية تكون عندما يحدث التغير فى متغير (المستقل Independant) تغيرات فى متغير آخر (التابع dependant) .

بصفة عامة عند البحث فى السببية ، يتم حساب التغير فى المتغير التابع، وبعد المتغير المستقل مرشحاً لإحداث التغير فى المتغير التابع ، وإذا ما فسر التباين ، فهذا يعنى وجود ارتباط . بعد الوصول إلى وجود ارتباط بين متغيرين ، نبحث فى تفسيرات بديلة ، وإذا لم نجد تفسيرات بديلة ، عند ذلك فقط نكون بصدد تفسيراً سببياً Causal Explanation إن البحث عن السببية يتضمن ثلاث خطوات : الوصف ، التفسير، التحديد.

٢١-١-١ مرحلة الوصف Discription:

فحص الارتباط بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة
المحتملة Possible. هذه الارتباطات تعد تفسيرات سببية مؤقتة Tentative
للتباين في المتغير التابع . ولتثبيت Determining الارتباط يجب النظر في
النقاط الخمس التالية :

- ١ تعيين المتغيرات المستقلة التي يجب فحصها
 - ٢ تحديد قوة الارتباط بين كل متغير مستقل والمتغير التابع ، بمعنى مدى
قدرة قيمة المتغير المستقل في تحديد قيمة المتغير التابع .
 - ٣ احتمال أن يكون هذا الارتباط راجعا للصدفة Chance ، بمعنى أن
يكون ذلك راجعا للمعاينة Sampling .
 - ٤ اتجاه الارتباط ، هل هو طردي ، بمعنى أن المتغير التابع يتمشى مع
المستقل زيادة ونقصانا ، أو عكسي .
- في هذه المرحلة تستخدم اساليب الوصف بالباب الثالث والرابع.

٢١-١-٢ مرحلة التفسير Explanation:

يتم البحث عن تفسيرات بديلة للارتباط بين المتغيرات ، وإذا أسفر
البحث عن عدم وجود أية تفسيرات بديلة ، يعد ما لدينا تفسيراً سببياً . إن عملية
التفسير تتطلب فحص عدة متغيرات في آن واحد ، فيما يعرف بالتحليل متعدد
المتغيرات.

في مرحلة التفسير تستخدم الأساليب التالية :

١ التحليل المنقن Elaboration analysis وهو يلائم مستوى القياس الكيفي للمتغيرات.

٢ تحليل المسار Path analysis وهو يتطلب مستوى قياس كمي للمتغيرات.

٢١-١-٣ مرحلة التحديد Identification:

المتغيرات المستقلة ليست على درجة واحدة في أهميتها وتأثيرها على المتغير التابع. في مرحلة التحديد يجب تحديد الأوزان لكل المتغيرات المستقلة. في مرحلة التحديد تستخدم الأساليب التالية:

١ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log linear Models ، وذلك للمتغيرات الكيفية

٢ نماذج الانحدار المتعدد Multiple Regression ، وذلك للمتغيرات الكمية

٢١-٢ الانحدار المتعدد Multiple regression:

هذه النماذج تصف العلاقة بين متغير ما يطلق عليه المتغير التابع (ص) وعدد من المتغيرات الأخرى يطلق عليها المتغيرات المستقلة أو المفسرة، (س١ س٢ س٣ س٤) وتوضح عملية الوصف هذه مقدار التأثير الذي تحدثه هذه المتغيرات المستقلة مجتمعة على المتغير التابع، كما توضح مقدار تأثير كل متغير على حده . ويمدنا الأسلوب بمعادلة الانحدار المتعدد، أو معادلة تقدير المتغير التابع ويرمز لها (ص٨) وهي تعد أفضل تقدير لقيمة (ص).

وفيما يلي بعض الأمثلة :

تقدير الضريبة:

تقوم مصلحة الضرائب بتقدير الضريبة على المنشأة بصورة جزائية (في حالة عدم وجود دفاتر منتظمة). ويعطى أسلوب الإنحدار تقديرا للضريبة بصورة موضوعية، حيث تخصص للمنشآت المتماثلة في طبيعة النشاط معادلة تقدير، مثال ذلك:

المتغير التابع : ص الضريبة
المتغيرات المستقلة : وهي المتغيرات المؤثرة في الربحية ، وأهمها :
س ١ رأس المال
س ٢ عمر المشروع
س ٣ عدد العاملين
س ٤ الموقع

تقدير سرعة السيارة:

تثار مشكلة تحديد سرعة السيارة في قضايا القتل والإصابة الخطأ، في محاولة لإثبات أن قائد السيارة قد جاوز السرعة المحددة في القوانين واللوائح. وفي هذا الصدد يمكن الاستعانة بأسلوب الإنحدار لتقدير السرعة بصورة موضوعية، وذلك من معادلة تقدير تتناسب الظروف والمناسبات الخاصة بالحالة محل البحث ، مثال ذلك :

المتغير التابع : ص سرعة السيارة
المتغيرات المستقلة :
س ١ مسافة الفرامل
س ٢ درجة إرتفاع الطريق

- س٣ كفاءة الفرامل
س٤ حمولة السيارة
س٥ حالة الإطارات

تقدير وقت الوفاة:

تقدير وقت الوفاة له أهمية كبرى خاصة في حالات الشك الجنائي ، وكذا في حالات التأمين على الحياة، لتحديد ما إذا كان وقت الوفاة يقع في الفترة المغطاة تأمينيا .وتوجد طرق متعددة لتقدير وقت الوفاة يمكن تقدير وقت الوفاة من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية :

- المتغير التابع : ص وقت الوفاة
المتغيرات المستقلة : س١ درجة حرارة الجسم
س٢ درجة حرارة الجو
س٣ درجة السمنة

وقت تعاطى المسكرات:

تقدير وقت تعاطى المسكرات له أهمية كبيرة في الحوادث الجنائية، ويمكن تقدير ذلك من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية:

- المتغير التابع : ص وقت وقت التعاطى
المتغيرات المستقلة : س١ نسبة الكحول في الدم
س٢ نوع المشروب
س٣ كمية الطعام
س٤ نوع الطعام

٢١-٣ أساليب أخرى

٢١-٣-١ تحليل المسار Path Analysis

الهدف مقارنة العلاقة المفترضة بين المتغيرات مع البيانات المشاهدة ، بهدف إختبار مدى التوافق بينهما ، وإذا لم يوجد توافق ، يشير إلى تعديله أو يرشد عن نموذج جديد ، وهذا يعاد إختباره وهكذا.

وأسلوب تحليل المسار يستخدم سلسلة من نماذج إحداد متعدد بغرض وصف العلاقة بين عدة متغيرات ، وتحديد العوامل السببية وتقدير قوة تأثيرها. ويعد النموذج على هيئة مخطط diagram يوضح العلاقة بين المتغيرات ويعرض قوة العلاقة بينها والترتيب التتابعى لها Sequential order.

٢١-٣-٢ التحليل المتقن Elaboration analysis

من النماذج المألوفة لفحص البيانات المعروضة فى جداول تكرارية بغرض إضفاء المزيد من المعلومات عن العلاقة بين متغيرين وسعياً لكشف العلاقات السببية . هذه الأساليب تتطلب تفسيرات نظرية بجانب الأساليب الإحصائية ، وفيها يتم إدخال متغيرات على النموذج مع التحكم فيها وضبطها وذلك لإختبار علاقة الارتباط الأصلية للمتغيرات صحة أو زيفاً .

هذه المتغيرات تسمى عوامل إختبارية Test Factors ، ومنها المتغيرات الخارجية Extraneous والمتغيرات المتداخلة Intervening والمتغيرات العازلة Suppressor والمتغيرات السابقة Antecedent ،

٢١-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models

هذه النماذج تستخدم في حالة المتغيرات الكيفية، والغرض منها تحديد أوزان المتغيرات المستقلة. هذه المتغيرات يتم اختيارها بناء على الدراسات التمهيدية للبيانات بالإسترشاد بمقاييس الارتباط و الأساليب المتقنة .Elaboration analysis

الجزء الثالث: وصف المجتمع

الإستقراء Induction

التعميم Generalization

الباب الأول: أسس الإستقراء Bases of Induction

الباب الثاني: منطق الإستقراء Logic of Induction

الباب الثالث: أساليب الإستقراء Techniques of Induction

الباب الأول

أسس الإستقراء

Bases of Induction

٢٢ نظرية الاحتمالات Probability

٢٣ توزيع المعاينة Sampling Distribution

الفصل ٢٢

نظرية الاحتمالات Probability

- ١-٢٢ مفهوم الاحتمال
- ٢-٢٢ قوانين العد
- ١-٢-٢٢ مبدأ العد
- ٢-٢-٢٢ المضروب
- ٣-٢-٢٢ التباديل
- ٤-٢-٢٢ التوافيق
- ٣-٢ قوانين الاحتمالات
- ١-٣-٢٢ قانون جمع الاحتمالات
- ٢-٣-٢٢ الأحداث المتنافية
- ٣-٣-٢٢ الاحتمال الشرطي
- ٤-٣-٢٢ قانون ضرب الاحتمالات
- ٥-٣-٢٢ الأحداث المستقلة
- ٦-٣-٢٢ الاحتمال الكلي
- ٧-٣-٢٢ نظرية بيبز
- ٨-٣-٢٢ نظرية تشيبيشيف
- ٤-٢٢ التوزيعات الاحتمالية
- ١-٤-٢٢ الأهمية
- ٢-٤-٢٢ التوزيع الهيجرجيومنري
- ٣-٤-٢٢ توزيع ذي الحدين
- ٤-٤-٢٢ توزيع بواسون
- ٥-٤-٢٢ التوزيع الطبيعي
- ٦-٤-٢٢ توزيع ت
- ٧-٤-٢٢ توزيع كا^٢
- ٨-٤-٢٢ توزيع ف
- ٥-٢٢ تطبيقات متنوعة

مقدمة

٢٢-١ مفهوم الإحتمال

الإحتمالات فرع من فروع الرياضيات يختص بالقياس في حالات
اللاتيقن Uncertainty .

تعريف : إحتمال الحدث أ ، ويكتب ح (أ) هو رقم يقع بين صفر
وواحد يقيس فرصة وقوع هذا الحدث . والرقم صفر يعنى أن الحدث مستحيل
Impossible والرقم واحد يعنى أن الحدث مؤكد أويقيني Certain

إن تقدير الإحتمال يكون من خلال منهجين :

١ التقدير الموضوعى : Objective ويكون ذلك وفق مفهومين :المفهوم
الكلاسيكى Classical Concept ومفهوم التكرار النسبى Relative
frequency

٢ التقدير الذاتى : Subjective يتم تحديد الإحتمال وفقا لهذا المفهوم على
أساس درجة إعتقاد شخصية (واحد أو أكثر) . وهناك حالات كثيرة تستدعى
الإعتماد على هذا المفهوم لعدم وجود تكرارات كافية ،مثال ذلك : إحتمال
إصابة الهدف من مسدس ، إحتمال أن تكون الشهادة كاذبة فى قضية معينة .

٢٢-٢ قوانين العد Counting

٢٢-٢-١ مبدأ العد

إذا كان لدينا عدد من العمليات قدره ك والعملية الأولى يمكن إجراؤها

بعدد من الطرق قدره n_1 والعملية الثانية يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره n_2والعملية ك يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره n_k ، فإن عدد الطرق (ع) التي يمكن بها إجراء هذه العمليات جميعها هو :

$$ع = n_1 n_2 n_3 \dots n_k \quad (1-22)$$

تطبيق (1-22):

يراد سحب عينة حجمها 3 من مجتمع حجمه 5 . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي مع إرجاع الوحدات المسحوبة .

الحل: $n = 5$ ، $n = 3$

عدد العينات التي يمكن سحبها في هذه الحالة يتبع قاعدة العد

$$n = 5 = {}^5P_3 = 120$$

تطبيق (2-22):

قفل رقمي له 3 حلقات كل منها به عشرة أرقام . كم عدد الأرقام الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = $n_1 n_2 n_3$

$$= 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ رقم}$$

٢-٢-٢٢ Factorial المضروب

مضروب العدد n أو عدد تباديل n من الأشياء المختلفة يحسب بالصيغة

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots(3)(2)(1) \quad (2-22)$$

تطبيق (٣-٢٢):

بكم طريقة يمكن بها إعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩ على أن يجرى اختبار كل يوم .

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 9! = 9(8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 362880$$

٣-٢-٢٢ Permutation التباديل

عدد تباديل n من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها n يحسب باستخدام الصيغة :

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (3-22)$$

تطبيق (٤-٢٢):

(أ) يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي بدون إرجاع .

الحل:

عدد العينات التي يمكن سحبها في هذه الحالة يتبع قاعدة التباديل

$${}^nP_3 = \frac{!5}{!2} = \frac{120}{2} = 60$$

٢٢-٢-٤ التوافيق Combination

عدد توافيق ن من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها ن يحسب

بإستخدام الصيغة :

$${}^nC_n = \frac{!n}{(n-!)n!} \quad (n-22)$$

تطبيق (٢٢-٥):

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب العينة دفعة واحدة

الحل:

عدد العينات التي يمكن سحبها في هذه الحالة يتبع قاعدة التوافيق

$${}^5C_3 = \frac{!5}{!3!2} = \frac{120}{6 \times 2} = 10$$

٤٦٢

تطبيق (٦-٢٢) :

يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم طريقة يمكن تكوينها ؟

$$10 \quad 10 \\ 120 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \binom{10}{3}$$

تطبيق (٧-٢٢) :

ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال متشابهة ؟

$$10 \quad 10 \\ 210 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \binom{10}{4} = \text{عدد الطرق}$$

٢٢-٣ قوانين الاحتمالات

نعرض في هذا الفصل للقوانين الأساسية للإحتمالات ، ونبدأ ببعض التعاريف الضرورية :

اتحاد حدثين أ ، ب ويكتب $A \cup B$ ب معنى وقوع أ أو ب أو كليهما
تقاطع حدثين أ ، ب ويكتب $A \cap B$ ب معنى وقوع أ و ب معا
فراغ العينة (ف) لتجربة : هو مجموعة النتائج الممكنة من التجربة
مكمل الحدث : لكل حدث ب مكمل يرمز له ب \bar{B} ويعنى عدم وقوع ب

٢٢-٣-١ قانون جمع الإحتمالات

يقيس إحتمال واحد من الأحداث على الأقل

$$ح(ا \cup ب) = ح(ا) + ح(ب) - ح(ا \cap ب) \quad (٥-٢٢)$$

وفى حالة ثلاثة أحداث ،

$$ح(ا \cup ب \cup د) = ح(ا) + ح(ب) + ح(د) - ح(ا \cap ب) - ح(ا \cap د) - ح(ب \cap د) + ح(ا \cap ب \cap د) \quad (٦-٢٢)$$

وبصفة عامة

$$ح(ا \cup ب \cup \dots \cup ز) = ح(ا) + ح(ب) + \dots + ح(ز) - ح(ا \cap ب) - \dots - ح(ا \cap ب \cap \dots \cap ز) \quad (٧-٢٢)$$

حيث الرمز مج يعنى حاصل جمع الحدود التالية

٢٢-٣-٢ الأحداث المتنافية Mutually exclusive events

يقال لحدثان ا ، ب أنهما متنافيان إذا كان من المحال وقوعهما معا
أى أن :

$$ح(ا \cap ب) = \text{صفر} \quad (٨-٢٢)$$

وإذا كانت الأحداث متنافية تصبح الصيغ أعلاه كما يلى :

$$ح(ا \cup ب) = ح(ا) + ح(ب) \quad (٩-٢٢)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \quad (22-10)$$

وبصفة عامة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (21-9)$$

٢٢-٣-٣ الاحتمال الشرطي

$P(A|B)$ يسمى الاحتمال الشرطي أو المشروط ، بمعنى احتمال الحدث A في حالة وقوع B ، أى بشرط وقوع B .

$$P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (22-11)$$

مثلا العبارة " الواقعة A إذا أيدها دليل قاطع B تعد يقينية " يكون التعبير عنها رياضيا بالصيغة

$$P(A|B) = 1$$

وبالطبع إذا كان الدليل ليس قاطعا يكون احتمال الواقعة أقل من واحد ، بمعنى اللائقين

٢٢-٣-٤ قانون ضرب الإحتمالات

يقيس احتمال وقوع الأحداث مع بعضها ، من

$$(22-12)$$

$$\begin{aligned} & \text{ح} (A \cap B) = \text{ح} (A) \text{ح} (B|A) \quad (13-22) \\ & \text{فى حالة وجود ثلاثة أحداث ، يكون إحتمال وقوعها جميعا :} \\ & \text{ح} (A \cap B \cap D) = \text{ح} (A) \text{ح} (B|A) \text{ح} (D|A \cap B) \quad (14-22) \\ & \text{ح} (D) \neq \text{ح} (B \cap D) \neq 0 \end{aligned}$$

٢٢-٣-٥ الأحداث المستقلة Events Independent

يقال أن الحدثان A ، B مستقلان إحصائيا ، إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر فى إحتمال وقوع الآخر. أى أن : الإحتمال المشروط = الإحتمال المطلق

$$\text{ح} (B|A) = \text{ح} (B) \quad (15-22)$$

وفى هذه الحالة تصبح صيغ ضرب الإحتمالات كما يلى :

$$\text{ح} (A \cap B) = \text{ح} (A) \text{ح} (B) \quad (16-22)$$

* إذا كان الحدثان A ، B مستقلان ، يكون كذلك كلا من A ، B^c وكذا A^c ، B وكذا A^c ، B^c

الإستقلال لثلاث أحداث وأكثر

يقال لهذه الأحداث أنها مستقلة إذا كان إحتمال تقاطعها (حدثها مع بعض) يساوى حاصل ضرب إحتمالاتها ، فى حالة ثلاث أحداث :

$$\text{ح} (A \cap B \cap D) = \text{ح} (A) \text{ح} (B) \text{ح} (D) \quad (17-22)$$

وبصفة عامة

$$\text{ح} (A \cap B \cap \dots \cap R) = \text{ح} (A) \text{ح} (B) \dots \text{ح} (R) \quad (18-22)$$

حيث الرمز Π يعنى حاصل ضرب الحدود التالية

الإستقلال التام:

يقال لمجموعة من الأحداث أنها مستقلة تماماً إذا وإذا فقط كان أى توافق Combination من هذه الأحداث ، مأخوذة معا لآى عدد ، تكون مستقلة .

ففى حالة ثلاث أحداث يعنى الإستقلال التام تحقيق مايلى :

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) P(B) P(C)$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A) P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B) P(C)$$

وفى حالة تحقق هذه المجموعة الأخيرة ، يكون الأمر محققا كذلك إذا إستبدلنا أى حدث بالحدث المكمل له . مثلا :

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) P(\bar{B}) P(\bar{C})$$

تطبيق (٢٢-٨):

فيما يلي جدول باحتمالات الحياة في أحد المجتمعات حيث يتكون حيز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت في العشرة سنوات الأولى ، الموت في العشر سنوات الثانية ، ، ، ، الموت بعد سن الثمانين .
بالنسبة لشخص في سن الخمسين الآن ، ما احتمال أن يموت قبل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
١٠-٠	٠,٠٣٢٣
٢٠-١٠	٠,٠٠٦٥
٣٠-٢٠	٠,٠١٢١
٤٠-٣٠	٠,٠١٨٤
٥٠-٤٠	٠,٠٤٣١
٦٠-٥٠	٠,٠٦٩٦
٧٠-٦٠	٠,١٨٢١
٨٠-٧٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل:

لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطي ح(أ|ب) حيث أ هو الحدث "يموت قبل سن الستين" والحدث ب هو "يموت بعد سن الخمسين".

$$ح(ب) = ٠,٠٩٦٩ + ٠,١٨٢١ + ٠,٢٧٢٨ + ٠,٣٣٥٨ = ٠,٨٨٧٦$$

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0.0969}{0.8876} = ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (٢٢-٩):

في مسح صحي عام لأحد المجتمعات وجد ما يلي :

٦% مرضى بالقلب .

٩% مرضى بضغط الدم .

٢% مرضى بالقلب وضغط الدم .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

- (أ) احتمال أن يكون الشخص مريضاً .
(ب) احتمال أن يكون الشخص سليماً .
(ج) احتمال أن يكون الشخص مريضاً بالقلب إذا كان مريضاً بالضغط .
(د) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل:

$$(أ) \text{ ح (مريض) } = \text{ ح (ق لـ ض) } = \text{ ح (ق) } + \text{ ح (ض) } - \text{ ح (ق } \cap \text{ ض)}$$

$$= 0.13 = 0.02 + 0.09 - 0.06$$

$$(ب) \text{ ح (سليم) } = 1 - \text{ ح (مريض)}$$

$$= 1 - 0.13 = 0.87$$

$$(ج) \text{ ح (ق / ض) } = \frac{\text{ح (ق } \cap \text{ ض)}}{\text{ح (ض)}}$$

$$= \frac{0.02}{0.09} = 0.22$$

(د) ح (ق / ض) = 0.22 وهذه لا تساوي ح (ق) = 0.06 إذن المرضان غير مستقلين .

٢٢-٣-٦ الاحتمال الكلي Total probability

بفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الشاملة Exhaustive :

ف ١، ف ٢، .. ، فر .. ، فك (وهى أحداث يتكون من إتحادها فراغ العينة، كما يلي : ف ١ ل ف ٢ ل ... ل ف ك = ف)

فإنه لأى حدث آخر (ي) ينتمى لفراغ العينة (ف) :
ح (ي) = مج ح (فر ي)
= مج ح (فر) ح (ي افر) (١٩-٢٢)

٢٢-٣-٧ نظرية بيز Bayes Theorem

فى عام ١٧٦٣ قدم توماس بيز نظرية هامة ، حيث تمدنا بإحتمالات الفروض المختلفة ، أو أسباب الأحداث ، أى إحتمال أن تكون النتيجة قد حدثت بسبب معين .

بفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الشاملة (فروض ، أسباب ، مقدمات) ف ١، ف ٢، .. ، فر .. ، فك وقع منهم واحد ولكن غير معلوم ما هو ، وبسبب ذلك وقع حدث آخر، هو النتيجة (ي) .

نظرية بيز تمكننا من معرفة إحتمال أن يكون حدث ما بينهم ، وليكن (فل) مثلا هو السبب فى هذه النتيجة ، أى ح (فل ا ي) ، ويسمى الإحتمال البعدى Posterior ، ويعد ذلك بمثابة تنقيح للإحتمال القبلى ح (فل) بعد توافر معلومات جديدة وهى وقوع الحدث (ي) .
من قانون الاحتمال الشرطى [٨-١٩]

$$ح(فر اى) = \frac{ح(فر \cap ي)}{ح(ي)} \quad (20-22)$$

بالتعويض عن ح(ي) من قانون الإحتمال الكلى

$$ح(فر اى) = \frac{ح(فر)ح(ي افر)}{مج ح(فر) + ح(ي افر)} \quad (21-22)$$

حالة وجود حدثين ف١ ، ف٢

تكون نظرية ببيز بالصيغة التالية :

$$ح(ف١ اى) = \frac{ح(ف١)ح(ي اف١)}{ح(ف١)ح(ي اف١) + ح(ف٢)ح(ي اف٢)} \quad (22-22)$$

وباعتبار الحدثين مكملين لبعضهما، ونرمز لهما ف ، ف١ ، تكون

نظرية ببيز بالصيغة التالية :

$$ح(ف اى) = \frac{ح(ف)ح(ي اف)}{ح(ف)ح(ي اف) + ح(ف١)ح(ي اف١)} \quad (23-22)$$

تطبيق (٢٢-١٠):

تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري في مجتمع معين ٨% واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علماً بأنه مريض فعلاً هو ٠,٩٥ واحتمال أن يقرر إصابته علماً بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيب شخصاً ما بأنه مريض بالسكري فما هو احتمال أن يكون الشخص مريضاً فعلاً؟

الحل:

نستخدم نظرية بايز ، نعد توزيعاً احتمالياً كما هو وراود بالجدول أدناه — ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصاً ما بأنه مصاب بمرض السكري فإن هناك احتمال قدره ٨٠% تقريباً أن يكون مريضاً بهذا المرض .

تقرير الطبيب	حالة المريض	
	مريض ف١	غير مريض ف٢
مصاب أ	٠,٠٧٦	٠,٠١٨٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦
	٠,٠٨	٠,٩٢

$$ح (ف١ | أ) = \frac{٠,٠٧٦}{٠,٠٩٤٤} = ٠,٨٠٥$$

تطبيق (٢٢-١١):

يتم العمل في أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج المعيب في الأقسام الثلاثة هي ١% ، ٥% ، ٣% ويتم توزيع العمل على

الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠% ، ٤٠% ، ٣٠% على التوالي . في حالة ظهور إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولاً عن هذا الخطأ .
الحل :

نستخدم نظرية بييز .

الإنتاج	الأقسام		
	١ ف	٢ ف	٣ ف
معيب (أ)	٠,٠٠٣	٠,٠٠٢	٠,٠٠٩
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١
ح (فر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣
ح (فر ١)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١

٠,٠٣٢

٢٢-٣-٨ نظرية تشيبيشيف Tchebychev

في عام ١٨٧٤ قدم عالم الاحتمالات الروسي تشيبيشيف نظرية هامة لحساب احتمال وقوع المتغير العشوائي س بين حدين ، وهي علي صورة :

$$ح (س - \sigma < س < \sigma) = 1 - \frac{1}{2L^2} \quad (22-24)$$

حيث أن س- ، σ هما المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير ،
(يفترض أن قيمة كل منها محدودة) ، ل أي قيمة موجبة .
وتأتي أهمية النظرية في عموميتها ، فهي تنطبق علي أي متغير مهما كان شكل توزيعه .

تطبيق (٢٢-١٢):

(مثال): إذا علم أن متوسط درجات الطلبة في اختبار الثانوية العامة هو ٥٢ درجة بإنحراف معياري قدره ١٥ درجة .
في حالة سحب طالب بصوره عشوائية من هذا المجتمع . أوجد إحتمال أن تقع درجته بين ٣٢ ، ٨٢ .

الحل: $\sigma = ١٥$ ، $\mu = ٥٢$. ويصبح المطلوب هو :

$$ح (٣٢ < س < ٨٢)$$

لمعرفة قيمة ل نضع $٨٢ = س + ١ \sigma$

$$٨٢ = ٥٢ + ١ \sigma$$

ومنها نجد أن $٢ = ل$

$$ح [٥٢ + (١٥) ٢ < س < ٥٢ + (١٥) ٢] - ١ < \frac{١}{٢}$$

$$ح (٨٢ < س < ٣٢) < \frac{٣}{٤}$$

ويلاحظ أن هذه النظرية تمدنا بحد انفي للاحتمال ، ويمكن الحصول علي ارقام أكثر دقة في حالة إتاحة معلومات عن شكل التوزيع . وهناك تحسين يعطي نتائج أكثر دقة في حالة كون التوزيع متماثل وله منوال واحد (قيمة واحدة) .

$$ح (س + ١ \sigma < س < س - ١ \sigma) - ١ < \frac{٤}{٩ \sigma^2} - (٢٢-٢٥)$$

وهذه يطلق عليها متباينة كامب ميدل Camp-meidell inequality .

مثال : أوجد الاحتمال في المثال السابق إذا كان التوزيع متماثل وله منوال واحد .

$$\text{الحل: ح (} ٨٢ < \text{س} < ٣٢ \text{) } < -١ = \frac{٤}{٩ (٤)} = ٠,٨٩$$

٢٢-٤ التوزيعات الاحتمالية Probability distributions

٢٢-٤-١ الأهمية

في الفصول السابقة تم عرض بعض القوانين العامة التي يمكن معها حساب الاحتمالات للمتغيرات أو الظواهر أو الأحداث . غير أن هناك متغيرات يكون لها صفات خاصة بحيث يفضل وصف توزيعها بنماذج رياضية احتمالية خاصة — وهذا ما يطلق عليه التوزيعات الاحتمالية ، ولها فوائد كثيرة نذكر منها :

(١) استخلاص المعلومات بسهولة وكفاءة أكبر من الاعتماد على الصيغ العامة .

(٢) يتيح ذلك عمل جداول^١ وخرائط لسهولة الحصول على المعلومات .

(٣) تمكن من الوصول إلى صيغ أو مقاييس محددة لوصف التوزيع بحيث تنطبق على كل المتغيرات التي تتبع ذلك التوزيع . وعلى سبيل المثال نتاح صيغ مباشرة لحساب المتوسط الحسابي ، التباين ، . . . الخ .

¹ أنظر الملاحق

- (٤) إن استخدام صيغة رياضية محددة لوصف المتغير يمكن من سهولة إدخالها لبناء نماذج رياضية أكبر تتعلق بدراسة أنساق ومشاكل أكبر .
- (٥) معرفة التوزيع يفيد في عملية الاستقراء .
- ويوجد الكثير من التوزيعات الاحتمالية ١ ، وتنقسم بصفة عامة إلى (أ) توزيعات غير مستمرة أو متقطعة Discrete نعرض منها التوزيعات الشائعة.
- وهي التوزيع الهيرجيومتري وتوزيع ذي الحدين ؛(ب) وتوزيعات مستمرة Continuous نعرض منها التوزيع الطبيعي وتوزيع (ت) وتوزيع (كـ٢١) وتوزيع (ف) .

٢٢-٤-٢ التوزيع الهيرجيومتري Hypergeometric

يمثل التوزيع حالة سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع الوحدات المسحوبة . فنفرض أننا مهتمون بعدد الوحدات المعيبة (س) في عينة حجمها () سحبناها من مجتمع حجمه (ن) يحوي عدد قدره (أ) من الوحدات المعيبة . إن احتمال سحب عدد قدره (س) وحدة معيبة يتم احتسابه من صيغة التوزيع الهيرجيومتري :

$$ح\ ن، ا، ن (س) = \frac{\left(\frac{ا-ن}{ن-س}\right) \left(\frac{ا}{ن}\right)}{\left(\frac{ن}{ن}\right)} \quad (٢٦-٢٢)$$

1 راجع الجداول الإحصائية ، للمؤلف

حيث $s_i \leq s \leq s_1$

$$s_1 = \text{الأكبر بين [صفر، } n-1 \text{]}$$

$$s_i = \text{الأصغر بين } [n, 1]$$

ويمكن الحصول على التوزيع الاحتمالي المتجمع باستخدام الصيغة :

$$h_n, a = (r) = h(r \geq r) = \text{محد } s-s_1 \text{ حن، } n, a, (s) \quad (22-27)$$

ونظراً لأهمية التوزيع الهيرجيومترى ، فقد تم إعداد جداول لتبسيط الجهد الحسابي - ويمكن استخدام العلاقات التالية :

$$h_n, n, a, (s) = h_n, a, (s) \quad (22-28)$$

$$h_n, n, a, (s) = h_n, a, (s) \quad (22-29)$$

أي أن n ، أ يمكن تبديلهما .

ومن خصائص المتغير s الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

$$(1) \text{ متوسطة } \bar{s} = n \quad (22-30)$$

$$(2) \text{ تباينة } \sigma^2 s = \frac{n-1}{n} \quad (22-31)$$

$$\text{حيث } q = \frac{a}{n}, \quad k = 1-q$$

تطبيق (٢٢-١٣):

مجتمع حجمه ١٢ وحدة منها ثلاث وحدات معيبة تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ . أوجد التوزيع الاحتمالي لعدد الوحدات المعيبة في العينة .

الحل:

نرمز لعدد الوحدات المعيبة في العينة بالرمز (س) والتي قد تكون صفر، ١، ٢ .

$$ح (س) = \frac{\binom{1}{س} \binom{11-س}{2-س}}{\binom{12}{2}}$$

$$ح (٠) = \frac{\binom{3}{0} \binom{9}{2}}{\binom{12}{2}} = ٠,٥٤٦$$

$$ح (١) = \frac{\binom{3}{1} \binom{9}{1}}{\binom{12}{2}} = ٠,٤٠٩$$

$$ح(٢) = \frac{\left(\frac{9}{10}\right)^3 \left(\frac{1}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)^3 \left(\frac{9}{10}\right)}{66} = ٠,٠٤٥$$

ويمكن عرض هذا التوزيع الاحتمالي في جدول كما يلي :

س	ح(س)
٠	٠,٥٤٦
١	٠,٤٠٩
٢	٠,٠٤٥
١	

٢٢-٤-٣ توزيع ذي الحدين Binomial

من التوزيعات الهامة ، وهو يمثل حالة سحب عينة من مجتمع كما في التوزيع الهبيرجيومتري ، مع بعض الخلافات . فتوزيع ذي الحدين يصف الحالة بالشروط التالية :

- ١- عدد محاولات التجربة (الوحدات المسحوبة) ثابت وليكن ن .
 - ٢- كل محاولة تشمل نتيجتين فقط ، نجاح أو فشل .
 - ٣- احتمال النجاح في كل محاولة ثابت وليكن ق [وا احتمال الفشل ك=١-ق]
- أي أن المحاولات مستقلة عن بعضها .

والشرط الثالث هو الذي يميز توزيع ذي الحدين عن التوزيع

$$(35-22)$$

$$2 \leq n$$

$$3 \leq n$$

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع توزيع ذي الحدين ما يلي :

$$(1) \text{ متوسطه } \sigma^2 = n \cdot p \quad (36-22)$$

$$(2) \text{ تباينة } \sigma^2 = n \cdot p \cdot q \quad (37-22)$$

تطبيق (14-22)

ما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في الأسر التي بها أربعة أولاد؟

الحل :

من قوانين الوراثة يمكن اعتبار ولادة الطفل مستقلة عن حالة الطفل السابق كما أن احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$. والمتغير (س) وهو عدد الذكور بالأسرة قد يكون صفر، ١، ٢، ٣، ٤، ويمكن حساب احتمال كل منها بالصيغة (22-22) .

$$P(S=0) = \binom{4}{0} (0.5)^0 (0.5)^4 = 0.0625$$

$$P(S=1) = \binom{4}{1} (0.5)^1 (0.5)^3 = 0.25$$

$$= 0.0625 \text{ (س) }^4$$

$$\text{ح (٠)} = 0.0625 = \text{ (٠) }^4$$

$$\text{ح (١)} = 0.0625 = \text{ (١) }^4 = 0.0625 = \text{ (٤) } = 0.25$$

وهكذا . ويمكن عرض النتائج في صورة التوزيع الاحتمالي التالي :

س	ح(س)
٠	٠,٠٦٢٥
١	٠,٢٥٠٠
٢	٠,٣٧٥٠
٣	٠,٢٥٠٠
٤	٠,٠٦٢٥
	١

تطبيق (٢٢-١٥)

اختبار يتكون من ٢٠ سؤالاً — على نظام الاختبار من متعدد — ما احتمال أن يحصل الطالب بالتخمين على عشر إجابات صحيحة فأكثر :

(أ) إذا كان كل سؤال يحوي إجابتين فقط .

(ب) إذا كان كل سؤال يحوي ٤ إجابات .

الحل :

$$(أ) \text{ ح (س)} \leq 10 = \text{ح}^{-1} \text{ (س)} \geq 9$$

$$= \text{ح} = ٠,٥٠,٢٠ (٩) = ٠,٤١٢ - ١ = ٠,٥٨٨$$

$$(ب) \text{ ح (س)} \leq 10 = \text{ح}^{-1} \text{ (س)} \geq 9$$

$$= -١ = \text{ح} = ٠,٥٠,٢٠ (٩) = ٠,٩٨٦ - ١ = ٠,٠١٤$$

٢٢-٤-٤ توزيع بواسون Poisson

هذا التوزيع يشترك في كثير من الأشياء مع توزيع ذي الحدين ،

وصيغته كما يلي :

$$\text{ح}_m \text{ (س)} = \frac{\text{هـ}^{-\text{م}} \text{م}^{\text{س}}}{\text{س}!}$$

(٣٨-٢٢)

حيث س = ٠ ، ١ ، ٢ ، ،

م < صفر

هـ = ٢,٧١٨ (أساس اللوغاريتم الطبيعي)

س! = مضروب س كما سبق تعريفها في القسم (٢-٢-٢١)

ويستخدم توزيع بواسون لحساب الاحتمالات للأحداث النادرة أي التي يكون احتمال حدوثها (ق) قليلاً والتي تحدث بصورة عشوائية مثل معدل حوادث السيارات أو حوادث المصنع ، معدل ورود العملاء على مراكز الخدمة (مخزن – متجر – مكتبة ٠٠٠) ، معدل الأخطاء في الأعمال (كتابة – طباعة – نسخ ٠٠٠) .

ويستخدم توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذي الحدين تبسيطاً للعمل الحسابي ، على أساس أن $m = n \cdot q$ ، وذلك في حالة ما إذا كانت n كبيرة (أكبر من ٥٠) ، q صغيرة (أصغر من ٠,١) .

وفيد توزيع بواسون في حساب الاحتمالات في الحالات التي يكون فيها المتوسط m ($n \cdot q$) فقط معلوماً .

ولتسهيل الحصول على الاحتمالات يمكن استخدام الجداول كالموضحة بالملحق (جدول ٨) .

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

$$\begin{aligned} (١) \quad s - m &= (٣٩-٢٢) \\ (٢) \quad \sigma &= m \quad (٤٠-٢٢) \end{aligned}$$

تطبيق (٢٢-١٦):

تشير الإحصاءات الحكومية في إحدى الدول إلى أن متوسط عدد حوادث المصنع في السنة هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل ، أوجد احتمال وجود حادثة في السنة على الأقل لمصنع يحوي :
(أ) ٥٠٠٠ عامل .

(ب) ١٠٠٠٠ عامل .

الحل :

يمكن افتراض توزيع بواسون باعتبار أن الحوادث تقع بصورة عشوائية .

$$(أ) ح(س \leq 1) = 1 - ح(س = \text{صفر})$$

$$= 1 - \frac{e^{-2} (2)^0}{0!} = 1 - e^{-2} (2.718) = 0.865$$

(ب) حيث أن معدل الحوادث هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل فإننا نتوقع معدل قدره ٤ لكل ١٠٠٠٠ عامل .

$$ح(س \leq 1) = 1 - ح(س = \text{صفر})$$

$$= 1 - e^{-4} (2.718)^0 = 0.982$$

٢٢-٤-٥ التوزيع الطبيعي Normal

أهميته :

التوزيع الطبيعي له أهمية كبيرة للعديد من الأسباب :

(١) كثير من الظواهر الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية تتبع هذا التوزيع ، مثال ذلك أطوال الأشخاص ، أوزانهم ، الذكاء ، الإنتاجية ، التحصيل العلمي ، الأخطاء . ولا غرابة في ذلك فمن الثابت نظرياً أنه إذا كان هناك متغير ما يتأثر بالعديد من العوامل المستقلة فإن توزيع هذا المتغير يتبع التوزيع الطبيعي .

- (٢) يستخدم كتقريب لكثير من التوزيعات تحت شروط معينة .
- (٣) له أهمية كبيرة في الاستقراء الإحصائي ، حيث إن كثير من توزيعات المعاينة تتبع التوزيع الطبيعي تحت شروط معقولة .
- (٤) يمكن بتحويلات مناسبة جعل الكثير من التغيرات تتبع التوزيع الطبيعي .
- (٥) توافر الجداول لتسهيل حساب الاحتمالات

خواصه :

- (١) التوزيع الطبيعي ليس توزيع وحيد ولكنه عائلة من التوزيعات . ويتحدد شكل التوزيع تماماً بمجرد معرفة المتوسط الحسابي (\bar{S}) والانحراف المعياري (σ) وغالباً يرمز لهذا التوزيع $\tau(\bar{S}, \sigma^2)$.
- (٢) التوزيع متماثل حول المتوسط .
- (٣) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .
- (٤) المدى النظري للتوزيع يمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$ غير أنه عملياً نجد أن المدى الفعال (يحتوي ٩٩,٧٤% من القيم) ينحصر بين $\bar{S} - \sigma_3$ ، $\bar{S} + \sigma_3$.

التوزيع الطبيعي المعياري Standard normal

إذا كان لدينا متغير يتبع التوزيع $\tau(\bar{S}, \sigma^2)$ أي التوزيع الطبيعي بمتوسط \bar{S} وتباين قدره σ^2 فإنه يمكن تحويل هذا المتغير باستخدام صيغة

الدرجة المعيارية :

$$\bar{s} = \frac{s - \bar{s}}{\sigma} \quad (٢٢-٤١)$$

وبذلك نحصل على توزيع طبيعي متوسطه صفر وانحرافه المعياري (وتباينه) واحد صحيح ، وهذا ما يسمى التوزيع الطبيعي المعياري ويرمز له بالرمز $\tau(٠,١)$. أي أنه بإجراء مثل هذا التحويل نحصل على توزيع موحد مما يؤدي إلى تسهيل حساب الاحتمالات . وهناك جداول بهذا التوزيع تجد نموذجاً لها بالملحق ، جدول ٢ ، أنظر الشكل

والجدول ٢ يعرض لكل قيمة τ الإحداثي (أ) وكذا الاحتمال (حـ) أو المساحة المظللة بالشكل بحيث :

$$ح [\tau \geq (\text{حـ})] = \text{حـ} \quad (٢٢-٤٢)$$

ويلاحظ أن الجدول يعرض هذه المعلومات لقيم τ الموجبة فقط ، أما بالنسبة للقيم السالبة فإنه باعتبار أن التوزيع متماثل فإن قيم الإحداثي (أ) تكون هي نفسها كما للقيمة الموجبة . أما الاحتمالات فإنه يمكن الحصول عليها باستخدام العلاقة .

$$ح (\tau > - \tau^{\circ}) = ١ - ح (\tau > \tau^{\circ}) \quad (٢٢-٤٣)$$

تطبيق (٢٢-١٧):

متغير يتبع التوزيع الطبيعي المعياري — أوجد الحدود المركزية التي

تقع فيها ٩٠% من القيم؟

لنكن الحدود المركزية هي أ ، ب

ح(ط > أ) = ٠,٩٥ وباستخدام جدول ٢ بالملحق نجد أن أ = ١,٦٥
وحيث أن التوزيع متماثل تكون قيمة ب هي -١,٦٥.

تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيعي ذي الحدين وبواسون

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب جيد لتوزيع ذي الحدين في
حالة ما إذا كان كل من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ ، أي أن متغير ذي الحدين س
في هذه الحالة يتبع التوزيع الطبيعي ط (ن ق، ن ق ك) حسب الصيغ (٢١-
(٣١

(٢١-٣٢) وبالتحويل لدرجات معيارية فإن المتغير :

$$\frac{س - ن ق}{\sqrt{ن ق ك}} \quad (٢٢-٤٤)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ط (٠,١) .

وكذلك فإنه إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون فإنه كلما زادت
قيمة م (أكبر من ٢٠) فإن المتغير يقترب من التوزيع الطبيعي ط (م ، م) ،
حسب الصيغ (٢١-٣٤) ، (٢١-٣٥) .

ونظراً لأن التوزيع الطبيعي توزيع مستمر بينما توزيعا ذي الحدين
وبواسون من التوزيعات غير المستمرة — فإنه يلزم مراعاة ما يلي :

(١) إذا كان لدينا متغير س يتبع توزيع ذي الحدين أو توزيع بواسون وكنا بصدد إيجاد الاحتمال في المدى من أ إلى ب فإنه عند استخدام تقريب التوزيع الطبيعي فإننا نستخدم المدى من :

$$أ - ٢/١ \quad \text{إلى} \quad ب + ٢/١$$

(وهذا التعديل لا يكون ضرورياً في حالة ما إذا كانت ن كبيرة) .

(٢) في حالة استخدام التوزيع الطبيعي لحساب احتمال قيمة معينة س فإننا نستخدم المدى من :

$$س - ٢/١ \quad \text{إلى} \quad س + ٢/١$$

تطبيق (٢٢-١٨):

متغير س يتبع توزيع ذي الحدين معالمه $n = ٢٠$ ، $ق = ٠,٤$.

أوجد ح ($٩ \leq س \leq ٦$) باستخدام :

(أ) توزيع ذي الحدين .

(ب) التوزيع الطبيعي .

الحل:

$$(أ) ح (٩ \leq س \leq ٦) = ح ٠,٤,٢٠ (٥)$$

$$= ٠,٧٥٥٣ - ٠,١٢٥٦$$

$$= ٠,٦٢٩٧ \quad \text{جدول ٧ بالملحق}$$

(ب) ح (6 ≤ س ≤ 9)

$$- \left(\frac{8 - 5.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}} < \text{ط} < \frac{8 - 9.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}} \right) \text{ح}$$

$$- \text{ح} (0.685 < \text{ط} < 1.141)$$

$$- \text{ح} (\text{ط} > 0.685) - \text{ح} (\text{ط} > 1.141)$$

$$- \text{ح} (\text{ط} > 0.685) - [1 - \text{ح} (\text{ط} > 1.141)]$$

$$- 0.7549 = 1 - 0.8729 + 0.6278$$

جدول ٢ بالملحق .

٢٢-٤-٦ توزيع T-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير التوزيع الطبيعي المعياري ؛ أنظر الشكل ، جدول ٣ بالملحق

خواصه:

(١) له معلمة واحدة هي (د) وتسمى درجات الحرية .

درجات الحرية (د.ح) Degrees of freedom (d.f.) (مفهوم إحصائي، تعرف بأنها عدد المشاهدات المستقلة، بمعنى عدد المشاهدات التي يبنى عليها إحصاء ما ناقصا عدد القيود الموضوعة على هذه المشاهدات .

- (٢) التوزيع ليس وحيداً ولكنه عائلة من التوزيعات ، ويتحدد شكل التوزيع بمجرد تحديد درجات الحرية (د) .
- (٣) التوزيع متماثل حول المتوسط الحسابي .
- (٤) المتوسط الحسابي يساوي صفر .
- (٥) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .
- (٦) مدى التوزيع يمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$.
- (٧) بزيادة درجات الحرية يقترب التوزيع من التوزيع الطبيعي المعياري .

الجدول :

يوضح جدول ٣ بالملحق قيم المتغير والاحتمالات المناظرة لها بحيث أن :

$$ح [س > ت] = ح (ح) = ح -$$

(٤٢-٢٢)

وباعتبار أن التوزيع متماثل فإن ؛

$$ح (س > - ت) = ١ - ح (س > ت)$$

(٤٣-٢٢)

تطبيق (١٩-٢٢)

متغير س يتبع توزيع ت بدرجات حرية ٨ أوجد :

$$(أ) ح (س > ١,٨٦٠)$$

$$(ب) ح (س > - ١,٨٦٠)$$

الحل:

بالرجوع لجدول ٣ بالملحق وأمام درجات الحرية ٨ نجد أن :

$$(أ) ح (س > ١,٨٦٠) = ٠,٩٥$$

$$(ب) ح (س > ١,٨٦٠) - ١ = ح (س > ١,٨٦٠)$$

باستخدام (٢١-٤١)

٢٢-٤-٧ توزيع كاي^٢ distribution

توزيع مستمر له استخدامات متعددة ، أنظر جدول ٥ بالملحق

خواصه :

(١) له معلمة واحدة (د) تسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمين . ويزيادة درجات الحرية يميل إلى التماثل.

(٤) متوسط التوزيع = د .

(٥) تباين التوزيع = ٢ د

الجداول :

جدول ٥ يعرض قيم كاي^٢ (ح) بحيث أن :

(٤٤-٢٢)

ح [س > كاذب² (ح) = ح -

تطبيق (٢٠-٢٢)

متغير س يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ٥ أوجد :

(أ) ح (س < ١١)

(ب) ح (س > ٣)

(ج) ح (١١ < س < ٣)

الحل:

(أ) ح (س < ١١) = ١ - ح (س > ١١)

$$٠,٠٥ = ٠,٩٥ - ١ =$$

(ب) ح (س > ٣) = ٠,٣

(ج) ح (١١ < س < ٣) = ح (س < ٣) - ح (س > ١١)

$$٠,٦٥ = ٠,٣ - ٠,٩٥ =$$

تطبيق (٢١-٢٢)

أوجد قيمة كا²₇₀ (٠,٩٧٥)

الحل:

نستخدم الصيغة (٤٢-٢)

$$٩٥,٠٢٩ = ٢ \left[\sqrt{\frac{2}{(70)9}} \cdot ١,٩٦ + \frac{2}{(70)9} - ١ \right] ٧٠ = (٠,٩٧٥) \frac{2}{70}$$

ملحوظة : القيمة الجدولية هي ٩٥,٠٢

٢٢-٤-٨ توزيع ف F-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير توزيع كا^٢ :

خواصه :

(١) له معلمتان د_١ ، د_٢ كلاهما يسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمين .

(٤) إذا كان المتغير س يتبع توزيع فد_١، د_٢ فإن $\frac{1}{س}$ يتبع توزيع

فد_٢ ، د_١ .

الجداول :

الجدول ٤ بالملحق يعرض قيم فد_١، د_٢ (حـ) حيث :

ح [س > فد_١، د_٢] (حـ) = حـ (٢٢-٤٥)

ولزيادة الانتفاع من استخدام الجداول يمكن استخدام العلاقة التالية :

$$F_{\alpha, 1, 2d} = \frac{1}{(F_{1-\alpha, 2d, 1} - 1)} \quad (46-22)$$

تطبيق (22-22)

متغير س يتبع توزيع ف بدرجات حرية د = ٨ ، د = ٤ أوجد الحدود المركزية التي تحوي ٩٥% من القيم .

من جدول ٤ بالملحق:

$$F_{\alpha, 8, 4} = (0.975)_{8,4} = ٨,٩٨$$

$$F_{\alpha, 8, 4} = (0.025)_{8,4} = \frac{1}{(0.975)_{8,4}} = \frac{1}{5.05} = ٠,١٩٨$$

٢٢-٥ تطبيقات متنوعة

تطبيق (22-23):

إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$ فما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في أسرة لديها طفلان .

الحل :

عدد الذكور بالأسرة	الاحتمال
صفر	١ / ٤
١	٢ / ٤
٢	١ / ٤
	١

الطفل	الطفل	الطفل	الطفل
ذكر	ذكر	ذكر	ذكر
أنثى	أنثى	أنثى	أنثى
ذأ	ذأ	ذأ	ذأ
أأ	أأ	أأ	أأ
فراغ	فراغ	فراغ	فراغ
المينة	المينة	المينة	المينة

تطبيق (٢٢-٢٤)

إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$ فما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في أسرة مكونة من ثلاث أطفال .

الحل :

الاحتمال	عدد الذكور	الطفل		
		الثالث	الثاني	الأول
٨ / ١	٠	أ	أ	أ
٨ / ٣	١	ذ	أ	أ
		أ	ذ	أ
		أ	أ	ذ
٨ / ٣	٢	ذ	ذ	أ
		ذ	أ	ذ
		أ	ذ	ذ
٨ / ١	٣	ذ	ذ	ذ

تطبيق (٢٢-٢٥)

قفل رقمي له ٣ حلقات كل منها به عشرة أرقام . كم عدد الأرقام

الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = ${}^2_1 \text{ ن } {}^2_2 \text{ ن } {}^2_3 \text{ ن}$

$$= 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ رقم}$$

تطبيق (٢٢-٢٦)

بكم طريقة يمكن بها إعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩
على أن يجرى اختبار كل يوم .

الحل :

$$\text{عدد الطرق} = 9! = 9(8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 362880$$

تطبيق (٢٢-٢٧) :

يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم
طريقة يمكن تكوينها ؟

$$\text{عدد الطرق} = \binom{10}{3} = \frac{10!}{(3!)(7!)} = 120$$

تطبيق (٢٢-٢٨) :

ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال
متشابهة ؟

$$\text{عدد الطرق} = \binom{10}{4} = \frac{10!}{(4!)(6!)} = 210$$

تطبيق (٢٢-٢٩) :

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥٠ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة :

(أ) سحب الوحدات على التوالي مع إرجاع الوحدات المسحوبة .

(ب) سحب الوحدات على التوالي بدون إرجاع .

(ج) سحب العينة دفعة واحدة .

الحل :

عدد العينات التي يمكن سحبها :

في الحالة (أ) : $N = 5^3 = 125$

في الحالة (ب) : $n! = 5! = 120$

في الحالة (ج) : $\binom{5}{3} = \frac{5!}{(3!)(2!)} = 10$

تطبيق (٢٢-٣٠) :

فيما يلي جدول باحتمالات الحياة في أحد المجتمعات حيث يتكون حيز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت في العشرة سنوات الأولى ، الموت في العشر سنوات الثانية ، ، ، ، الموت بعد سن الثمانين .

بالنسبة لشخص في سن الخمسين الآن ، ما احتمال أن يموت قبل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
١٠-٠	٠,٠٣٢٣
٢٠-١٠	٠,٠٠٦٥
٣٠-٢٠	٠,٠١٢١
٤٠-٣٠	٠,٠١٨٤
٥٠-٤٠	٠,٠٤٣١
٦٠-٥٠	٠,٠٦٩٦
٧٠-٦٠	٠,١٨٢١
٨٠-٧٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل:

لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطي ح(أ|ب) حيث أ هو الحدث "يموت قبل سن الستين" والحدث ب هو "يموت بعد سن الخمسين" .

$$ح(ب) = ٠,٠٩٦٩ + ٠,١٨٢١ + ٠,٢٧٢٨ + ٠,٣٣٥٨ = ٠,٨٨٧٦$$

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0.0969}{0.8876} = ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (٢٢-٣١) :

صندوق أ يحتوي على كرتان حمراء وثلاث كرات بيضاء وصندوق ب يحوي أربع كرات حمراء وكرة بيضاء - تم سحب صندوق عشوائي - ثم سحبت منه كرة عشوائية - فكانت حمراء .

ما احتمال أن يكون الصندوق أ هو الذي تم اختياره عشوائي ؟

الحل :

	صندوق أ	صندوق ب	
حمراء	٠,٢	٠,٤	٠,٦
بيضاء	٠,٣	٠,١	
	٠,٥	٠,٥	

$$\text{الاحتمال المطلوب} = \frac{0.2}{0.6} = 0.333$$

تطبيق (٢٢-٣٢) :

تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري في مجتمع معين ٨% واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علماً بأنه مريض فعلاً هو ٠,٩٥ واحتمال أن يقرر إصابته علماً بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيب شخصاً ما بأنه مريض بالسكري فما هو احتمال أن يكون الشخص مريضاً فعلاً؟

الحل:

نستخدم نظرية بيز ، نعد توزيعاً احتمالياً كما هو وراة بالجدول أدناه
 — ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصاً ما بأنه مصاب بمرض السكري فإن
 هناك احتمال قدره ٨٠% تقريباً أن يكون مريضاً بهذا المرض .

تقرير الطبيب	حالة المريض	
	مريض ف١	غير مريض ف٢
مصاب أ	٠,٧٦	٠,١٨٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦
	٠,٠٨	٠,٩٢

٠,٠٩٤٤

$$ح (ف١ | أ) = \frac{0.076}{0.0944} = ٠,٨٠٥$$

تطبيق (٢٢-٣٣) :

يتم العمل في أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج
 المعيب في الأقسام الثلاثة هي ١% ، ٥% ، ٣% ويتم توزيع العمل على
 الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠% ، ٤٠% ، ٣٠% على التوالي . في حالة ظهور
 إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولاً عن هذا الخطأ .

الحل :

نستخدم نظرية بيز .

الإنتاج	الأكسام		
	ف _١	ف _٢	ف _٣
معيب (أ)	٠,٠٠٣	٠,٠٢	٠,٠٠٩
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١
ح(فر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣
ح(فر أ)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١

٠,٠٣٢

تطبيق (٢٢-٣٤):

مجتمع من عشرة أشخاص به أربعة ذكور تم اختيار عينة من أربعة أشخاص عشوائية .

(أ) ما احتمال أن تحوي العينة اثنين من الذكور .

(ب) ما احتمال أن تحوي العينة اثنين من الذكور على الأقل .

الحل :

نستخدم التوزيع الهيبرجيومتري نظراً لأن المجتمع محدود .

$$(أ) \text{ ح } h, n, a, (s) = \frac{(s^a) (n-s)^{n-a}}{(n)}$$

$$\text{ح } ١, ٠, ٤, ٢٩ = \frac{(15)(6)}{210} = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2}}{\binom{10}{4}} = (٢)$$

$$(ب) \text{ ح } (s \geq 2) = \text{ح } (٠) + \text{ح } (١) + \text{ح } (٢)$$

٥٠٢

$$0.881 = 0.429 + 0.381 + 0.71 \text{ س. } 0 =$$

وهذه النتائج يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول ٦ بالملحق .

تطبيق (٢٢-٣٥) :

اختبار يتكون من ٢٠ سؤالاً كل سؤال يحوي خمس إجابات يختار منها الممتحن الإجابة الصحيحة .

أوجد احتمال الحصول على ست إجابات صحيحة أو أكثر بالتخمين .

الحل:

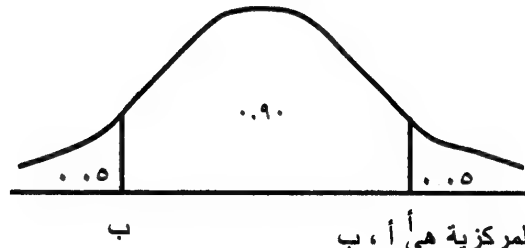
نستخدم توزيع ذي الحدين (جدول ٧ بالملحق) لكل سؤال يكون احتمال الإجابة الصحيحة $\frac{1}{5}$ ، $p = 0.2$.

$$P(X \leq 6) = 1 - P(X \geq 5)$$

$$= 1 - 0.804 = 0.196$$

تطبيق (٢٢-٣٦) :

متغير يتبع التوزيع الطبيعي المعياري — أوجد الحدود المركزية التي تقع فيها ٩٠% من القيم ؟



لتكن الحدود المركزية هي أ ، ب
 ح(ط > أ) = 0,95 وباستخدام جدول ٢ بالملحق نجد أن أ = ١,٦٥ وحيث أن
 التوزيع متماثل تكون قيمة ب هي -١,٦٥.

تطبيق (٢٢-٣٧) :

إذا كان ٨٠% من المنتجين يؤيدون المرشح أ . تم اختيار عينة
 عشوائية من ١٥ منتخبا . ما هو احتمال فوز المرشح أ .

الحل:

يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أي أكثر من ٧ .

$$ح(س < ٧) = ١ - ح(س \geq 7)$$

$$= ١ - ح(١٥٠٠,٨ \geq ٧)$$

$$= ١ - [١ - ح(٧ \geq ١٥٠٠,٨)]$$

$$= ١ - ١ + ٠,٩٩٥٨ = ٠,٩٩٦$$

تطبيق (٢٢-٣٨) :

تشير الإحصاءات في أحد المجتمعات إلى ما يلي :

نسبة الأمية ٦٠% .

نسبة البطالة ٢٠% .

نسبة الأميين العاطلين ١٥% .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الشخص أمياً أو عاطلاً .

(ب) احتمال أن يكون الشخص أمياً إذا علم أنه عاطل .

(ج) هل تعد البطالة والامية مستقلان ؟

الحل :

$$(أ) ح (أ \cap ب) = ٠,٦ + ٠,٢ - ٠,١٥ = ٠,٦٥$$

$$(ب) ح (أ | ب) = \frac{ح (أ \cap ب)}{ح (ب)} = \frac{0.15}{0.20} = ٠,٧٥$$

$$(ج) ح (أ | ب) = ٠,٧٥ \neq ح (أ) = ٠,٦$$

إذن الحدثان غير مستقلان .

تطبيق (٢٢-٣٩):

عملية جراحية احتمال نجاحها ٤٠% فإذا كانت المستشفى تجري خمسة

عمليات يومياً . أوجد :

- (أ) التوزيع الاحتمالي لعدد العمليات الناجحة .
 (ب) المتوسط الحسابي لعدد العمليات الناجحة .
 (ج) التباين والانحراف المعياري لعدد العمليات الناجحة .

الحل:

(أ) يمكن استخدام قانون توزيع ذي الحدين ، غير أن استخدام الجداول يقدم لنا النتائج بسهولة وسرعة .

بالنظر إلى جدول توزيع ذي الحدين عند $n=5$ ، $q=0.4$ ، نحصل مباشرة على $P(X=2)$ ومنها نحصل على قيم $P(X=3)$ المطلوبة ، وكما هو موضح أدناه ، حيث s ترمز لعدد العمليات الناجحة .

س	ح(س)	ح(س)
0	0.0778	0.0778
1	0.3370	0.2592
2	0.6826	0.3456
3	0.9130	0.2304
4	0.9898	0.0768
5	1	0.0102

$$(ب) \quad \bar{s} = n \cdot q = 5 \cdot (0.4) = 2$$

$$(ج) \quad \sigma_s^2 = n \cdot q \cdot (1-q) = 5 \cdot (0.4) \cdot (0.6) = 1.2$$

$$\sigma_s = \sqrt{1.2} = 1.095$$

تطبيق (٢٢-٤٠) :

منتج صواريخ يدعى أنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠% ، قامت القوات المسلحة بتجربتها وذلك باختيار عشرة منها عشوائياً – وحصلت على خمسة حالات نجاح فقط .

(أ) ما هو احتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل؟

(ب) ما رأيك في إدعاء المنتج؟

الحل:

$$0, \dots, 16 = 0, 99 \wedge 4 - 1 = (4)_{1, \dots, 16} - 1 = (0)_{1, \dots, 16} \quad (i)$$

(ب) النتيجة في (أ) تجعلنا نشك في صحة إدعاء المنتج (باعتباره غير صحيح) .

تطبيق (٢٢-٤١):

يدعى أحد المرشحين في مجتمع معين أن ٧٠% من الناخبين يؤيدونه ،
في استطلاع للرأي تم اختيار ٥٠ ناخباً عشوائياً ما احتمال فوز المرشح
المشار إليه ؟

الحل:

يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أي يحصل على أكثر من ٢٥ صوت .

$$ح(س < 25) = ح(س \geq 26)$$

$$= 1 - P(A \geq 25)$$

$$= 1 - P(A \geq 25) = 1 - [1 - P(A \leq 24)] = P(A \leq 24)$$

$$= 1 - [1 - 0.9976] = 0.9976$$

تطبيق (٢٢-٤٢) :

في مسح صحي عام لأحد المجتمعات وجد ما يلي :

٦% مرضى بالقلب .

٩% مرضى بضغط الدم .

٢% مرضى بالقلب وضغط الدم .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(هـ) احتمال أن يكون الشخص مريضاً .

(و) احتمال أن يكون الشخص سليماً .

(ز) احتمال أن يكون الشخص مريضاً بالقلب إذا كان مريضاً بالضغط .

(ح) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل:

$$(هـ) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.06 + 0.09 - 0.02 = 0.13$$

$$(و) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.06 = 0.94$$

$$(ز) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.02}{0.06} = 0.33$$

$$= 0.33 \neq 0.94 = P(\bar{B})$$

$$(ز) ح (ق / ض) = \frac{ح(ق \cap ض)}{ح(ض)}$$

$$٠,٢٢ = \frac{0.02}{0.09} =$$

(ح) ح (ق / ض) = ٠,٢٢ وهذه لا تساوي ح (ق) = ٠,٠٦ إذن
المرضان غير مستقلين .

تطبيق (٢٢-٤٣):

التوزيع التكراري التالي يعرض العلاقة بين معدل الجريمة وحجم

المجتمع :

	حجم المجتمع			معدل الجريمة
	صغير	متوسط	كبير	
٥١٠	١٦٠	١٨٠	١٧٠	عال
٣٩٠	٢٤٠	١٢٠	٣٠	منخفض
٩٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٢٠٠	

في حالة سحب مجتمع عشوائياً ، أوجد :

- (أ) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً .
(ب) احتمال أن يكون المجتمع صغيراً .
(ت) احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال .
(ث) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً أو به معدل جريمة عال .
(ج) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً وكمعدل الجريمة به عال .
(ح) إذا كان المجتمع المسحوب كبيراً ما احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال ؟
(خ) هل يعد الحدثان (المجتمع كبير ، والمجتمع به معدل جريمة عال) مستقلان .

الحل :

$$(أ) \quad 0.22 = \frac{200}{900} \quad (ب) \quad 0.44 = \frac{400}{900}$$

$$(ح) \quad 0.57 = \frac{510}{900}$$

$$(د) \quad 0.60 = \frac{540}{900} = \frac{170}{900} - \frac{510}{900} + \frac{200}{900}$$

$$(هـ) \quad 0.19 = \frac{170}{900} \quad (و) \quad 0.85 = \frac{170}{200}$$

(ز) ح(المجتمع كبير \cap معدل الجريمة به عال) \neq ح (المجتمع كبير).
ح(معدل جريمة عال) .

$$0,19 \neq (0,22) (0,57) = 0,13$$

إذن الحدثان غير مستقلين .

تطبيق (٢٢-٤٤) :

تفيد الإحصاءات السابقة عن أحد الأدوية أنه ناجح في ٣٠% من الحالات . وهناك دواء جديد تم تجربته على ٥٠ من المرضى وقد نجح في ٢٨ حالة منها . وهناك إدعاء بأن نسبة النجاح في الدواء الجديد هي أيضاً ٣٠% .

(أ) أوجد احتمال الحصول على ٢٨ حالة نجاح أو أكثر .

(ب) وما رأيك في الإدعاء بأن نسبة النجاح هي ٣٠% ؟

الحل :

$$(أ) \text{ح}(س \leq 28) = 1 - \text{ح}(س \geq 27)$$

$$= 1 - \text{ح}(\dots, 27) = 1 - 0,99999 = 0,00001$$

(ب) الإدعاء غير صحيح ، والنتائج تشير إلى أن نسبة النجاح أكثر من ٣٠% .

تطبيق (٢٢-٤٥) :

تدعى هيئة الإذاعة والتلفزيون أن البرنامج أ يتابعه ٣٠% من المشاهدين . وللتحقق من صحة هذا الإدعاء ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من المجتمع حجمها ١٠٠ وقد وجد أن ١٨ منهم يتابعون البرنامج .

هل يعد ذلك دليل كاف لرفض إدعاء الهيئة ؟

الحل :

بفرض أن إدعاء الهيئة صحيحاً ، يكون :

$$ح(س \geq 18) = ح(18, 19, \dots, 30) = 0.0045$$

وهذا يبرر رفض إدعاء الهيئة .

تطبيق (٢٢-٤٦) :

في اختبار من ٢٠ سؤال ، إذا كان كل سؤال يحوي إجابتين يختار منها الإجابة الصحيحة . أوجد احتمال نجاح طالب بالتخمين .

$$ح(س \leq 10) = 1 - ح(س \geq 9)$$

$$= 1 - ح(9, 10, \dots, 20)$$

$$= 1 - 0.412 = 0.588$$

تطبيق (٢٢-٤٧) :

إذا كان احتمال الشفاء من أحد الأمراض هو ٤٠% . فإذا كان بالمستشفى ١٥ مريضاً أوجد احتمال الشفاء ؟

(أ) ٥ على الأقل .

(ب) ١٠ على الأقل .

(ج) ١٣ على الأقل .

(د) من ٥ إلى ١٠ .

الحل :

$$(أ) \text{ ح } (س \leq 5) = ١ - \text{ح } (س \geq 4)$$

$$= ١ - \text{ح } (١٥٠٠,٤) = ١ - ٠,٢١٧ = ٠,٧٨٣$$

$$(ب) \text{ ح } (س \leq 10) = ١ - \text{ح } (س \geq 9) = ١ - ٠,٩٦٦ = ٠,٠٣٤$$

$$(ت) \text{ ح } (س \leq 13) = ١ - \text{ح } (س \geq 12)$$

$$= ١ - ٠,٩٩٩٧$$

$$= ٠,٠٠٠٣$$

$$(ث) \text{ ح } (5 \leq س \leq 10) = \text{ح } (١٠) - \text{ح } (٤)$$

$$= ٠,٧٧٤ - ٠,٩٩١ = ٠,٢١٧$$

تطبيق (٢٢-٤٨):

إذا علم أن دخل الأسرة في إحدى القرى يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره ٦٠٠ جنيه وانحراف معياري قدره ٢٠٠ جنيه . أوجد نسبة الأسر ذوات الدخل :

(أ) أقل من ٣٠٠ جنيه .

(ب) أكبر من ٤٠٠ جنيه .

(ت) أكبر من ٧٥٠ جنيه .

(ث) بين ٣٠٠ ، ٥٠٠ .

(ج) بين ٣٠٠ ، ٧٠٠ .

(ح) بين ٧٠٠ ، ٨٠٠ .

الحل :

$$(أ) \text{ ح (س) } > 300 = \text{ ح (س) } > \left(\frac{600-300}{200} \right)$$

$$\text{ ح (س) } > 1,5 =$$

$$= 1 - 0,69 = 0,31$$

$$(ب) \text{ ح (س) } < 400 = 1 - \text{ ح (س) } > 400$$

$$= 1 - \text{ ح (س) } > \left(\frac{600-400}{200} \right)$$

$$= 1 - \text{ ح (س) } > 1 =$$

$$= 1 - [1 - \text{ ح (س) } > 1] =$$

$$= 0,8413$$

$$(ت) \text{ ح (س) } < 750 = \text{ ح (س) } < \left(\frac{600-750}{200} \right)$$

$$= \text{ ح (س) } < 0,75 =$$

$$= 1 - \text{ ح (س) } > 0,75 =$$

$$= 1 - 0,7734 = 0,2266$$

$$(ث) \text{ ح (س) } < 500 = \text{ ح (س) } < 300 = \text{ ح (س) } < 1,5 =$$

$$\begin{aligned}
& \text{ح}(\text{س} > 0,5) - \text{ح}(\text{س} > 1,5) = \\
& 1 - 0,6915 = [\text{ح}(\text{س} > 1,5) - 1] \\
& 1 - 0,6915 = 0,9332 + 1 - 0,6915 = 0,2417 \\
& \text{ح}(\text{ج} < 700 < \text{س} < 300) = \text{ح}(\text{س} < 0,5) = \\
& \text{ح}(\text{س} > 0,5) - \text{ح}(\text{س} > 1,5) = \\
& 1 - 0,6915 = [\text{ح}(\text{س} > 1,5) - 1] \\
& 1 - 0,6915 = 0,9332 + 1 - 0,6915 = 0,6247 \\
& \text{ح}(\text{ح} < 800 < \text{س} < 700) = \text{ح}(\text{س} < 1) = \\
& \text{ح}(\text{س} > 1) - \text{ح}(\text{س} > 0,5) = \\
& 0,8413 - 0,6915 = 0,1498
\end{aligned}$$

تطبيق (٢٢-٤٩) :

إذا كانت نسبة البطالة في أحد المجتمعات ١٠% . تم سحب عينة عشوائية حجمها ١٥ . والمطلوب :

- ١- التوزيع الاحتمالي لعدد العاطلين .
- ٢- احتمال أن تتضمن العينة عدداً من العاطلين قدره :

الحل :

١- من جدول توزيع ذي الحدين ، حيث $n=15$ ، $q=0.1$ يكون توزيع المعاينة كما يلي :

س	ح(س)	ح(س)
٠	٠,٢٠٥٩	٠,٢٠٥٩
١	٠,٥٤٩٠	٠,٣٤٣١
٢	٠,٨١٥٩	٠,٢٦٦٩
٣	٠,٩٤٤٤	٠,١٢٨٥
٤	٠,٩٨٧٣	٠,٠٤٢٩
٥	٠,٩٩٧٨	٠,٠١٠٥
٦	٠,٩٩٩٧	٠,٠٠١٩
٧	١	٠,٠٠٠٣

$$٠,١٢٨٥ = \text{ح}(س=٣) - ٢$$

$$\text{ح}(س \geq ٤) = ٠,٩٨٧٣$$

$$\text{ح}(س \leq ٥) = ١ - \text{ح}(س \geq ٤) = ١ - ٠,٩٨٧٣ = ٠,٠١٣$$

الفصل ٢٣

توزيع المعاينة

Sampling Distribution

١-٢٣ الأهمية

٢-٢٣ طرق الحصول على توزيع المعاينة

١-٢-٢٣ العصر النظري الشامل

٢-٢-٢٣ النظريات الإحصائية

٢٣-٢-٣ التجربة

الفصل الثالث والعشرون

توزيع المعاينة

Sampling Distribution

١-٢٣ الأهمية

توزيع المعاينة لإحصاء معين هو توزيع احتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء الناتجة من كل العينات الممكن سحبها من ذات الحجم وبنفس طريقة المعاينة .

وبعد توزيع المعاينة الأساس النهائي في عملية الاستقراء ، فمن هذا التوزيع يمكن الوصول للنتائج وقياس دقتها والتحكم فيها وبدون تحديد هذا التوزيع لا يمكن تنفيذ عملية الاستقراء الإحصائي ، وفيما يلي مزيد من الإيضاح .

الاستقراء الإحصائي عملية يتم بموجبها وصف المجتمع باستخدام عينة منه ولتحقيق هذا الغرض يشترط - كما سبق أن أوضحنا - أن تكون المعاينة عشوائية . غير إن عملية الحكم على المجتمع باستخدام جزء منه يثير تساؤلات هامة ، خاصة و أن العينات البديلة التي يمكن سحبها يصل عددها إلى أرقام هائلة.

أن تقييم نتائج العينة والحكم على دقتها يتم في ضوء مقارنتها بالمجموعة التي تنتمي إليها ، وهي نتائج العينات الأخرى البديلة الممكن

سحبها ، و هذا ما يسمى توزيع المعاينة . و يعرف توزيع المعاينة لإحصاء¹ ما بأنه توزيع احتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء و التي نحصل عليها إذا ما تصورنا سحب كل العينات الممكنة ، من ذات الحجم و بنفس طريقة المعاينة.

و يعد توزيع المعاينة الأساس لعمليات الاستقراء كلها ، فهو الذي يمكن من تحقيق ما يلي :

- (١) تقدير خواص المجتمع (التعميم).
- (٢) اختبار الفروض حول هذه الخواص .
- (٣) حساب دقة النتائج التي يتم التوصل إليها .
- (٤) التحكم في هذه الدقة لتحقيق ما نسعى إليه .

٢٣-٢ طرق الحصول على توزيع المعاينة:

توجد عدة طرق تمكن من تحديد توزيع المعاينة و هي :

- (١) الحصر النظري الشامل .
- (٢) النظريات الإحصائية .
- (٣) التجربة .

1 أى مؤشر محسوب من العينة يسمى إحصاء

٢٣-٢-١ الحصر النظري الشامل

إن طريقة الحصر الشامل للحصول على توزيع المعاينة . ليست بالأمر اليسير وهي غير عملية بل و مستحيلة في كثير من الحالات^٢.

٢٣-٢-٢ النظريات الإحصائية :

نعرض هنا لحالة معينة كمثال ،وهي حالة معاينة عشوائية بسيطة ، حجم العينة n مسحوبة من مجتمع حجمه N ومتوسطه الحسابي \bar{x} و تباينه σ^2 . وفيما يلي النظريات الخاصة بتوزيع المعاينة :

$$(1) \quad \bar{x} = \bar{x} - \sigma^2 \quad (1-23)$$

أي ان متوسط المتوسطات يساوي المتوسط العام

$$(1) \quad \bar{x} - \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2-23)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

$$(2-23) \quad \bar{x} - \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{N} \frac{(N-1)}{(N-1)}$$

2 راجع الإحصاء والاستقراء ، الجزء الأول ، أسس الاستقراء ، للمؤلف ، ص ١٢٥ وما بعدها

في حالة السحب بدون الإرجاع

و يسمى المقدار التالي :

$$\frac{(n - 1)}{(n - 1)}$$

(٢٣-٤)

تصحیح المجتمع المحدود (ت . م . م)

هذا المقدار يمكن إهماله اذا كان كسر المعاينة n/N صغيرا (> 0.1)
و يعني ذلك أيضا انه يمكن إهماله اذا كان المجتمع كبيرا بدرجة غير محدودة
و يسمى الانحراف المعياري للمتوسط σ - الخطاء المعياري Standard
error

(٣) توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يتبع التوزيع الطبيعي اذا ماكان المجتمع
الأصلي كذلك .

(٤) نظرية النهاية المركزية Central limit theorem :

مهما كان شكل توزيع المجتمع الأصلي فإن توزيع المعاينة للمتوسط
الحسابي يوؤل الى التوزيع الطبيعي تدريجيا مع زيادة حجم العينة . ويكفى
لذلك أن يصل حجم العينة إلى ٣٠ .

وتعتبر نظرية النهاية المركزية من أهم النظريات الإحصائية .

تطبيق (٢٢-١):

مجتمع كبير متوسطه ٧٥ وانحرافه المعياري ١٣ ، سحبت عينة عشوائية بسيطة حجمها ٥١ والمطلوب

(١) احتمال ان يكون متوسط العينة أصغر من ٧٨

(٢) احتمال ان لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بأكثر من ٤ %

الحل:

توزيع المعاينة طبيعي متوسطه $\mu = 75$ وانحرافه المعياري

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n} = 13 / \sqrt{51} = 1.82$$

$$1 - P(\bar{x} > 78) = P(\bar{x} < 78) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} < \frac{78 - 75}{1.82}\right)$$

$$= P(Z < 1.65) = 0.95$$

$$2 - 75 \times 4\% = 3$$

$$= P(72 < \bar{x} < 78) = P\left(\frac{72 - 75}{1.82} < Z < \frac{78 - 75}{1.82}\right)$$

$$= P(-1.65 < Z < 1.65) = 0.90$$

$$= P(1.65 < Z < 1.65) = 0$$

$$= \text{ح (س} > 1,65) - \text{ح (س} > 1,65) =$$

$$= 0,95 - [1 - \text{ح (س} > 1,65)] =$$

$$= 0,95 + 1 - 0,95 = 0,9$$

تطبيق (٢-٢٢):

بفرض ان البيانات كما في التطبيق السابق . أوجد الحدود المركزية التي يقع بينها ٩٠ % من قيم المتوسط الحسابي للعينة .

الحل:

$$\text{عند } d = 0,95 \text{ نجد ان } s = 1,65$$

$$(s - s)$$

$$= s$$

$$(s / \sqrt{n})$$

$$s = 1,65 - s - 75 / 1,82$$

$$78 = s - \text{أى أن } s =$$

وهذا هو الحد الأعلى . و بالمثل نحصل على الحد الأدنى :

$$s = 1,65 - s - 75 / 1,82$$

$$s = 72$$

٢٣-٢-٣ التجربة:

هناك حالات معاينة يصعب فيها أو يستحيل إيجاد توزيع المعاينة سواء بالحصص الشامل أو باستخدام النظريات الإحصائية ، و ذلك للعديد من الأسباب منها ما سبق ذكره . و في مثل هذه الحالات يتم الحصول على توزيع المعاينة عن طريق التجربة ، و ذلك بسحب عد من العينات من المجتمع حسب تصميم المعاينة المقرر ، و يتم إعداد توزيع تكراري نسبي بنتائج الإحصاء محل الدراسة ، و يمثل ذلك توزيع المعاينة المطلوب.

الباب الثاني

منطق الإستقراء

Logic of Induction

الفصل ٣٤ الإستقراء الإحصائي Statistical Induction
الفصل ٣٥ منطق التقدير Logic of Estimation
الفصل ٣٦ منطق إختبارات الفروض Hypothesis Testing

فصل ٣٤

الاستقراء الإحصائي

Statistical Induction

١-٣٤ مناهج البحث المنطقية

٢-٣٤ دواعي الاستقراء

٣-٣٤ دقة النتائج

٤-٣٤ مناهج الاستقراء الإحصائي

١-٤-٣٤ المنهج الكلاسيكي (Classical approach)

٢-٤-٣٤ المنهج البيزياني (Bayesian approach)

٣-٤-٣٤ مناهج أخرى

الفصل الرابع والعشرون

الاستقراء الإحصائي

Statistical Induction

إن العمل العلمي أيا كانت طبيعته والغرض منه : بحثا علميا أو كشفًا للحقائق أوحلا للمشاكل أو .. يستلزم إتباع قواعد منهجية . هذه القواعد المنهجية يمكن تصورها كشجرة في الحقل جذورها **المنطق** وهو المصدر الأساسي للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الاستدلال والمعرفة الصحيحة .

٢٤-١ مناهج البحث المنطقية

يحدد المنطق منهجان للمعرفة الصحيحة، الأول منهج الاستنباط والثاني الاستقراء .

الاستنباط (Deduction)

في منهج الاستنباط نبدأ بالمقدمات باعتبارها مسلمات ومع استخدام قواعد الاستدلال الصحيحة (دون إجراء تجربة) نصل إلى نتيجة . هذه النتيجة تعد صحيحة طالما كانت المسلمات صحيحة . ويمكن اعتبار بداية الاستنباط كمنهج للمعرفة مع أرسطو (٣٨٤-٣٢٢ ق.م)

وفيما يلي أمثلة لبعض المعارف التي يتم التوصل إليها باستخدام منهج الاستنباط .

— مساحة المربع = (طول الضلع)^٢
هذه النتيجة تم التوصل إليها من من المسلمات (مقدمات) المتضمنة في تعريف
المربع [هو شكل رباعي أضلاعه متساوية وزواياه قوائم]
— مساحة الدائرة = $(\pi / 4) \times$ مربع نصف القطر

الاستقراء (Induction)

في هذا المنهج نبدأ من حالات جزئية ، وننتقل منها باستخدام قواعد
الاستدلال الصحيحة ، إلى نتيجة تتعلق بمجموعة أكبر منها .

والاستقراء الإحصائي (Statistical Inference, Inductive Statistics) هو وصف للكل من خلال الجزء وبلغه الإحصاء هو وصف
للمجتمع من خلال عينة . وقد تطور هذا المنهج بصورة فعالة منذ فرنسيس
بيكون (١٥٦١-١٦٢٦ م) أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الاستنباط الأرسطى
، وقد تطور هذا المنهج بتطور علم الإحصاء وعلم الاحتمالات . وقد ساهم
منهج الاستقراء فى تطور المعرفة العلمية بالمعدلات الفلكية التى نشهدها، وهو
يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين والمعارف
وحل المشاكل في العلوم غير الرياضية ، وهى علوم الحياة ، الطب، الزراعة،
العلوم الاجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

المنهج الفرضى الاستنباطى Hypothetico deductive method

تطور هذا المنهج من استثمار كلا المنهجين ، فالاستقراء يمدنا بفروض

مستمدة من الواقع ، وبالإستنباط يمكن إستبعاد أية فروض تكون غير صادقة ، كما يؤدى إلى الكشف عن نتائج جديدة ، ومع العودة ثانية لمنهج الإستقراء يمكن إختبار صحة هذه النتائج الجديدة بإعتبارها فروض جديدة وتأكيدا أو رفضها ؛ ويعد ذلك أساس **المنهج العلمى** ، بإعتباره يبدأ بالحقائق وينتهى بالحقائق .

٢-٢٤ دواعي الاستقراء

يمكن عرضها فى ثلاث دواعى رئيسية :

- أولا : الكثير من المعارف يصعب أو يستحيل التوصل إليها عن طريق الإستنباط ، لعدم إحكام السيطرة على المقدمات ، ويلزم الإستعانة بمنهج الإستقراء الإحصائي ، وفيما يلي بعض الأمثلة :
- نسبة الأمية فى المجتمع ، نسبة الفقراء ، نسبة المدخنين ، نسبة الموافقون على شئ معين .
 - معدل البطالة ، معدل الجريمة ، معدل سقوط المطر ، معدل إنتشار المرض .
 - متوسط الأجر ، متوسط دخل الأسرة ، إنتاجية الفدان ، نسبة الذكاء .
 - التفاوت (النشتت) بين الدخول ، بين الذكاء ، بين القدرات الأخرى .
 - الارتباط بين الإنحراف ومستوى المعيشة ، الارتباط بين الدخل والتعليم ، الارتباط بين الأجر والإنتاج ، الارتباط بين التدريب والإنتاجية .
 - تقدير حجم السكان ، تقدير حجم الإستهلاك ، تقدير الإحتياجات .
- ثانيا : يستخدم الإستقراء كذلك للتحقق من صحة النتائج التي يتم التوصل إليها عن طريق منهج الإستنباط ، فعلى الرغم من أن النتائج التي يتم التوصل إليها

عن طريق هذا المنهج تعد صحيحة ، فإن ذلك مرهون بصحة المسلمات التي يتم الإعتماد عليها . ويثار دائماً الشك في صحة هذه المسلمات وأيضاً في كفايتها ، ونورد بعض الأمثلة :

١- نسبة الذكور عند الولادة تساوي نسبة الإناث .

٢- حجم السكان ، يمكن التوصل إليه عن طريق الإستنباط ، بإستخدام المعادلة التالية :

حجم السكان = الحجم في تعداد سابق + المواليد - الوفيات + الهجرة الداخلية - الهجرة الخارجية .

غير أن الحكم الذي يتم التوصل إليه يكون صحيحاً فقط في حالة تسليمنا بأن البنود (المقدمات) كلها صحيحة ، ولا يوجد ضمان لذلك . فقد يكون حجم التعداد السابق مشكوكاً فيه ، كما أن التسجيلات الخاصة بالإحصاءات الحيوية قد لا تكون كاملة .

ثالثاً : إن إستخدام العينات فى جمع البيانات أصبح شيئاً حتمياً يفرضه المنطق والإعتبارات الإقتصادية والعملية ، وهذا يستلزم الإستقراء الإحصائى .

١- التكاليف والإمكانات:

إن فحص وحدات المجتمع كلها يكلف الكثير من الجهد والمال، كما أنه يتطلب الإستعانة بعدد كبير من المساعدين .

٢- السرعة فى إظهار النتائج:

إن السرعة مطلوبة بصفة عامة فى إنجاز الأعمال ، مما يفرض ضرورة إستخدام العينات ، وفيما يلى بعض الأمثلة :

— إستطلاع رأى العام بخصوص تقييم برامج التلفزيون والإذاعة

- والصحافة ، أو بـخصوص قضية من القضايا .
- الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .
- ٣- صعوبة أو إستحالة فحص المجتمع بالكامل:
- بسبب كبر حجمه :
- كما فى حالة تقدير الثروة السمكية أو الحشرات فى مجتمع معين .
- الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .
- عدم إمكان تحديد المجتمع :
- كما فى علم الوراثة مثلاً ، عند دراسة إنتقال الصفات من الآباء للأبناء
- وعند تصميم التجارب يتم تجربة الأدوية على عينة فقط من الحيوانات أو البشر .
- حالات كثيرة يكون المجتمع فيها متغيراً كما فى دراسة حالة المرضى ، المنحرفين ، والمسجونين ، أو العملاء بسوق معين .
- الفحص قد يكون متلفاً لوحدات المعاينة :
- كما فى حالة فحص وتحليل الأطعمة والأدوية والمفرقات والقنابل .
- الفحص قد يكون مؤدياً لوحدات المعاينة :
- مثال ذلك فحص دم المريض والتجارب الأولية للأدوية على الإنسان أو الحيوان .
- والأذى قد يمس المشاعر كما فى حالة البحوث التى تجرى على المنحرفين والشواذ والمرضى وحالات الطلاق .
- البيانات والتسجيلات التاريخية قد لا تكون كاملة :
- ٤- كل مجتمع يمكن النظر إليه على أنه عينه من مجتمع أكبر منه وكذا

إعتباره عينة من حيث الزمان .

٢٤-٣ دقة النتائج

يقدم لنا الإستقراء الإحصائي تعميمات بصورة عامة وهي بمثابة قوانين أو نظريات أو فروض تبعاً لتوفر الشروط والمتطلبات اللازمة . ويقدم لنا الإستقراء الإحصائي كذلك درجة الدقة في هذه النتائج ، كما ينير لنا الطريق لكي نتحكم في هذه الدقة . إن السبيل إلى ذلك يتوقف على الكثير من العوامل أهمها تصميم البحث وطريقة المعاينة ، كما يعتمد بدرجة كبيرة على حجم العينة.

قياس الدقة:

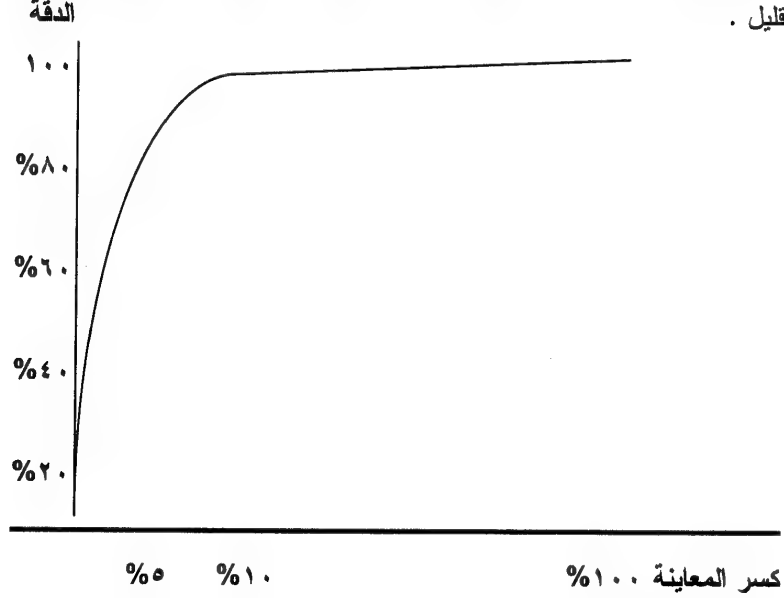
ويختلف قياس دقة الإستقراء في التقدير عنه في إختبارات الفروض ، ففي مشاكل التقدير ، يكون الهدف هو تقليل فترة الثقة وأن يكون ذلك بدرجة ثقة أو بإحتمال كبير ، أما في إختبارات الفروض فإن الهدف يكون نحو تقليل الأخطاء المتعلقة بإصدار القرار .

حجم العينة:

بخصوص حجم العينة يوجد طريقتان ، الأولى طريقة المعاينة التتابعية (Sequential Sampling) (والد ١٩٤٣ (Wald) لا يتم تحديد حجم العينة في البداية ، بل يتم سحب الوحدات تدريجياً ويتم تطبيق إختبار إحصائي في كل مرة ، وتحدد نتيجة الإختبار قراراً إما بالتوقف وإعلان نتيجة البحث أو سحب

وحدات أخرى إضافية .

والطريقة الثانية ، الكلاسيكية ، وهي الأكثر شيوعاً تقضي بتحديد حجم العينة منذ البداية وقبل سحبها . ومهما تكن الطريقة فإن تحديد حجم العينة يعد قراراً منطقياً يستند إلى إعتبارات إقتصادية بدرجة كبيرة ، ويمكن توضيح ذلك في الشكل التالي وهو يعرض العلاقة بين الدقة وكسر المعاينة . وهو يوضح إمكان تحقيق مستوى دقة كبيرة بسحب جزء قليل من المجتمع أي كسر معاينة قليل .



تحديد حجم العينة:

إن تحديد حجم العينة يعد خطوة هامة وأساسية ، وفي هذا الصدد

نوضح ما يلي:

- ١ - يجب أن تكون المعاينة عشوائية ، حتى يمكن تدبير نموذج رياضي يمكن من توفير صيغة أو قاعدة معينة لتحديد حجم العينة.
- ٢ - لا توجد قاعدة أو صيغة واحدة يمكن بها تحديد حجم العينة بصفة عامة.
- ٣ - إن تحديد نسبة معينة من حجم المجتمع ، ١٠ % مثلاً لا يعد كافياً بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث.
- ٤ - إن تحديد رقم معين لحجم العينة كان يقال ٥٠ وحدة مثلاً ، لا يعد كافياً بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث.
- ٥ - كلما زاد حجم العينة زادت دقة النتائج ، غير أن معدل الزيادة ليس ثابتاً.
- ٦ - إن تحديد حجم العينة يتطلب إمكان إعداد نموذج رياضي يجمع المتغيرات والأهداف والمتطلبات والعوامل المؤثرة ، وأن تكون الصياغة الرياضية للنموذج ملائمة للتحليل الرياضي.
- ٧ - يوجد عدد كبير من العوامل - يؤثر على تحديد حجم العينة ، نعرضها فيما يلي.

العوامل المؤثرة على حجم العينة:

- أ - الهدف من البحث :
- ١ - الهدف من البحث ، هل هو تقدير أو إختبار لغرض حول معالم أو خواص المجتمع.
- ٢ - عدد المعالم أو الخواص محل الإستقراء.

- ٣ - عدد أقسام المجتمع (Subdivisions) المطلوب وصفها ، حيث يتطلب ذلك زيادة حجم العينة لتغطية كل قسم بقدر كاف من الوحدات.
- ٤ - عدد المتغيرات ، فقد يكون موضوع البحث متغير واحد ، متغيران ، عدة متغيرات.
- ٥ - مستوى الدقة المطلوب في النتائج.

ب- خواص المجتمع محل البحث:

- ١ - حجم المجتمع ، وحجم كل طبقة من طبقاته أو أقسامه.
- ٢ - شكل التوزيع في المجتمع ، من حيث التماثل ، عدد القمم ، التبعية لتوزيع احتمالي معين كالتوزيع الطبيعي مثلاً .
- ٣ - التجانس بين الوحدات .

ج- تصميم البحث:

إن تصميم المعاينة أو تصميم التجربة ، يؤثر بدرجة كبيرة على حجم العينة ، ممثلاً سحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع ، يتطلب غالباً حجم عينة أكثر منه في حالة سحب عينة طبقية ، لتحقيق نفس الدقة.

د - القيود المفروضة على التنفيذ:

- ١ - التكلفة ، سواء لتنفيذ عملية المعاينة أو لثلف الوحدات محل الفحص.
- ٢ - الوقت المسموح به لجمع البيانات.
- ٣ - الإمكانيات المتاحة ، كعدد الباحثين المساعدين في جمع البيانات ، والوسائل الآلية المستخدمة.

٤ - الإعتبارات الأخلاقية ، تتطلب تخفيض حجم العينة لتقليل الأضرار التي تتعرض لها الوحدات محل البحث ، كما في التجارب التي تجرى على الإنسان ، وعلى الحيوان ، حيث تقضي الموائيق الدولية بتخفيض حجم العينة إلى أقل حد ممكن يسمح بالتوصل إلى نتائج دقيقة.

٢٤-٤ مناهج الاستقراء الإحصائي:

يوجد عدة مناهج للإستقراء الإحصائي ، وليس هناك إتفاق تام بين الإحصائيين والفلاسفة على منهج محدد . على أن الإختلافات بين هذه المناهج لا ترجع إلى إختلافات في تفسير القضايا الإحتمالية ، ولكن بسبب إختلاف الفكر في المدارس المختلفة ، وعلى طبيعة المشكلة . توجد مناهج متعددة مطروحة^١ ، غير أن يمكن القول بوجود منهجان قائدان يشيع إستخدامهما ، المنهج الكلاسيكي ، والمنهج البيزياني . ويعد المنهج الأول هو الأكثر إستخداما، وهو المعروف في هذا الكتاب .

٢٤-٤-١ المنهج الكلاسيكي (Classical approach)

تم تقديمه وتطويره بواسطة علماء الإحصاء (نيمن (J. Neyman . بيرسون (J. Pearson .) ، فيشر (R. Fisher .)) منذ عام ١٩٣٠ . ويعتمد هذا المنهج على المعلومات المتاحة من العينة فقط ، ويسمى بالمنهج التكراري نظراً لأن الإحتمال يطبق ويفسر تبعاً لمفهوم التكرار النسبي .

1 راجع الإحصاء والاستقراء ، ج٢ ، منطق الإستقراء ، للمؤلف ص ٢٠ وما بعدها

٢٤-٤-٢ المنهج البيزياني (Bayesian approach)

وهذا المنهج تم تقديمه وتطويره بجهود كل من جفريز (Jeffreys) ورمزي (Ramsey) وديفتي (Definetti) وجود (Good) وسافج (Savage) ولندلي (Lindley) . وآخرون . وهذا المنهج أسس معتمداً على نظرية بيز (Bayes) والتي قدمها عام ١٧٦٣ غير أن المنهج ظهر بعدها متأخراً بحوالي ٢٠٠ عام . ويتميز هذا المنهج بكونه يعتمد على دليلين ، دليل تصوري أو إعتقادي ودليل أمبريقي .

أ - الدليل التصوري (Conceptual evidence)

وذلك يكون في صورة توزيع قبلي (Prior distribution) لمعلم أو معالم المجتمع (Parameters) . ويتم تكوين هذا التوزيع إستناداً إلى الإحتمالات الذاتية (Subiective Probabilities) والتي تقيس درجة الإعتقاد في قيمه أو قيم المعالم المجهولة . أي أنه في هذا المنهج ينظر إلى معلم المجتمع على أنه متغير عشوائي وله توزيع قبلي معلوم (أي معلوم قبل سحب العينة) .

ب - الدليل الإمبريقي (Empirical evidence)

ويكون ذلك ممثلاً في معلومات العينة . وذلك يعد دليلاً موضوعياً (Objective) .

ومن هذين الدليلين ، الذاتي والموضوعي ، يتم تكوين ما يسمى التوزيع البعدي (Posterior distribution) لمعلم المجتمع . وهذا التوزيع يعد الأساس في الإستقراء .

٢٤-٤-٣ مناهج أخرى

هناك مناهج أخرى (١) للإستقراء مطروحة ، وهى فى جوهرها ترتبط بشكل أو بآخر بالمناهج المذكورة أعلاه ، وأهم هذه المناهج :

١ - الإستقراء التقوي (Fiducial inference)

قدمه عالم الإحصاء فيشر (Fisher) عام ١٩٣٥ .

٢ - (Likelihood inference)

وقد أسهم فيه العلماء بارنارد (Barnard, G. A .) فى ١٩٤٩ والعالم بيرنبوم

(Birnbaum, A .) فى ١٩٦٢ .

٣ - (Plausibility inference)

تم تقديمه فى ١٩٧٦ بواسطة بارندورف نيلسن (Barndorff-Nielsen) .

٤ - (Structural inference)

تم تقديمه عام ١٩٦٨ بواسطة العالم فرازر (Fraser) .

٥ - (Pivotal inference)

تم تقديمه عام ١٩٨٠ بواسطة العالم بارنارد (Barnard, G. A .) .

فصل ٢٥

منطق التقدير

Logic of Estimation

١-٢٥ تقدير قيمة

١-١-٢٥ الأهمية

٢-١-٢٥ منطق التقدير بقيمة

٣-١-٢٥ صفات المقدر الجيد

٢-١-٢٥ نماذج للمقدرات

٢-٢٥ تقدير فترة

١-٢-٢٥ الأهمية

٢-٢-٢٥ تقدير متوسط المجتمع

٣-٢-٢٥ تحديد حجم العينة

الفصل الخامس والعشرون

منطق التقدير

Logic of Estimation

يتم تقدير معلم المجتمع باستخدام ما يسمى المقدر (Estimator) وهو إحصاء Statistic بمعنى أن قيمته تحسب من بيانات العينة ، وعند تطبيقه في حالة معينة يمدنا بما يسمى تقدير (Estimate) لمعلم المجتمع . ويوجد نوعان من أساليب التقدير ، أحدهما تقدير قيمة ، والآخر تقدير فترة . ونعرض في هذا الفصل لكلا هذين الأسلوبين مع عرض بعض التطبيقات العملية ، ثم عرض نموذج لتحديد حجم العينة في هذا الصدد .

٢٥-١ تقدير قيمة Point Estimation

٢٥-١-١ الأهمية

التقدير بقيمة هو تقدير لمعلم أو معالم المجتمع بقيمة وحيدة . وتأتي أهميته في أنه يعد أفضل تقدير لمعلم المجتمع ، كما أنه يعد الأساس في عمليات الإستقراء الأخرى (التقدير بفترة Interval estimation ، وإختبارات الفروض) .

إن تقدير قيمة لمعلم المجتمع يتم تكوينه بطرق منطقية متعددة ، ويعتبر مقدر الفرصة الكبرى Maximum Likelihood estimator والذي قدمه عالم الإحصاء فيشر عام ١٩٢١ (Fisher) أكثر الطرق إستخداماً لتكوين

المقدرات ، حيث يتمتع بالكثير من الصفات المرغوب فيها . وتقوم هذه الطريقة على إختيار ذلك المقدّر الذي يعظم (Maximize) إحتمال الحصول على نفس النتائج .

٢٥-١-٢ منطق التقدير بقيمه

توجد عدة طرق لإنشاء المقدّر، كل منها لها منطقها الخاص، وأهمها :

- ١ - مقدّر الفرصة الكبرى (Maximum Likelihood estimator) .
- ٢ - أقل تباين (Minimum variance) .
- ٣ - المربعات الصغرى (Least squares) .
- ٤ - العزوم (Moments) .
- ٥ - أقل كا^٢ (Minimun chi-Squares) .

ويعتبر مقدّر الفرصة الكبرى والذي قدمه عالم الإحصاء فيشر عام ١٩٢١ (Fisher) أكثر الطرق إستخداماً لتكوين المقدرات ، حيث يتمتع بالكثير من الصفات المرغوب فيها . وتقوم هذه الطريقة على إختيار ذلك المقدّر الذي يعظم (Maximize) إحتمال الحصول على نفس النتائج .

٢٥-١-٣ صفات المقدّر الجيد

يوجد عدد من الصفات يكون من المرغوب توفرها في المقدّر بقيمه ونعرض فيما يلي أهمها :

- ١ - عدم التحيز (Unbiasedness)
يقال للمقدّر أنه غير متحيز لمعلم المجتمع إذا كان متوسط تقديراته المحسوبة من كل العينات الممكن سحبها يساوي قيمة معلم المجتمع .

٢ - الإتساق (Consistency)

يقال للمقدر أنه متسق إذا كانت قيمته تؤول إلى القيمة الحقيقية لمعلم المجتمع بزيادة حجم العينة .

٣ - الكفاءة (Efficiency)

يقال لمقدر أنه أكفأ من آخر إذا كان تباينه أقل منه .

٤ - الكفاية (Sufficiency)

يقال للمقدر أنه كاف إذا استخدم كل المعلومات المتاحة بالعينة والمتعلقة بمعلم المجتمع .

٥ - الإعتبارات العملية (Practicability)

يفضل أن يكون المقدر ملائماً للإعتبارات العملية كأن يكون من السهل حسابه وأن يكون له توزيع معاينة^١ سهل التعامل معه .

من الناحية الأخرى فإنه ليس من المتوقع أن يمدنا التقدير بقيمة برقم يساوى معلم المجتمع ، كما أنه لا يمدنا بوسيلة لتقييم الثبات أو الثقة أو الدقة في التقدير كما أنه لا يمكن من التحكم في هذه الدقة إلى المدى الملائم الذي نرغبه .

٢٥-١-٤ نماذج للمقدرات

فيما يلي بعض النماذج للمقدرات بقيمه والتي تعتبر أفضل تقدير لمعلم المجتمع من حيث توفر الصفات المرغوب فيها ، وهي تبين أن صيغة المقدر

١ راجع القسم ٢١-٦

ليست مماثلة لصيغة معلم المجتمع في كل الحالات :

أ - المتوسط الحسابي

$$\text{معلمة المجتمع} = \frac{\sum \text{مـجـس}}{ن}$$

$$\text{المقدر: } \bar{s} = \frac{\sum \text{مـجـس}}{ن} \text{ في المعاينة العشوائية البسيطة (١-٢٥)}$$

أما في المعاينة الطبقية^١ يستخدم المقدر

$$\bar{s} = \frac{\sum \text{مـجـسـ} \cdot \text{نـ}}{\sum \text{مـجـنـ}} \quad (٢-٢٥)$$

حيث \bar{s} متوسط العينة للطبقة هـ ، نـ حجم الطبقة هـ

ب - التباين

$$\text{معلم المجتمع: } \sigma^2 = \frac{1}{ن} [\sum \text{مـجـس}^2 - \frac{(\sum \text{مـجـس})^2}{ن}]$$

وفي حالة المعاينة العشوائية البسيطة يستخدم المقدر :

1 القسم ٤-٤

$$ع^2 = \frac{1}{1-n} [مجس^2 - \frac{(مجس)^2}{n}] \quad (3-25)$$

ج - النسبة : لخاصية معينة

$$\frac{أ}{ن} = \text{معلم المجتمع : ق}$$

حيث (أ) عدد الحالات التي تحمل الخاصية

والمقدر في حالة المعاينة العشوائية البسيطة

$$ق = \frac{أ}{ن} \quad (4-25)$$

وفي حالة المعاينة الطبقية يستخدم المقدر :

$$ق = \frac{\text{مجم ق ن د}}{\text{مجم ن د}} \quad (5-25)$$

حيث ق د النسبة في العينة للطبقة هـ

تطبيق (١-٢٥)

في دراسة عن العمالة في إحدى الصناعات تم سحب عينة عشوائية وسجلت

أجورهم وهي الموضحة أدناه ، والمطلوب تقدير بقيمة لتباين المجتمع ٣٣ ،

٢٧ ، ٢٨ ، ٣٤ ، ٢٩ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦ .

الحل:

$$20 = \frac{1}{1-n} \left[\frac{(مجس) 2}{n} - 2 \right]$$

$$13,5 = \frac{1}{8} \left[\frac{(279)}{9} - 8757 \right]$$

تطبيق (٢٠-٢٥):

في عملية الجرد السنوي للخامات في إحدى شركات النسيج قام أحد المحاسبين بسحب عينة طبقية من المجتمع الموضح أدناه وكان متوسط وزن الصندوق في الطبقات كما يلي على الترتيب ٨٨ ، ٩٠ ، ٨٦ ، ٨٤ . والمطلوب تقدير متوسط المجتمع ؟

حجم الطبقة	الطبقة
٣٠٠٠	مخزن الوارد
٩٠٠٠	المخزن الرئيسي
٢٠٠٠	المخزن الفرعي
١٠٠٠	مخزن قسم الإنتاج
١٥٠٠٠	

الحل:

$$\frac{\text{مجموع نـم}}{\text{مجموع نـم}} = \text{سـ}$$

$$= (١٠٠٠ \times ٨٤ + ٢٠٠٠ \times ٨٦ + ٩٠٠٠ \times ٩٠ + ٣٠٠٠ \times ٨٨) =$$

$$٨٨,٦٦٧ = ١٥٠٠٠ \div$$

٢-٣٥ تقدير فترة Interval Estimation

١-٢-٢٥ الأهمية

التقدير بفترة يعطينا مزايا لا يوفرها التقدير بقيمة ، فهو يمدنا بوسيلة للحكم على درجة الدقة في التقديرات التي نصل إليها كما أنه يمكن من التحكم في هذه الدقة إلى المدى المرغوب .

والتقدير بفترة يعطي تقديراً لمعلمه المجتمع (م) على الصورة :

$$\text{ح (ص ٢ < م < ص ١) = ث (٦ - ٢٥)}$$

حيث ص ١ الحد الأدنى للثقة

ص ٢ الحد الأعلى للثقة

ث درجة الثقة (أو مستوى الثقة أو معامل الثقة أو احتمال الثقة) وتسمى

الفترة (ص ٢ ، ص ١) فترة الثقة .

٢-٢-٢٥ تقدير متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي تقديراً لمتوسط المجتمع بافتراض أن تباين

المجتمع معلوم.

تحديد فترة الثقة:

تقرر النظريات الإحصائية^١ أن المتوسط الحسابي للعينة س- يتبع التوزيع الطبيعي (س-، σ- س-) بشروط معقولة يتيسر توفرها في كثير من الحالات . فإذا كان الأمر كذلك فإن المتغير :

$$\frac{\bar{S} - S}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{S} - S}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ، وعلى ذلك يكون^٢ (مثلاً) :

$$ح (١,٦٥ < \bar{S} - S < ١,٦٥) = ٠,٩٠$$

ومن ذلك

$$ح (١,٦٥ < \frac{\bar{S} - S}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < ١,٦٥) = ٠,٩٠$$

١ القسم ٢١-٦-٢

٢ من الجدول ٢ بالملحق

$$\text{أي أن : ح (} \sigma_{1,65} < \bar{s} - \sigma_{1,65} < \bar{s} - \sigma_{1,65}) = 0,90$$

$$\text{أي أن : ح (} \sigma_{1,65} + \bar{s} < \bar{s} < \sigma_{1,65} + \bar{s}) = 0,90$$

وبصفة عامة يمكن عرض الصيغة كما يلي :

$$\text{ح (} \sigma_{\text{ل} + \bar{s}} < \bar{s} < \sigma_{\text{ل} - \bar{s}}) = \text{ث (} \sigma_{\text{ل} - \bar{s}} < \bar{s} < \sigma_{\text{ل} + \bar{s}})$$

حيث ل معامل الثبات (Reliability Factor) ويمكن كتابة حدى الثقة على الصورة :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{s} \pm \sigma_{\text{ل}} \quad (8 - 25)$$

$$= \bar{s} \pm \sigma_{\text{خ}} \quad (9 - 25)$$

$$\text{حيث : } \sigma_{\text{خ}} = \sigma_{\text{ل}} \quad (10 - 25)$$

يمثل خطأ التقدير (الفرق بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة) .
علما بأن

$$\sigma^2 \text{ س } (n - n)$$

(١١-٢٥)

$$\sigma^2 \text{ س } = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$(n - 1)$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع

$$\sigma^2 \text{ س }$$

(١٢-٢٥)

$$\sigma^2 \text{ س } = \frac{\sigma^2}{n}$$

ن

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{n - n}{n - 1}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود في حالة

$$\text{ما إذا كان كسر المعاينة } \frac{n}{n} > 0.1$$

أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

تطبيق (٢٥-٣):

في دراسة عن أحوال العمالة المؤقتة ، قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية بسيطة من ٥١ عاملاً من عمال البناء وقد أظهرت أن متوسط الأجر الشهري ٧٥ جنيهاً . فإذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٣ ، قدر متوسط الأجر في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ %

الحل :

$$\sigma_s = 13 \quad n = 51 \quad s = -75 \quad t = 0.90$$

حدى الثقة = س - ± ل س -

وحيث أن المجتمع كبير (عمال البناء) نستخدم الصيغة (٢٥-١٢)
وحيث أن حجم العينة أكبر من ٣٠ ، يكون توزيع المعاينة * للمتوسط الحسابي هو التوزيع الطبيعي ، وبذلك يكون :

$$\text{حدى الثقة} = 75 \pm \left(\frac{13}{\sqrt{51}} \right) 1.65$$
$$= 75 \pm 3 = (72, 78)$$

تطبيق (٢٥-٤):

مجتمع انحرافه المعياري ١٥ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٥ والمطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل:

حدى الثقة = س - ± ل σ -

ونظراً لأن حجم العينة أكبر من ٣٠ نستخدم التوزيع الطبيعي ، وحيث أن السحب مع الإرجاع يكون :

$$\text{حدى الثقة} = ٥٥ \pm ١,٩٦ (١٥ / \sqrt{١٠٠})$$

$$= ٥٥ \pm ٢,٩٤$$

$$= (٥٧,٩ ، ٥٢,١)$$

تطبيق (٢٥-٥):

بفرض أن السحب في التطبيق السابق كان دون إرجاع الوحدات المسحوبة ، حجم المجتمع ٣٠٠ . المطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٩ %

الحل:

حدى الثقة = س - ± ل σ -

$$= ٥٥ \pm ٢,٥٨ (١٥ / \sqrt{٣٠٠ - ١٠٠})$$

باستخدام الصيغة (٢٢-١١)

$$= ٥٥ \pm ٣,١$$

$$= (٥٨,١ ، ٥١,٩)$$

تطبيق (٢٥-٦):

مجتمع حجمه ٣٠٠ وتباينه ٢٢٥ ، سحبت منه عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٥ . والمطلوب تقدير متوسط

المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل :

$$\text{حدود الثقة} = \bar{s} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \left(\frac{n - \sigma^2}{n - 1} \right)$$

$$= \bar{s} \pm 1,96 \frac{\sqrt{250}}{\sqrt{100}} \quad \left(\frac{100 - 300}{1 - 300} \right)$$

$$= \bar{s} \pm 1,96 (1,0) (0,818)$$

$$= 2,4 \pm 1,96$$

$$\text{الحد الأعلى} = 2,4 + 1,96 = 4,36$$

$$\text{الحد الأدنى} = 2,4 - 1,96 = 0,44$$

تطبيق (٧-٢٥):

مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي تباينه ٢٢٥ سحبته منه عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع حجمها ٢٥ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٢ . المطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

$$\text{الحل :} \quad \bar{s} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \left(\frac{n - \sigma^2}{n - 1} \right)$$

$$\text{حدى الثقة} = \bar{s} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= \bar{s} \pm 1,96 (3)$$

$$= 52 + 0,88$$

$$= (57,9 , 46,1)$$

تطبيق (٢٥-٨):

مجتمع حجمه ٣٠٠ وحدة وانحرافه المعياري ٤٠ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ١٣٠ قدر متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ % .

$$\begin{array}{c} \text{حدى الثقة} = \text{س} \pm \frac{\text{ل}}{\text{س}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{س} \pm \frac{\text{ل}}{\text{س}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{س} = \frac{\text{ل}}{\text{س}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{array}$$

$$= 130 \pm 1,64 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$= 130 \pm 0,4$$

$$= (130,4 , 124,6)$$

تطبيق (٢٥-٩):

في دراسة لتقدير متوسط فترة الإعارة في إحدى المجموعات المكتبية في إحدى المكتبات تم سحب عينة عشوائية بسيطة من سجل الإعارات ، وكانت الفترات كما يلي :

٢٣	١٧	١٨	٢٥	١٥
١٤	١٣	٩	٢٢	

والمطلوب تقدير متوسط فترة الإعارة للمجموعة المكتبية بدرجة ثقة ٩٠ % إذا علم أن فترة الإعارة تتبع التوزيع الطبيعي وتباين قدره ٢٥ .
الحل :

$$س = ١٧,٣$$

$$\text{حدى الثقة} = س \pm \text{ل} \text{ حـس}$$

$$\text{حـس} = \frac{\text{حـس}}{\text{ن}} = \frac{٥}{٩} = ١,٦٧ \text{ باعتبار أن}$$

المجتمع كبير (الإعارات)

$$\text{حدى الثقة} = س \pm \text{ل} \text{ حـس}$$

$$= ١٧,٣ \pm ١,٦٥ (١,٦٧)$$

$$= ١٧,٣ \pm ٢,٧$$

$$= (٢٠,٠ ، ١٤,٦)$$

تطبيق (٢٥-١٠):

إذا علم أن معدل الزواج فى الأسبوع فى إحدى القرى يتبع التوزيع الطبيعي بإنحراف معيارى قدره ٦ . قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية بسيطة من التسجيلات الأسبوعية ، وكانت كما يلى :

١٨	٣٣	٢٩	٣٢	٢٥	١٩
٣١	٣٤	٢٧	٣٦	٢٨	٢٢

والمطلوب تقدير متوسط معدل الزواج فى الأسبوع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل:

$$27,8 = \frac{334}{12} = \bar{x}$$

$$1,7 = \frac{6}{\sqrt{12}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma$$

حدى الثقة = $\bar{x} \pm L \sigma$

$$(1,7) \quad 1,96 \pm 27,8 =$$

$$3,3 \pm 27,8 =$$

$$(24,5, 31,1) =$$

٢٥-٢-٣ تحديد حجم العينة

نعرض فيما يلي نموذج لكيفية تحديد حجم العينة . وسنفترض حالة سحب عينة عشوائية بسيطة وأن المطلوب هو تقدير متوسط المجتمع علماً بأن تباين المجتمع (σ^2) معلوماً - والمطلوب هو تحديد حجم العينة بحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن قيمة معينة (خـ) وأن يكون ذلك بدرجة ثقة معينة (ث) .

بالرجوع إلى الصيغ الواردة بالقسم ٢٤ - ٢ - ٢

$$\text{حدى الثقة} = \bar{x} \pm \text{خـ}$$

$$= \bar{x} \pm \text{ل} \sigma_{\bar{x}}$$

(أ) بافتراض أن المجتمع كبير فإن :

$$\text{خـ} = \text{ل} \sigma_{\bar{x}}$$

$$\text{خـ} = \text{ل} \sigma_{\bar{x}} / \sqrt{n}$$

ومن هنا نحصل على حجم العينة

$$n = \left(\frac{\text{ل} \sigma}{\text{خـ}} \right)^2 \quad (٢٥-١٣)$$

حيث ل معامل الثبات يتم تحديده من جدول التوزيع الطبيعي إستناداً إلى قيمة ث .

وأحياناً يكون من المفضل عرض الخطأ كنسبة من المتوسط $\text{خـ} = \text{خـ} / \bar{x}$

ويمكن تحديد حجم العينة في هذه الحالة بالقسمة على س- في الصيغة أعلاه ،
لتصبح :

$$ن. = \frac{\sigma / \sigma_{س-}}{\frac{\sigma_{ل}}{\chi^2}} = \frac{\sigma_{ل}}{\chi^2} \quad (١٤-٢٥)$$

$$\text{حيث } \sigma = \sigma_{س-} \text{ (معامل الاختلاف) } \quad (١٥-٢٥)$$

(ب) حالة المجتمع المحدود

$$\frac{\sigma_{ل}}{\chi^2} = \frac{\sigma_{ل}}{\chi^2} \quad (١٦-٢٥)$$

ومن ذلك نحصل على

ن.

$$ن = \frac{1 + 0.1 \cdot \chi^2}{\chi^2} \quad (١٦-٢٥)$$

حيث ن ، تعرف كما ورد في الفقرة السابقة .

ومن الناحية العلمية نقوم أولاً بحساب ن . ونكتفي بها إذا كانت صغيرة بالنسبة
لحجم المجتمع ، تقريباً (ن . / ن) > ٠,١ وخلاف ذلك نكمل الحل بحساب

1 راجع القسم ١٠-٥

صيغة المجتمع المحدود (١٦-٢) .

تطبيق (١١-٢٥):

في دراسة لحساب تكلفة أحد المنتجات يريد أحد المحاسبين تقدير متوسط وقت الإنتاج بدرجة ثقة ٩٩% وبخطأ لا يتجاوز دقيقة واحدة. والمطلوب تقدير حجم العينة اللازم بافتراض أن الانحراف المعياري للمجتمع خمس دقائق.
الحل :

$$n = \left(\frac{\sigma_L}{x} \right)^2$$

$$160 = 1 / (5 \times 2,57)$$

تطبيق (١٢-٢٥):

بمناسبة الجرد السنوي في إحدى الشركات ، أراد أحد المحاسبين تقدير متوسط وزن العلبة لأحد الأصناف بنسبة خطأ لا تزيد عن ٣% وبدرجة ثقة ٩٥% ، والمطلوب تحديد حجم العينة إذا علم أن حجم المجتمع ٩٨٧٥ علبة ومعامل الاختلاف به قدره ٠,٨
الحل:

$$n = \left(\frac{\sigma_L}{x} \right)^2$$

$$2732 = 2 \left(\frac{0.8 \times 1.96}{0.03} \right) =$$

$$2732 \quad \text{ن.} \\ 0.1 < 0.28 = \frac{2732}{9875} = \frac{\quad}{\text{ن}}$$

ولذا يلزم حساب ن من الصيغة (٢٥-١٦)

$$2140 = \frac{2732}{\frac{2731 + 1}{9875}} =$$

تطبيق (٢٥-١٣):

مجتمع كبير معامل الاختلاف به ٠,١٧٣ يراد تقدير متوسطه بحد أقصى للخطأ قدره ٤% وبدرجة ثقة ٩٠% . كم يكون حجم العينة .

ل -σ

$$2 \left(\frac{\quad}{\quad} \right) = 0 \text{ ن}$$

خ -

$$0.173 * 1.65$$

$$51 = 2 \left(\frac{\quad}{0.04} \right) =$$

تطبيق (٢٥-١٤):

في دراسة لحساب تكلفة أحد المنتجات يريد أحد المحاسبين تقدير متوسط وقت الإنتاج بدرجة ثقة ٩٩% وبخطأ لا يتجاوز دقيقة واحدة . والمطلوب تقدير حجم العينة اللازم بافتراض أن الانحراف المعياري للمجتمع خمس دقائق .
الحل :

$$n = \left(\frac{L}{\sigma} \right)^2 = 0$$

$$= \left(\frac{5 * 2.07}{1} \right)^2 = 165$$

تطبيق (٢-١٤):

يريد أحد المهندسين تحديد متوسط طول المنتج بعد أقصى للخطأ قدرة ٤% وبدرجة ثقة قدرها ٩٨% . وبأرجوع للبيانات السابقة للإنتاج تبين أن معامل الاختلاف قدره ٠,٦ والمطلوب تحديد حجم العينة اللازم .
الحل :

$$n = \left(\frac{L}{\sigma} \right)^2 = 0$$

$$٠,٦ * ٢,٣٣$$

$$١٢٢٢ = ٢(\frac{\quad}{٠,٠٤}) =$$

تطبيق (١٥-٢٥):

في دراسة لتقييم نشاط المكتبات المدرسية في إحدى الدول تم سحب عينة عشوائية بسيطة من مجتمع المكتبات المدرسية والبالغ عدده ٣٠٠٠ مكتبة . كم يكون حجم العينة اللازم لتقدير متوسط عدد الطلاب المترددين على المكتبة في اليوم بفتره ثقة ٩٥% وبخطأ لا يتجاوز ثلاثة طلاب ، علماً بأن التباين هو ٨١ حسب تقدير دراسات سابقة .

الحل :

$$٣٤,٥٧٤ = ٢[\frac{(٩) (١,٩٦)}{٣}] = ٢[\frac{\sigma^2}{n}] = n .$$

$$٠,١ > ٠,٠١٢ = \frac{٣٥}{٣٠٠٠} = \frac{n}{n} =$$

لذا فإنه لا يلزم إجراء التعديل الخاص بالمجتمع المحدود .

تطبيق (١٦-٢٥):

أراد إحدى الباحثين معرفة متوسط المبالغ التي تنفقها الأسرة شهرياً على الأدوية والعلاج في مجتمع معين يحوي ألف أسرة . ما هو حجم العينة اللازم لتقدير حدود ثقة لذلك المتوسط باحتمال قدره ٩٥% وبخطأ لا يتجاوز

ثلاثة جنيهاً علماً بأن تقدير الانحراف المعياري هو ١٧ من دراسات
إستطلاعية .

الحل :

$$ن. = \left[\frac{(١٧) (١,٩٦)}{٣} \right] = ١٢٣,٣$$

$$ن. = \frac{١٢٣}{٠,١٢٣}$$

$$ن. = \frac{١٢٣}{\frac{١٢٢ + ١}{١٠٠٠}} = ١٠٩,٦$$

أى أن حجم العينة اللازم هو ١١٠ أسرة.

فصل ٣٦

منطق اختبارات الفروض

Hypothesis Testing

- ١-٣٦ أنواع الفروض
- ٢-٣٦ أنواع الاختبارات
- ٣-٣٦ منطق الاختبار الإحصائي
- ٤-٣٦ أخطاء الاختبار
- ١-٤-٣٦ خطأ الرفض
- ٢-٤-٣٦ خطأ القبول
- ٣-٤-٣٦ العلاقة بين الأخطاء
- ٤-٤-٣٦ تطبيقات إيضاحية
- ٥-٤-٣٦ المقاضلة بين الأخطاء
- ٦-٤-٣٦ المعالجات المنطقية
- ٥-٣٦ فعالية الاختبار
- ٦-٣٦ تفسير النتائج
- ٧-٣٦ خطوات الاختبار
- ٨-٣٦ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
- ٩-٣٦ تحديد حجم العينة

الفصل السادس والعشرون

منطق إختبارات الفروض

Logic of Hypothesis Testing

تطورت نظرية إختبارات الفروض منذ أوائل القرن العشرين بمعرفة علماء الإحصاء فيشر Fisher, R. ، بيرسون Pearson, E.S.، ونيمان J. Neyman. وتعد إختبارات الفروض الإحصائية الأساس في تكوين النظريات والقوانين والمعارف العلمية بصفة عامة في كافة العلوم غير الرياضية.

٢٦-١ أنواع الفروض Hypotheses

الفرض Hypothesis بالمعنى الواسع هو أي تقرير مؤقت أو محتمل في سبيل المعرفة العلمية . ويختبر الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الحقيقة .

أن نظرية إختبارات الفروض تحوي أنواع وتصنيفات مختلفة من الفروض نعرضها فيما يلي :

الفرض البحثي Research hypothesis

باعتبار أن الفرض يكون هدفا للباحث فإنه يطلق عليه الفرض البحثي Research وأحياناً يسمى الفرض المحرك Motivated أو الفرض التجريبي Experimental .

ونعرض فيما يلي صورتان لهذا الفرض البحثي :

الفرض العام General hypothesis

- إن الفرض البحثي في البداية غالباً يكون في صورة عامة ويوصف عندئذ بأنه فرض عام ، وفيما يلي بعض صورة :
- العلاج (أ) فعال في علاج المرض (د) .
 - الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة .
 - الماكينات في المصنع تعمل بصورة سليمة .
 - نسبة النجاح في الثانوية العامة تصل إلى ٧٠% .
 - نسبة البضاعة التالفة ١٢% .
 - الأرض كروية .
 - التدخين ضار بالصحة .
 - المتهم (أ) بري .
 - مياه الشرب نقية .
 - قيمة المخزون بالشركة ٨٠٠ ألف جنيه .

الفرض العامل Working

إن الفرض البحثي (العام) يكون في البداية غالباً في صورة غير محددة تماماً ، وهو بذلك غير قابل للاختبار Untestable ويمكن ملاحظة ذلك بالرجوع للأمثلة السابقة ، ولناخذ مثلاً الفرض : الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة.

فالأرباح الهامشية مفهوم غير محدد تماماً ؛ ويمكن تحديده ، مثلاً

باعتباره الفرق بين المبيعات والتكاليف المتغيرة . وبالمثل فإن تجارة التجزئة في حاجة إلى تعريف إجرائي يبين ما إذا كانت تجارة معينة تنتمي إلى تجارة التجزئة أو الجملة ، كما أن عبارة الأرباح مرتفعة تعد تقييماً ذاتياً ويلزم أن يكون التحديد موضوعياً كأن يقال مثلاً نسبة الربح أكثر من ٣٠% .

ويعني ذلك أنه يلزم لاختبار الفرض العام تحويله إلى ما يسمى **الفرض العامل** ، حيث تعرض المفاهيم بصورة واضحة ومحددة ويمكن قياسها .

ولنأخذ أيضاً الفرض : قيمة المخزون ٨٠٠ ألف جنيه ؛ وبافتراض أن مراجع الحسابات لا يمكنه التحقق من صحة كل الأرصدة بالمخازن ، فإنه لا يكون لديه طريقة مباشرة للتحقق من صحة رصيد المخزون أعلاه ، وعليه إعادة صياغة هذا الفرض في صورة فرض قابل للاختبار فإذا كان عدد الأصناف بالمخازن ٢٠٠٠ ، يكون متوسط قيمة الصنف الواحد ٤٠٠ جنيهاً فإنه يمكن صياغة فرض عامل كما يلي : س = ٤٠٠ جنيه .

الفرض المحدد والفرض الاحتمالي Probabilistic :

تقسيم الفروض البحثية حسب درجة التأكد إلى نوعين : محددة وإحتمالية . الفرض المحدد Deterministic يكون حول كل الوحدات محل البحث ، أي على الصورة كل (أ) تكون (ب) بعض الأمثلة :
كل العمال أكفاء
كل المرضى يشفون

كل جسم في الكون يتجاذب مع الأجسام الأخرى
مثل هذه الفروض يكون رفضها بمجرد ملاحظة حالة سلبية واحدة ولذا فإن
اختبارها لا يتم بالأساليب الإحصائية .
الفرض الاحتمالي Probabilistic يكون حول بعض الوحدات محل البحث أي
على الصورة : معظم (أ) تكون (ب)
أو لأي (أ) يوجد احتمال قدره س% أن يكون (ب) ومثلاً نسبة نجاح العملية
الجراحية (أ) هي ٨٠% .

الفرض الإحصائي Statistical

تعد الفروض الإحصائية مجموعة جزئية من الفروض الاحتمالية ،
وهي الفروض التي تختبر إحصائياً . ويمكن تعريف الفرض الإحصائي بأنه
تقرير حول مجتمع يختبر باستخدام عينة منه ، وهذا التقرير يتعلق بشكل
التوزيع Shape أو صيغته Form أو خاصية معينة مثل قيمة إحدى المعالم أو
أكثر .

وعلى سبيل الإيضاح ، قد يكون فرض الباحث هو أن مستوى الأجور
قد زاد عما كان في فترة سابقة واختبار ذلك نضعه في صورة فرض
إحصائي، وذلك بأن يتم التعبير عن مستوى الأجور بمقياس إحصائي كالمتوسط
الحسابي مثلاً ، أو باستخدام رقم قياسي معين ، ويمكن كتابة الفرض على
الصورة : س١ > س٢ حيث ترمز الأدلة ١ ، ٢ للفترتين السابقة والحالية على
الترتيب.

فرض العدم Null والفرض البديل:

بعد تحويل الفرض البحثي إلى صيغة الفرض الإحصائي ، فإنه يلزم - حسب الاعتبارات المنطقية - عرض هذا الأخير على هيئة فرضان متنافيان . الأول يسمى فرض العدم null (ويطلق عليه أيضاً الفرض الصفري) وغالباً يرمز له بالرمز ف٠ ، والثاني يسمى الفرض البديل Alternative . وغالباً يرمز له بالرمز ف١ . وبصفة عامة (١) يعتبر فرض البحث Research بعد إعادة عرضه ليلائم الاعتبارات الإحصائية ، هو الفرض البديل . ويسعى الباحث إلى تأييد هذا الفرض البديل عن طريق رفض فرض العدم . وبالرجوع للمثال الخاص بمستوى الأجر أعلاه يكون :

ف٠ س١ = س٢ (فرض العدم)

ف١ س١ > س٢ (الفرض البديل)

وفيما يلي بعض الملاحظات التي توضح أهمية فرض العدم .

(١) أن فرض العدم null هو افتراض إحصائي اخترع فكرته عالم الإحصاء فيشر Fisher ، وهو يعد من أجل الرفض حتى يتسنى تأييد الفرض البديل (هدف البحث) تمثيلاً مع قواعد المنطق .

(٢) صفة العدم المرفقة بالفرض ترجع إلى أنه يعد ليرفض باعتباره نقص للفرض البديل ، فهو أصلاً يعد ليعبر عن عدم وجود شيء مثلاً عدم وجود شيء مثلاً عدم وجود ارتباط ، عدم وجود تغير ، عدم وجود فرق ، عدم وجود نتيجة.

(٣) إن استخدام فكرة العدم للفرض ، تقدم صيغة ذات علاقة محددة ، وبذلك فإن الإحصاء الذي يصف العلاقة يمكن تعيينه وبالتالي تعيين توزيع

المعايينة المتعلق به ، وهذا الأخير كما نعلم هو الأساس في صنع القرار قبولاً أو رفضاً.

الفرض المعين Exact وغير المعين:

تقسيم الفروض أيضاً إلى معينة وغير معينة

الفرض المعين Exact : هو الفرض الذي يمثل بقيمة واحدة مثل :

متوسط المجتمع $\mu = 50$

الفرض غير المعين Inexact : هو الذي يمثل بعدد كبير من المعالم مثل :

$\mu < 50$

الفرض الموجه Directional وغير الموجه:

تتقسم الفروض غير المعينة إلى نوعين :

الفرض الموجه Directional : ويسمى أيضاً الفرض ذو طرف واحد one-tail أو جانب واحد one-side . وهو الفرض الذي يحدد اتجاه معين لمعالم المجتمع :

(أ) ناحية اليسار ويسمى الطرف الأيسر Left-tailed أو الطرف الأقل Lower-tailed .

(ب) ناحية اليمين ويسمى الطرف الأيمن right-tailed أو الطرف الأعلى upper-tailed .

وهذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة : { أكبر من ، أفضل من ، على الأقل ، أقل من ، أسوأ من ، ... } .

الفرض غير الموجه Nondirectional

ويسمى أيضاً الفرض ذو الطرفين two-tail أو من جانبيين two-side وتكون هذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة :

{ يختلف عن ، لا يساوي ، يتغير ، ... }

وهذه الصيغة تستخدم بدرجة كبيرة في البحوث الاستكشافية Exploratory وأحياناً تعد مرحلة بحثية تؤدي إلى بحوث أخرى تكون فيها الفروض موجهة . وهذه الصيغة تكون ملائمة .

الفرض البسيط والفرض المركب

تنقسم الفروض أيضاً إلى نوعين :

الفرض البسيط Simple:

هو فرض احصائي يحدد تماماً التوزيع الاحتمالي للمتغير أو المتغيرات المتعلقة بالفرض .

فمثلاً إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون (١) (له معلمه واحدة م) فإن الفرض بأن : $m = 4$ يعد فرضاً بسيطاً .

وكمثال آخر إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي (٢) (له معلمتان س ، s) فإن الفرض { $s = 8$ ، $s = 65$ } يعد فرضاً بسيطاً .

الفرض المركب Composite.

هو فرض احصائي غير بسيط ، وهو يؤدي إلى وجود توزيعين احتماليين أو أكثر للمتغير (أو المتغيرات) المتعلقة بالفرض . ومثال ذلك إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن الفرض التالي يعد مركباً .
{ $s = 65$ }

وكذلك إذا كان المتغير يتبع توزيع بواسون ، فإن الفرض التالي يعد مركباً .
{ م < ٤ }

٢-٢٦ أنواع الاختبارات

توجد ثلاثة أنواع من الاختبارات الاحصائية :

١. اختبار المعنوية البحتة.

٢. اختبار المعنوية.

٣. اختبار الفرض.

وتتشارك هذه الاختبارات جميعها في وجود فرض (ف) مطلوب اختباراه. ويتم اختبار الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الواقع ، ويتطلب ذلك أن نقوم بسحب عينة عشوائية من المجتمع محل الفرض ، ونقوم من خلال هذه العينة بملاحظة مؤشر يترتب على الفرض ، مثال ذلك متوسط العينة أو عدد حالات النجاح في التجارب ذات الحدين . هذا المؤشر يسمى إحصاء الاختبار Test statistic . ويعد توزيع المعاينة لهذا الإحصاء هو الأساس في عملية اختبار الفرض ، حيث يمكن تقييم القيمة المشاهدة للإحصاء ، وبالتالي الحكم على الفرض أو اختباراه .

ونعرض فيما يلي توضيحاً للفروق بين أنواع الاختبارات الاحصائية ، ونفترض أننا بصدد اختبار فرض بسيط Simple ، حيث يكون توزيع المعاينة محدد تماماً .

١. اختبار المعنوية البحتة Pure Significance

وهنا (١) نرفض الفرض (ف) إذا كان (ح) احتمال ظهور قيمة الإحصاء المشاهدة (ص*) أو أي قيمة أكثر تطرفاً منها (أكبر أو أصغر حسب الأحوال) نادر ، أي أن القيمة المشاهدة احتمالها قليل . ويمكن عرض قيمة (ح) (في حالة الأكبر) كما يلي :

$$ح = ح (ص < ص* | ف) \quad (١-٢٦)$$

أي أن الاختبار في هذه الحالة يتكون من تحديد الفرض (ف) وتحديد الإحصاء (ص) وحساب الاحتمال (ح) أعلاه . ويطلق على (ح) مستوى المعنوية الحقيقي Exact significance level والمستوى الحرج Critical level احتمال المعنوية Significance probability والقيمة الاحتمالية Prob-value وتختصر إلى P-value . وتعد هذه القيمة أفضل مؤشر يلخص ما تحويه بيانات العينة عن مدى مصداقية credibility الفرض محل الاختبار . وفي حالة الاختبار من جانبيين يكون من المناسب حساب القيمة الاحتمالية للجانبين ، وإذا كان التوزيع متماثلاً فإن هذه القيمة تكون ضعفها في حالة الاختبار من جانب واحد .

تطبيق (١-٢٦):

يدعى منتج صواريخ بأنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠% . قامت القوات المسلحة بتجربة عشرة منها عشوائياً - وحصلت على خمسة حالات نجاح ، ما رأيك في إدعاء المنتج ؟

الحل:

نحسب احتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل ،

ح = ح (س ≥ ٥ | ق = ٠,٩)
ومن المناسب في هذه الحالة استخدام توزيع ذي الحدين^١ :

$$ح.٩.١٠.٠ (٥) = ٠,٠٠١٦$$

أي أن النتيجة المشاهدة احتمالها قليل ، وعلى ذلك نرفض فرض المنتج .

٢. اختبار المعنوية Significance test

الاختبار السابق لا يحدد قيمة معينة للاحتمال (ح) نستند إليها في رفض الفرض أو قبوله ، ولكنه يوفر فقط انطباع عام حول الفرض . ولكن في اختبار المعنوية يتم تحديد قيمة معينة للاحتمال ، سنرمز لها بالرمز (م) وتسمى مستوى المعنوية الاسمي Nominal Significance level ويسمى أيضاً حجم الاختبار Size of the test . وهنا نرفض الفرض إذا كانت قيمة الاحتمال المشاهد (ح) أقل منها . أي إذا كان (في حالة الأكبر) :

$$ح = ح (ص < ص * | ف) ≥ م$$

وهذا يرادف تماماً أن نقوم بتقسيم فراغ العينة (أي كل قيم الإحصاء الممكنة) إلى منطقتين : منطقة الرفض rejection region ومنطقة القبول Acceptance . ويتم رفض الفرض إذا وقعت قيمة الإحصاء المحسوبة أو المشاهدة (ص*) في منطقته الرفض ، ويقال لها عندئذ أنها قيمة معنوية Significant value . وتسمى أقل قيمة للإحصاء تطرفاً في منطقة الرفض بالقيمة الحرجة Critical value . وإذا كان الاختبار من طرفين يكون له قيمتين حرجتين دنيا Lower وعليا upper .

1 راجع القسم ٢٠-٣.

٣. اختبار الفرض Hypothesis test:

ويتميز هذا الاختبار عن اختبار المعنوية بإدخال فرض آخر هو الفرض البديل وهو الذي يتم العمل به في حالة رفض الفرض (وهو ما يسمى فرض العدم ف). وهذا الفرض البديل (ف١) يكون له تأثير كبير على الاختبار وإجراءاته .

٣٦-٣ منطق الاختبار الإحصائي

الاختبار الإحصائي ويطلق عليه البرهان الإحصائي هو إجراء منطقي يؤدي إلى رفض فرض أو قبوله استناداً إلى عينة عشوائية .

البرهان غير المباشر:

أن منطق الإجراءات الإحصائية لاختبارات الفروض تم أنشاؤه وقبوله في فلسفة العلم وهو يستند إلى استراتيجية مشابهة لفكرة البرهان غير المباشر حيث يتم رفض الفرض في حالة وجود تعارض مع حقيقة مترتبة عليه ويمكن عرض ذلك بالصيغة التالية :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً (مقدم) فإن (ب) يجب أن يكون صحيحاً (مترتب) .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) لا يمكن أن يكون صحيحاً .

وكمثال على ذلك نعرض ما يلي :

(أ) مقدمة كبرى : لو أن زيد مريض بالحمى (مقدم) فإن درجة حرارته تكون

مرتفعة (مترتب) .

(ب) مقدمة صغرى : درجة حرارة زيد غير مرتفعة .

(ج) النتيجة : إذن ، زيد غير مريض بالحمى .

تم رفض الفرض بأن زيد مريض بالحمى باعتبار أن الاختبار الذي أجرى عليه لم يؤيد ارتفاع درجة حرارته - والذي يعد شيئاً مترتباً على ذلك المرض (الفرض) . وهذه هي فكرة البرهان غير المباشر ، حيث تم رفض الفرض (زيد مريض بالحمى) باعتبار أن أحد المترتبات عليه (درجة حرارة مرتفعة) لم تؤيد بالإختبار. أي أن الفرض لا يختبر بصورة مباشرة ولكن بصورة غير مباشرة عن طريق ما يترتب عليه .

مغالطة تأييد المترتب

إن تأييد الفرض أو أثباته ليس بالأمر اليسير كما في حالة الرفض فلو كانت المقدمة الصغرى : درجة حرارة زيد مرتفعة ، فإننا لا نستطيع أن نؤيد أن زيد مريض بالحمى ، وإلا وقعنا في خطأ منطقي يعرف بمغالطة تأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent إن ارتفاع درجة الحرارة قد يكون بسبب مرض آخر خلاف الحمى . كما أن مرض الحمى له أعراض (مترتبات) أخرى يلزم اختبارها والتحقق من وجودها قبل التشخيص. أي أن تأييد الفرض يتطلب تحديد كافة المترتبات عليه ثم اختبارها وأن تكون نتيجة هذه الاختبارات متسقة مع الفرض .

أي أنه إذا أيدت الوقائع ما يترتب على الفرض ، فإن ذلك لا يعد كافياً

لإثبات أن الفرض صحيح . إن إثبات ذلك يتطلب أولاً تحديد كافة المترتبات على الفرض ، وهذا أمر ليس ميسوراً في كل الأحوال كما يصعب التحقق من ذلك غير أنه مع ذلك فإن تكرار الأدلة على تأييد المترتبات يزيد من درجة الاقتناع بأن الفرض صحيح .

أي أن العلم يمكنه فقط رفض الفروض . إذ أنه ليس من السهولة إثبات الفروض أو تأييدها . غير أنه باستبعاد فرض أو أكثر فإننا نضيف معلومات نافعة حيث أنه بتقليل مجموعة الفروض البديلة فإننا نقترّب من الحقيقة ، وبتكرار الرفض لمجموعة الفروض واحداً تلو الآخر ، يتبقى واحداً يكون بالضرورة هو الفرض الصحيح .

إن الاختبارات الإحصائية تختص بالفروض الإحصائية وتقوم على أساس افتراض أن الفرض صحيح ، ثم نقوم بملاحظة ما يترتب عليه ، أي ملاحظة حدث (وهو مشاهدة إحصاء لعينة) ، ونقوم برفض الفرض إذا كان هذا الحدث من النادر وقوعه . وتكون صياغة البرهان كما سبق ذكره في القسم السابق مع إدخال عنصر الاحتمال :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً فإن (ب) يحتمل أن يكون صحيحاً .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) يحتمل أن لا يكون صحيحاً .

ويمكن إيضاح ذلك بما يلي ' :

مقدمة كبرى : إذا كان متوسط المجتمع ٧٥ (مقدم) فإن متوسط العينة يقع بين ٧٢ ، ٧٨ باحتمال قدره ٩٠% (مترتب)
مقدمة صغرى : متوسط العينة المسحوبة ٦٥ .
النتيجة : إذن هناك احتمال قدره ٩٠% أن يكون الفرض غير صحيح .

٢٦-٤ أخطاء الاختبار

هناك خطآن يتعرض لهما الاختبار الإحصائي ، خطأ الرفض وخطأ القبول .

٢٦-٤-١ خطأ الرفض Rejection error

يقوم الاختبار الإحصائي على أساس رفض الفرض إذا كان (ب) ليس صحيحاً ، وذلك على الرغم من أن هناك احتمال أن يكون الفرض صحيحاً ، وفقاً للمنطق السابق عرضه وعلى ذلك يقع متخذ القرار في خطأ يسمى " خطأ الرفض " ويسمى كذلك " خطأ من النوع الأول " Type I error . ويلاحظ أن هذا الخطأ ينشأ بسبب الطبيعة الاحتمالية في الاختبار .

احتمال خطأ الرفض (م) :

ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الأول (I) وكذا مستوى المعنوية Significance level والمستوى الأسمي للاختبار Nominal level of the test * وأيضاً حجم الاختبار Size of the test .

م = ح (I) = ح (ص ∈ ر | ف .) (٢-٢٦)

حيث ر منطقة الرفض ، ق منطقة القبول .

٢٦-٤-٢ خطأ القبول Acceptance error

وهناك خطأ آخر قد يقع فيه متخذ القرار وينشأ هذا الخطأ من المغالطة المنطقية المتعلقة بتأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent كما سبق إيضاحه ، ويسمى هذا الخطأ "خطأ القبول" ، كما يسمى "خطأ من النوع الثاني" Type II error .

احتمال خطأ القبول (ك)

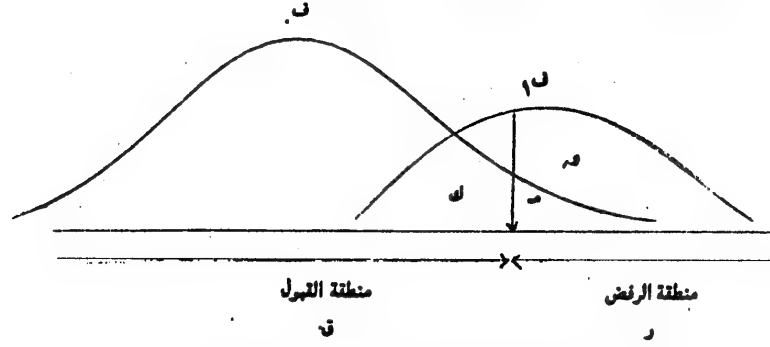
ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الثاني هو احتمال قبول الفرض عندما يكون غير صحيح أي أن :
ك = ح (II) = ح (ص ∈ ق | ف ١) (٣-٢٦)

٢٦-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء

يمكن تلخيص الموقف في الجدول التالي والذي يوضح وجود أربعة مواقف عن فرض العدم تنشأ من :
(١) حقيقة الفرض : فرض العدم قد يكون صحيح وقد لا يكون صحيح .
(٢) القرار حول الفرض : رفض فرض العدم أو قبوله .

القرار	حقيقة فرض العدم	صحيح	غير صحيح
رفض	خطأ الرفض (I)	قرار صحيح	
قبول	قرار صحيح	خطأ القبول (II)	

ويوضح الرسم التالي هذه الأخطاء واحتمالات حدوثها بافتراض أن فرض العدم H_0 والفرض البديل H_1 كلاهما بسيط Simple .



وفيما يلي بعض الملاحظات عن احتمالات الأخطاء :

- (١) توجد علاقة عكسية بين احتمالي الخطأين الأول والثاني - ولذلك فإن محاولة تخفيض أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر .
- (٢) أن العلاقة بين احتمالي الخطأين ليست بسيطة بحيث يمكن تحديدها وتقدير أي منها بدلالة الأخرى .
- (٣) إن احتمال الخطأ من النوع الثاني يصعب تقديره ، إذ أنه يعتمد على الفرض البديل وهو غالباً ما يكون فرضاً غير معين Inexact بمعنى أنه يكون ممثلاً بعدد كبير من المعالم .

٢٦-٤-٤ تطبيقات إيضاحية:

فيما يلي بعض الحالات التطبيقية لاختبارات الفروض :

التدريب :

لغرض زيادة الإنتاج يتم تدريب العمال في أحد المراكز الخاصة بالتدريب ، وفي أحد المصانع على سبيل المثال ، يدعى مركز التدريب أن البرنامج يؤدي إلى زيادة إنتاج العامل من ٤٠ وحدة حسب الوضع الحالي إلى ٥٠ وحدة في الساعة وللتحقق من ذلك تم إرسال عينة من عمال المصنع وسجلت إنتاجيتهم بعد إتمام التدريب وإذا اعتبرنا أن إنتاج العامل س يكون :

فرض العدم : ف٠ : س = ٥٠

ف١ : س = ٤٠

ويوجد خطأ :

(١) خطأ الرفض (I) : رفض الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ،

بينما هذا هو الصحيح .

(٢) خطأ القبول (II) : قبول الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ،

بينما هذا غير صحيح .

التشخيص الطبي

الطبيب (المتخصص في الحميات مثلاً) وهو يفحص الرواد لاختبار ما إذا كان الشخص مريضاً من عدمه ، يتعرض لنوعين من الأخطاء عند إصدار القرار :

خطأ الرفض (النوع الأول) : الشخص غير مريض بالحمى بينما هو مريض .

خطأ القبول (النوع الثاني) : الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض.

قرار المحكمة

يمكن عمل مناظرة بين قرار المحكمة¹ واختبار الفرض باعتبار أن فرض العدم هو أن المتهم غير مذنب (برئ) ، وأن الفرض البديل هو أن المتهم مذنب . وتكون الأخطاء التي يتعرض لها قرار المحكمة هي كما يلي :

(١) خطأ الرفض : رفض فرض العدم (المتهم برئ) أي اعتبار أن المتهم مذنب رغم أنه في الحقيقة برئ .

(٢) خطأ القبول : قبول فرض العدم أي اعتبار المتهم برئ رغم كونه مذنب .

ويمكن عرض المواقف المتعلقة بإصدار القرار فيما يلي :

قرار المحكمة	الحقيقة	
	المتهم برئ (ف.)	المتهم مذنب (ف.)
المتهم مذنب	خطأ الرفض (I)	قرار صحيح
المتهم برئ	قرار صحيح	خطأ القبول (II)

٢٦-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء

لا شك أن صانع القرار يسعى إلى تقليل الأخطاء التي يتعرض لها من كلا النوعين غير أن طبيعة هذه الأخطاء وكما هو واضح من الشكل السابق فإن أي محاولة للتقليل من أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر ،

1 راجع الدليل الإحصائي في الحكم القضائي للمؤلف

هذا بافتراض حجم عينة معين . ويمكن تقليل كلا من الخطأين بزيادة حجم العينة .

وعلى أي حال فإنه مع حجم عينة معين تظل مشكلة المفاضلة بين النوعين من الأخطاء ، وتحديد المقدار المناسب من كل منهما . أن الإجابة على ذلك تتطلب بالضرورة معرفة مقدار العبء أو التكلفة أو التضحية بسبب كل نوع من الأخطاء . وذلك يتوقف بالضرورة على طبيعة المشكلة ، ونوضح ذلك في بعض المشاكل والسابق عرضها .

التدريب

شأن هذه القضية ، يوجد خطآن يحتمل أن تقع المنشأة في أي منها ، وقد سبق إيضاح ذلك ، وللمفاضلة بين كلا النوعين من الأخطاء ، نعرض فيما يلي العبء أو التكلفة التي يمكن أن تتحملها المنشأة من جراء كل خطأ :

(١) خطأ الرفض (I) : حالة رفض الفرض بينما هو صحيح ، أي اعتبار أن التدريب لا يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما هو عكس ذلك فإن المنشأة لن تقوم بتدريب العاملين لديها وبالتالي تضيع الفرصة عليها في زيادة الإنتاج ، ويمكن حساب تكلفة هذه الفرصة الضائعة في صورة الأرباح التي تترتب على الزيادة في الإنتاج .

(٢) خطأ القبول (II) : حالة قبول الفرض بينما هو غير صحيح ، أي حالة اعتبار أن التدريب يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما ذلك غير صحيح ، فإنه يترتب على ذلك أن تقوم المنشأة بتدريب العاملين لديها وتتكد بذلك تكاليف ممثلة في

نفقات التدريب ، وتكلفة الفرص الضائعة أو الإنتاج المضحي به بسبب وقت العمال الضائع في التدريب .

التشخيص الطبي

خصوص قضية التشخيص الطبي ، فإن الأخطاء المترتبة على القرار ، تعد تكلفتها جسيمة ويصعب تقدير تكلفتها بالمقارنة بالقضايا الأخرى السابق عرضها . فهناك تكلفة وأعباء يتحملها الشخص نفسه وأخرى تقع على الأسرة وأخرى على المجتمع.

(١) خطأ الرفض (I) : إن اعتبار الشخص غير مريض بالحمى وهو في الحقيقة مريض ، يترتب عليه عدم منحه العلاج اللازم ، وهذا يضر بصحته ، ويختلف مقدار الضرر حسب الحال ، وقد يصل الأمر إلى الوفاة ، أن تقدير تكلفة ذلك ليس بالأمر اليسير سواء كان ذلك تكلفة العبء الواقع على الشخص نفسه أو على المجتمع .

(٢) خطأ القبول (II) : إن اعتبار الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض بها ، يترتب عليه تعرضه لعلاج لا يناسبه وقد يضر به ، وكذا فإن تكلفة العلاج تكون دون مبرر - بالإضافة إلى ضياع الفرصة على المريض لإجراء فحوص لمعرفة مرضه الحقيقي ، مما قد يترتب عليه عواقب وخيمة . أن كل هذه الأمور يجب تقديرها وحساب تكلفتها المادية والاجتماعية .

قرار المحكمة

أن القضاء غالباً يجدون صعوبة في تحديد درجة الشك المقبولة (الاحتمال) لإدانة شخص برئ ، أي احتمال الخطأ من النوع الأول . ومن

وجهة نظر العدالة يجب تخفيض هذا الاحتمال بقدر الإمكان ولو يصل إلى الصفر ، وهذا يعني استحالة إدانة شخص برئ على أنه من وجهه أخرى فإن تخفيض احتمال إدانة برئ (خطأ من النوع الأول) يزيد من احتمال الفشل في إدانة المذنبين (خطأ النوع الثاني) وذلك نظراً لزيادة كمية الأدلة المطلوبة لتحقيق الإدانة . وعلى أي حال فإن الموائمة بين نوعي الخطأ تتوقف على نوع الجريمة ، ويمكن التحكم في ذلك من خلال الإجراءات التنظيمية مثلاً ، كتنقيد سلطة رجال الأمن في الحصول على الاعترافات .

٢٦-٤-٦ المعالجات المنطقية

من الأمور السابق عرضها يمكن إيضاح ما يلي بالنسبة للأخطاء التي يتعرض لها صانع قرار اختبار الفرض :

(١) بالنسبة لحجم عينة ثابت لا يمكن تخفيض كلا النوعين من الأخطاء ، إذ أن تخفيض واحد يعني زيادة الآخر .

(٢) السبيل الوحيد لتخفيض كلا الخطأين هو زيادة حجم العينة .

(٣) تكلفة ارتكاب أي من الخطأين تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون أي منهما أكبر الآخر .

(٤) تكلفة الخطأ تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون ذلك شيئاً قليلاً يمكن حتى إهماله ، وقد يؤدي إلى خسائر جسيمة .

(٥) تكلفة الخطأ قد يسهل حسابها وتقديرها في بعض الحالات ، كما أنه في حالات أخرى يكون ذلك صعباً أو مستحيلاً ، خاصة ما يتعلق بالتكلفة الاجتماعية .

وفي ضوء ذلك نعرض أهم الاتجاهات المنطقية المتاحة للمفاضلة بين الأخطاء .

أولاً : زيادة حجم العينة بالقدر الذي تسمح به الإمكانيات ، وذلك في الحالات التي يكون فيها تكلفة كلا من الخطأين جسيمة ، وخاصة في حالة وجود صعوبة في تقديرها . إن ذلك يؤدي إلى تخفيض كلا الخطأين وبالتالي تخفيض التكلفة أو العبء الواقع .

ثانياً : اختيار حجم العينة بحيث تكون جملة التكلفة أقل ما يمكن وذلك باستخدام الصيغة التالية :

جملة التكاليف = احتمال الخطأ الأول * تكلفة الخطأ الأول

+ احتمال الخطأ الثاني * تكلفة الخطأ الثاني

+ تكلفة التجربة أو المعاينة

(٢٦-٤)

ثالثاً : تثبيت الخطأ الأول عند مستوى معين ، يتلاءم مع طبيعة المشكلة ، مع تخفيض الخطأ من النوع الثاني إلى أقل احتمال ممكن .

رابعاً : تحديد مستويات معينة ، تكون مقبولة في احتمالات كلا النوعين من الأخطاء الأول والثاني .

٢٦-٥ فعالية الاختبار

تختلف الاختبارات الإحصائية كما سبق أن أوضحنا . وقد يتاح للباحث أكثر من اختبار لعلاج مشكلته . كل هذا يلقي على الباحث ضرورة الاهتمام بالمفاضلة بين هذه الاختبارات لاختيار المناسب منها حسب طبيعة المشكلة .

يوجد عدد كبير من الصفات من المرغوب توافرها في الاختبار ، نعرض أهمها
بإيجاز^١

١ مميز العمليات OC

إن احتمال الخطأ من النوع الثاني (ك) يعتمد على الفرض البديل ،
والذي يحوى بدوره على عدد كبير من القيم . وبذلك فإن فهم الاختبار بصورة
كاملة يتطلب معرفة كل قيم ك الممكنة والمناظرة لقيم الفرض البديل (ف١) .
إن المنحنى الذي يعرض هذه العلاقة يسمى منحنى مميز العمليات أو توصيف
العمليات (OC) Operating characteristic curve .
وهذا المنحنى يوضح احتمال خطأ القبول (النوع الثاني) لكل قيم الفرض
البديل ، وتوجد خرائط تعرض هذه المنحنيات وتستخدم في تحديد حجم العينة .

٢ قوة الاختبار Power of the test

تعرف قوة الاختبار (ق) بأنها احتمال رفض الفرض عندما يكون غير
صحيح، أي أن :

$$ق = ح (ص' ر | ف١) \quad (٥-٢٦)$$

ويلاحظ أن

$$ق = ١ - ك \quad (٦-٢٦)$$

أي أن زيادة قوة الاختبار تعنى تماماً تخفيض احتمال الخطأ من النوع الثاني .

1 الإحصاء والاستقراء، ج٢ ، منطق الاستقراء ، للمؤلف لمزيد من الإيضاح ، راجع

كفاءة الاختبار Test efficiency

تعد كفاءة الاختبار من أهم الصفات التي تحدد مكانته بالمقارنة بالاختبارات الأخرى . وتعرف كفاءة اختبار (أ) بالنسبة إلى اختبار آخر (ب) بأنه نسبة حجوم العينات ن ب / ن أ التي تتساوى عندها القوة لكلا الاختبارين لنفس الفرض البديل عند نفس مستوى المعنوية ، حيث ن أ ، ن ب هي حجوم العينات للاختبارين .

ومن ذلك التعريف يتبين أن الكفاءة النسبية تعتمد على مستوى المعنوية (مـ) وعلى قوة الاختبار وعلى البديل المختار من الفرض ف ١ إذا كان مركباً .
وحيث أن الكفاءة النسبية تعتمد على الكثير من العوامل فإنها تشكل صعوبة في التقييم والتفسير . ويمكن تلافي هذه المشكلة باستخدام الكفاءة النسبية التقاربية (ك ن ت) . Asymptotic relative efficiency (ARE) . وهي تعرف بأنها نهاية الكفاءة النسبية عندما تؤول ن ١ إلى ما لا نهاية

إن الدراسات النظرية والتجريبية Empirical للكفاءة النسبية لحجوم مختلفة من العينات توضح أنها قريبة جداً من الكفاءة النسبية التقاربية . ولذا تبدو أهمية استخدام (ك ن ت) لاختيار الاختبار الأكثر قوة حتى في حالة العينات الصغيرة .

الاختبار الأكبر قوة

يتطلب اختبار الفرض كما سبق ذكره تقسيم فراغ العينة إلى منطقتين ، منطقة قبول ومنطقة رفض أو منطقة حرجة Critical region . وتعرف أفضل منطقة حرجة (Best critical region BCR)

بأنها المنطقة التي تجعل احتمال الخطأ من النوع الثاني أقل ما يمكن وهذا يعني أن تكون قوة الاختبار أكبر ما يمكن ، وذلك بالنسبة لمستوى معنوية ثابت (احتمال الخطأ من النوع الأول) .

ويعرف الاختبار الذي يبني على أفضل منطقة حرجة بأنه الاختبار الأكبر قوة Most Powerful test (MP) . وهذا الاختبار متاح دائماً عند اختبار فرض بسيط ضد فرض آخر بسيط .

أي أنه إذا كان فرض العدم بسيطاً $H_0: \mu = \mu_0$ والمطلوب اختباره ضد فرض بديل بسيط أيضاً $H_1: \mu = \mu_1$ فإن الاختبار المبني على منطقة الرفض R يسمى الاختبار الأكبر قوة بمستوى معنوية α إذا تحققت الشروط التالية :

$$(1) \quad H_0: \mu = \mu_0 \quad \text{ح (ص' ر' م' ا' م')} = \alpha$$

$$(2) \quad H_1: \mu = \mu_1 \quad \text{ح (ص' ر' م' ا' م')} = 1 - \beta$$

لأي منطقة R

الاختبار المنتظم الأكبر قوة

يختلف الحال عند وجود فرض مركب Composite وهذا ما يكون غالباً في المشاكل العملية . وفي مثل هذه الحالات نلجأ إلى اختبار من نوع آخر يتمتع بعدد من الصفات المرغوبة ويسمى الاختبار المنتظم الأكبر قوة Uniformly Most Powerful (UMP) .

فإذا كان المطلوب اختبار فرض بسيط $H_0: \mu = \mu_0$ ضد فرض مركب $H_1: \mu \in M$ حيث M هي المجموعة التي تحوي القيم البديلة فإن الاختبار

المبنى على منطقة الرفض (ر) يسمى الاختبار المنتظم الأكبر قوة UMP من المستوى (م) إذا تحققت الشروط التالية :

$$\begin{array}{l} (1) \text{ ح (ص' ر' ٠ م ٠) = م - (٩-٢٦) } \\ (2) \text{ ح (ص' ر' ٠ م ٠) }^2 \text{ ح (ص' ر' م) (١٠-٢٦) } \end{array}$$

ج ٢، ص ٨١

لكل قيم م ١ ، وذلك لأي منطقة رفض ر ولكن مثل هذا الاختبار لا يكون متوفراً في كل الحالات فإذا كان الفرض البديل موجهاً أي من جانب واحد فإن مثل هذا الاختبار يكون متوفراً في معظم الأحيان بينها إذا كان الفرض البديل من جانبيين فإننا لا نحصل في معظم الأحيان على اختبار منتظم أكبر قوة UMP . وفي هذه الحالة فإن الأمر يتطلب أن يكون الاختبار غير متحيز . Unbiased

عدم التحيز Unbiasdness

يسمى الاختبار المبني على منطقة الرفض ر متحيزاً Biassed إذا كانت قوته لأي بديل م ١ أصغر من مستوى المعنوية (احتمال الخطأ من النوع الأول) أي إذا كان :

$$\text{ح (ص' ر' ٠ م ٠) > ح (ص' ر' م) (١١-٢٦)}$$

لأي قيمة م ١ م

ج ٢، ص ٨١

أن الاختبار المتحيز غير مرغوب فيه حيث يكون احتمال رفض H_0 عندما يكون صحيحاً أكبر من احتمال رفضه عندما يكون غير صحيح .
ومن ذلك يمكن تعريف الاختبار غير المتحيز بأنه الاختبار الذي يكون فيه احتمال رفض الفرض H_0 عندما يكون غير صحيح ، دائماً أكبر من احتمال رفضه وهو صحيح ، أي يكون قوة الاختبار دائماً أكبر من معنويته ، أي :

$$Q \leq \alpha \quad (26-12)$$

الاختبار غير المتحيز المنتظم الأكبر قوة

إذا كان الفرض البديل مركباً من جانبين فإننا لا نحصل في معظم الحالات على اختبار منتظم أكبر قوة UMP . وفي هذه الحالة نبحث في مجموعة الاختبارات غير المتحيزة ، ونختار منها اختباراً يتمتع بالعديد من الصفات المرغوبة ، ويسمى هذا الاختبار غير المتحيز المنتظم الأكبر قوة من المستوى — Uniformly most Powerful unbiased test وهو متميز بالخواص التالية :

(1) ح (ص' ر م 0) = م —	(26-13)
(2) ح (ص' ر م 1) ≤ ح (ص' ر م 0)	(26-14)
(3) ح (ص' ر م 1) ≤ م —	(26-15)
ج ٢ ، ص ٨٢	

لكل قيم م ١ ولأي منطقة ر

الاتساق Consistency

في أي من حالات اختبار الفرض فإنه لكل حجم عينة مختلف يمكن

تصور أننا بصدد اختبار مختلف وذلك لأن فراغ العينة وكذا المنطقة الحرجة تعتمد على حجم العينة . ولذلك فإنه بزيادة حجم العينة ، يمكن تصور أننا بصدد متسلسلة من الاختبارات ، واحد لكل حجم عينة معين . ويقال للاختبار أنه متسق Consistent إذا كانت قوة الاختبار لأي مجموعة من البدائل تؤول إلى واحد بزيادة حجم العينة ، أي عندما تؤول ن إلى ما لا نهاية .

٢٦-٦ تفسير النتائج

نتوقف نتيجة الاختبار الإحصائي على القيمة المشاهدة لإحصاء الاختبار والقرار هو : الرفض أو القبول . ونوضح فيما يلي كل حالة منها ثم نوضح طبيعة كل من المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية .

الرفض Rejection

ويكون عند وقوع قيمة الإحصاء (ص*) والمحسوبة من العينة ، في منطقة الرفض وهذا يرادف أن يكون مستوى المعنوية الحقيقي لقيمة الإحصاء (ح) أقل من مستوى المعنوية الإسمى (م) . ويفضل استخدام الإجراء الأخير ذلك أن معرفة مستوى المعنوية الحقيقي يعد أفضل مؤشر عن مدى مصداقية الفرض محل الاختبار .

وعلى أي حال فإن نتيجة الاختبار يمكن تقريرها بأي من العبارات التالية :

- (١) الاختبار يقرر رفض فرض العدم .
(٢) الاختبار يقرر أن المشاهدات (قيمة الإحصاء) معنوية إحصائياً Statistically significant ، أو باختصار : النتيجة معنوية .

إن رفض فرض العدم يعد هدفاً للباحث كما سبق أن ذكرنا ، وذلك لأنه بذلك يؤيد فرضه البحثي وهو الفرض البديل .

القبول Acceptance

- ويحدث عند وقوع قيمة الإحصاء في منطقة القبول . وفي هذه الحالة يمكن تقرير أي من العبارات التالية :
(١) عدم التمكن من رفض فرض العدم .
(٢) مجموعة المشاهدات ليست معنوية إحصائياً ، وباختصار : النتيجة غير معنوية .

إن قبول الفرض لا يعنى برهاناً على صحته ، إذ قد يكون نتيجة لعدم كفاية العينة . ويوضح ذلك الأمر المثال الخاص بقرار المحكمة (القسم ٢٣-٤) حيث أن صدور قرار باعتبار أن المتهم برئ (فرض العدم) لا يعنى برهاناً على براءته ، ولكن يعنى فقط عدم كفاية الأدلة .

المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية¹

كلمة " معنوي " Significant تعنى هام أو جوهري ، والمعنوية العملية Practical significance تحدد حسب طبيعة الأشياء محل البحث وتحكمها القيم السائدة في المجتمع .

أما المعنوية الإحصائية Statistical significance فهي تبنى على نظرية الاحتمالات ، وهي تعنى أن المشاهدات تعبر عن شئ غير متوقع حدوثه بالصدفه . ويقتضى التفسير الصحيح للنتائج تحديد المستوى الذي تبنى عليه المعنوية الإحصائية ، والذي قد يكون واحداً مما يلي ، ويفضل العمل بهما معاً :

- (أ) مستوى المعنوية الحقيقي Exact وتعد هذه القيمة ، كما سبق ذكره ، أفضل مؤشر عن مدى مصداقية Credibility الفرض محل الاختبار .
- (ب) مستوى المعنوية الإسمي Nominal وهذا يحدد اختياريّاً قبل بداية التجربة ، ويتوقف على طبيعة المشكلة وتكلفة الأخطاء المحتملة .

وعلى أي حال فإن المعنوية الإحصائية ، وكما سبق ذكره تعبر عن شئ غير متوقع حدوثه بالصدفه . على أنه يلزم وجود ضوابط لقياس ذلك والفصل بين ما هو محتمل Likely أو يمكن إرجاعه للصدفه وبين ما هو غير محتمل Unlikely.

1 راجع تطبيق (٢٣-٣)

بخصوص هذه المشكلة ، يوجد عرف Convention وضعه الإحصائيون ، ويعمل به منذ سنوات طويلة ، يقضي بما يلي :

(١) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠,٠٥ تعد معنوية Significant .

(٢) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠,١ تعد معنوية بدرجة كبيرة Highly significant .

وتلقى هذه القواعد قبولاً عاماً من الإحصائيين والباحثين ، غير إنها غير ملزمة ويمكن استخدام أي مستوى آخر يكون مناسباً للحالة محل الاختبار ، فالكثير من الباحثين يستخدمون هذه المستويات الموضوعية باعتبارها قواعد جامدة دون أي محاولة لاستخدام مستويات قد تكون أفضل منها . كما أن هذا التحديد أدى إلى عرض الكثير من جداول التوزيعات الإحصائية بالمراجع بصورة غير كاملة ، حيث تقتصر على عرض مستويات المعنوية ٠,٠٥ ، ٠,٠١ فقط .

في العرض السابق تم إيضاح مفهوم المعنوية الإحصائية للفرقة بينه وبين المعنوية العملية . ولذلك قد نواجه بحالات تكون فيها النتيجة معنوية إحصائياً غير أنها غير معنوية من الناحية العملية ، كما هو موضح في التطبيق (٢-٣) ، وبالعكس توجد حالات تكون فيها النتيجة غير معنوية إحصائياً غير أنها تكون معنوية من الناحية العملية . ومهما يكن الأمر فإن المعنوية الإحصائية ضرورة منطقية .

٣٦-٧ خطوات الإختبار

- نبين فيما يلي خطوات إختبار الفرض ، وهذه قد تم عرضها بإسهاب في الفصول السابقة ، ونعيد عرضها لتوضيح وتأكيد الترابط القائم بينها .
- (١) صياغة الفرض في صورة إحصائية قابلة للإختبار ، وإعادة عرضه على هيئة فرضان ، فرض العدم (ف٠) والفرض البديل (ف١) ، وهذا الأخير يعبر عن الفرض البحثي وقد سبق إيضاح ذلك تفصيلاً في القسم (٣-١-١) .
- (٢) تحديد الإختبار الإحصائي المناسب . يوجد عدد كبير من الإختبارات الإحصائية . وهذه تختلف تبعاً لعوامل معينة ، أهمها خواص المجتمع المستهدفة ، ومستويات القياس للمتغيرات ، ومدى توافر بعض الشروط ، وقد سبق إيضاح ذلك في القسم (١-٢-٣) . وبعد مراعاة هذه الأمور يستقر الباحث على مجموعة من الإختبارات المناسبة والممكن إستخدامها ، وعليه عندئذ أن يفاضل بين هذه المجموعة الأخيرة ليختار منها الإختبار الذي يتمتع بصفات جيدة يكون من المرغوب توفرها ، وقد تم إيضاحها في القسم (٣-٢-٣) .
- (٣) تحديد إحصاء الإختبار . وقد تم عرضه في القسم (٣-١-٢) وهو على أي حال يتم تحديده بمجرد معرفة الإختبار المستخدم .
- (٤) تحديد توزيع المعاينة لإحصاء الإختبار ، وهناك عدة طرق (١) تستخدم وأهمها الإستعانة بالنظريات الإحصائية .
- (٥) تحديد طريقة المعاينة أو تصميم التجربة الأكثر ملائمة .
- (٦) تحديد حجم العينة ، ويتم ذلك في ضوء العديد من العوامل والاعتبارات ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم (١-٢-٤) في حجم العينة وكذا في القسم (٣-٢-٢) عند عرض المعالجات المنطقية لأخطاء الإختبار .

- (٧) تحديد مستوى المعنوية الإسمي (م) . وقد تم توضيح ذلك في القسم (٣-٢-٢) ، حيث تم عرض أساس المفاضلة بين الأخطاء وكذا المعالجات المنطقية لها .
- (٨) تحديد المنطقة الحرجة أو منطقة الرفض ، وهذا يتم إستناداً إلى إحصاء الاختبار وتوزيع المعاينة ومستوى المعنوية وما إذا كان الاختبار من جانب واحد أو من جانبيين .
- (٩) إجراء التجربة أو المسح وجمع البيانات بإستخدام عينة احتمالية من المجتمع محل الإستقراء .
- (١٠) حساب قيمة الإحصاء ، من واقع البيانات المشاهدة للعينة .
- (١١) نتيجة الاختبار : وتحدد بموقع قيمة الإحصاء المشاهدة ، ويرفض الفرض إذا وقعت القيمة في منطقة الرفض ، ويقبل إذا وقعت القيمة في منطقة القبول .
- (١٢) حساب مستوى المعنوية الحقيقي (ح) . وتعد هذه القيمة من المؤشرات الهامة في تفسير النتيجة ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم (٢-٢٦) في اختبار المعنوية البحتة .
- (١٣) تفسير النتيجة بتحديد المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم ٢٦-٦

٢٦-٨ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي نموذجاً لأحد الاختبارات بإعتباره تطبيقاً وتوضيحاً للإجراءات والمفاهيم المتعددة والسابق عرضها في أماكن مختلفة ، ويعد هذا

الإختبار ويطلق عليه الإختبار الطبيعي Normal test من الأساليب الشائعة^١.

(١) المشكلة :

إختبار الفرض بأن المتوسط الحسابي للمجتمع س- يساوي قيمة معينة س. -

(٢) الإفتراضات :

أ - عينة عشوائية بسيطة .

ب - مستوى القياس للمتغير فترى Interval .

ج - تباين المجتمع معلوم .

(٣) فرض العدم :

ف٠ : س- = س. -

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة س- \geq س. - أو س- \leq س. -
على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف١ : س- < س. -

1 أساليب أخرى متعددة بالفصل ٢٤

(ب) ف ١ : س - > س. -

(ج) ف ١ : س - ≠ س. -

(٥) إحصاء الاختبار

$$\frac{\text{س} - \text{س.} -}{\sigma \text{ س} -} = \text{ص}$$

حيث س - هو متوسط العينة

$$\sigma \text{ س} - = \sigma / \sqrt{n}$$

قدره س. - وانحراف معياري σ س. - . وبذلك فإن توزيع المعاينة للإحصاء ص يكون هو التوزيع الطبيعي المعياري .

(٧) قاعدة القرار

بفرض أن مستوى المعنوية (م) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول . ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض ، وكما هي موضحة في كل حالة مما يلي :

$$(أ) \text{ ف } ١ : \text{ س} - < \text{ س} -$$

$$\text{ ص } < \text{ ط } (١ - م)$$

$$(ب) \text{ ف } ١ : \text{ س} - > \text{ س} -$$

$$\text{ ص } > \text{ ط } (م)$$

$$(ج) \text{ ف } ١ : \text{ س} - \neq \text{ س} -$$

$$\text{ ص } < \text{ ط } (١ - م/٢)$$

$$\text{ أو } \text{ ص } > \text{ ط } (م/٢)$$

(٨) سحب العينة

تسحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع .

(٩) قيمة الإحصاء

يتم حساب قيمة الإحصاء المشاهدة كما هو موضح في الخطوة (٥) .

(١٠) نتيجة الاختبار .

وتحدد كما هو موضح في الخطوة (٧) .

تطبيق (٢٦-٢):

يقرر المسؤولين عن النواحي الصحية عن المياه في أحد المجتمعات أن الحد الأقصى المسموح به من البكتريا هو ٧٠ لكل سم ٣ من المياه وتكون الحالة خطيرة إذا ما زاد المتوسط عن ٧٠ حيث يؤدي أكل الأسماك المستخرجة من هذه المنطقة إلى الإصابة بالتهاب الكبد .

في مسح صحي لأحد المجتمعات تم سحب عينة من المياه حجمها ٣٦ ووجد أن متوسط عدد البكتريا هو ٧٣ لكل سم ٣ . فإذا علم أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري ٥ . المطلوب اختبار الفرض بأن المياه صحية بمستوى معنوية ١ % .

الحل: ف٠ : س- ≥ 70 (المياه صحية)

ف١ : س- < 70 (المياه غير صحية)

$$\text{الإحصاء ص} = \frac{70 - 73}{63/5} = 3,6$$

وحيث أنه أكبر من ٢,٣٣ فإننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل ، أن أن المياه غير صحية.

تطبيق (٢٦-٣):

إذا علم أن المعدل الطبيعي لنبضات القلب في أحد المجتمعات هو ٧٠ نبضة في الدقيقة بانحراف معياري ٥ نبضات . في فحص لعينة من ٦٤ من

المرضى في إحدى المستشفيات ، تبين أن متوسطها الحسابي ٧٢ نبضة . فهل يعد النبض لهذه المجموعة طبيعي بمستوى معنوية ٠,٠٥
الحل:

$$ص = \frac{٧٠ - ٧٢}{٦٤ / ٥} = ٣,٢$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٠٠٧ وهو أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠٥ وهذا يعني أن النتيجة معنوية بدرجة كبيرة .

ملحوظة : على الرغم من وجود معنوية إحصائية كبيرة ، فإنه لا توجد في الحقيقة معنوية عملية ، إذ أن معدل النبض ٧٢ يدخل في المدى الطبيعي .

تطبيق (٢٦-٤):

يدعى أحد مراكز التدريب أن برنامجه الذي يطبقه على عمال إحدى المنشآت ، يؤدي إلى زيادة متوسط إنتاج العامل إلى ٥٠ وحدة بينما ترفض المنشأة ذلك الادعاء وترى أن متوسط إنتاج العامل باق على حاله وهو ٤٠ وحدة . قام مدير الأفراد بالمنشأة بسحب عينة عشوائية من ٣٦ عاملاً ووجد أن متوسط إنتاج العامل ٤٥ وحدة والمطلوب اختبار فرض المنشأة بأن متوسط إنتاج العامل هو ٤٠ وحدة فقط ، بمستوى معنوية ٠,٠٥ إذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٥ وحدة .

الحل :

$$٥٠ = -س : ف٠$$

$$٤٠ = -س : ف١$$

$$٥٠ - ٤٥$$

$$٢- = \frac{\quad}{٦/١٥} = ص$$

$$١,٦٥ - = (٠,٩٥) ط - = (٠,٠٥)$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $٢- > ١,٦٥$ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٥-٢٦):

تدعى الحكومة بأن متوسط دخل الأسرة في إحدى الطبقات هو ٢٠٠ جنيه شهرياً . بينما تدعى المؤسسات الخيرية بأن الدخل أقل من ذلك . تم سحب عينة عشوائية من ٢٢٥ أسرة وكان متوسط الدخل ١٩٠ جنيه وتبين المجتمع ٩٠٠ والمطلوب إجراء الاختبار بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

$$٢٠٠ = -س : ف٠$$

$$٢٠٠ > -س : ف١$$

$$٥- = \frac{٢٠٠ - ١٩٠}{٢٢٥\sqrt{٣٠}} = \frac{-س - ٢٠٠}{\sqrt{٣٠} \sigma} = ص$$

$$١,٦٤ - = (٠,٠٥) ط - أن نرفض فرض العدم .$$

تطبيق (٢٦-٦):

آله أتوماتيكية لتعبئة الأدوية مصممة لملأ العبوة بكمية من الدواء قدرها ٢٠ جرام وإنحراف معياري ٣ جرام . تم سحب عينة حجمها ١٠٠ زجاجة وجد أن متوسط وزنها ١٩ جرام . فهل يعني ذلك أن الآلة تعمل بصورة سليمة ؟
الحل : التطبيق يمثل اختبار للمعنوية .

$$ح (س > ١٩) = (س > \frac{٢٠ - ١٩}{١٠٠ \sqrt{٣}})$$

$$= ح (س > ٣,٣٣) = ١ - ح (س < ٣,٣٣)$$

$$= ١ - ٠,٩٩٩٥ = ٠,٠٠٠٥$$

وحيث أن هذا الاحتمال صغير جداً ، فإن القيمة المشاهدة ١٩ جرام تعد شيئاً نادر الحدوث وعلى ذلك نرفض الفرض بأن الآلة تعمل بصورة سليمة .

تطبيق (٢٦-٧):

يدعى أحد مراكز التدريب أن برنامجه الذي يطبقه على عمال إحدى المنشآت ، يؤدي إلى زيادة متوسط إنتاج العامل إلى ٥٠ وحدة بينما ترفض المنشأة ذلك الادعاء وترى أن متوسط إنتاج العامل باق على حاله وهو ٤٠ وحدة . قام مدير الأفراد بالمنشأة بسحب عينة عشوائية من ٣٦ عاملاً ووجد أن متوسط إنتاج العامل ٤٥ وحدة والمطلوب اختبار فرض المنشأة بأن متوسط إنتاج العامل هو ٤٠ وحدة فقط ، بمستوى معنوية ٠,٠٥ إذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٥ وحدة .

الحل:

$$F_0: S = 50$$

$$F_1: S = 40$$

$$Z = \frac{S - 40}{\sqrt{\frac{40 \cdot 60}{225}}} = \frac{S - 40}{\sqrt{106.67}} = \frac{S - 40}{10.33}$$

$$Z = 1.65 \Rightarrow S = 50.95$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $Z = 1.65$ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٢٦-٨):

تقدم بعض الأطباء لنقاباتهم بشكوى تفيد أن أحد الأدوية الذي يباع بالصيدليات وزنه أقل من المقرر وهو ٢٥ جرام . قامت الجهات الحكومية الصحية بسحب عينة حجمها ٣٦ عبوة من السوق ووجد أن متوسطها ٢٣ جرام . فإذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع هو ٤ جرام ، والمطلوب اختبار فرض الأطباء بمستوى معنوية ١ %

الحل:

$$F_0: S = 25$$

$$F_1: S > 25$$

$$Z = \frac{S - 23}{\sqrt{\frac{25 \cdot 75}{36}}} = \frac{S - 23}{\sqrt{41.67}} = \frac{S - 23}{6.46}$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة (3-) أقل من ط (0,01) = - 2,33 إذن نرفض فرض العدم - ونقبل الفرض البديل . أي أن الأطباء على حق في شكواهم .

٢٦-٩ تحديد حجم العينة:

يوجد عدد كبير من النماذج الخاصة بتحديد حجم العينة وقد سبق توضيح ذلك في الجزء الخاص بحجم العينة في القسم (٢١-٣) . ونعرض فيما يلي نموذجاً لتحديد حجم العينة الذي يجعل احتمالات الأخطاء ثابتة ومحددة بقيمة معينة يقبلها الباحث .

افتراضات النموذج :

- (١) المجتمع كبير ، ويعنى ذلك إمكان تجاهل معامل تصحيح المجتمع المحدود .
 - (٢) المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . ويمكن تجاهل هذا الشرط في الحالات التي ينتج عنها حجم عينة كبير .
 - (٣) تباين المجتمع معلوم .
 - (٤) المطلوب اختبار فرض بسيط $H_0: \mu = \mu_0$: س- = س. - ضد فرض آخر بسيط $H_1: \mu = \mu_1$: س- = س. - ، $\mu_1 < \mu_0$.
- في هذه الحالة يحدد حجم العينة بالصيغة التالية :

$$\sigma (\text{ط م} + \text{ط ك})$$

$$ن = \{ \frac{\quad}{\quad} \}^2$$

$$س١ - س٠$$

تطبيق (٩-٢٦):

في إحدى الدراسات عن أحوال العمالة يراد اختبار الفرض بأن متوسط عدد ساعات العمل في إحدى المهن هو ٨ ساعات ضد ١ دعاء آخر (الفرض البديل) بأن المتوسط هو ٩ ساعات . والمطلوب تحديد حجم العينة الذي يجعل احتمال الخطأ من النوع الأول ٠,٠٥ واحتمال الخطأ من النوع الثاني ٠,١٠ على الترتيب . وذلك علماً بأن الانحراف المعياري في المجتمع ١,٨ .

الحل:

$$١,٨ (١,٢٨ + ١,٦٥)$$

$$٢٨ = \{ \frac{\quad}{\quad} \}^2 =$$

$$٨ - ٩$$

تطبيق (١٠-٢٦):

يدعى البعض أن مرتب خريجي الجامعة من إحدى التخصصات يصل بعد خمس سنوات من الخبرة إلى ٢٠٠ جنيه شهرياً في المتوسط وترفض النقابة المهنية هذا الادعاء وترى أنه في حدود ١٧٥ جنيه شهرياً . يريد أحد الباحثين اختبار الفرض س = ١٧٥ ضد الفرض البديل س = ٢٠٠ بحيث لا يتعدى احتمال الخطأ من النوع الأول ٠,٠٢ واحتمال الخطأ من النوع الثاني ٠,٠٨ كم

يكون حجم العينة اللازم إذا علم أن الانحراف المعياري ٤٥ جنيه .
الحل:

$$n = \frac{\sigma^2 \left(\frac{t_{\alpha/2} + t_{\beta}}{s} \right)^2}{s^2 - s_0^2}$$

$$39 = \frac{2 \left\{ \frac{(1.41 + 2.00) 45}{175 - 200} \right\}^2}{}$$

تطبيق (١١-٢٦):

في اختبار للفرض $H_0: \mu = 15$ جرام ضد $H_1: \mu = 14.5$
المطلوب تحديد حجم العينة اللازم بحيث لا يتعدى احتمال خطأ الرفض ٠,٠١
وا احتمال خطأ القبول ٠,٠٢ وذلك إذا علم أن الانحراف المعياري للمجتمع هو ٩ .

الحل:

$$n = \frac{\sigma^2 \left(\frac{t_{\alpha/2} + t_{\beta}}{s} \right)^2}{s^2 - s_0^2}$$

$$6216 = \frac{2 \left\{ \frac{(2.00 + 2.33) 9}{14.5 - 15} \right\}^2}{}$$

الباب الثالث

أساليب الإستقراء

Techniques of Induction

٢٧ تصنيف أساليب الإستقراء

٢٨ الإستقراء عن التوزيع الإحتمالى Distribution

٢٩ الإستقراء عن المتوسطات Averages

٣٠ الإستقراء عن النسب والمعدلات Ratios and Proportions

٣١ الإستقراء عن التشتت Dispersion

٣٢ الإستقراء عن الارتباط Correlation

٣٣ الإستقراء عن التقدير Prediction

٣٤ الإستقراء حول البيانات Data

الفصل ٣٧

تصنيف أساليب الاستقراء

١-٣٧ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب

٢-٣٧ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات

٣-٣٧ الأساليب المعلمية وغير المعلمية

٤-٣٧ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة

الفصل السابع والعشرون

تصنيف أساليب الإستقراء

أساليب الإستقراء متعددة ومتنوعة ، يصعب جمعها في كتاب واحد ، وهي على أى حال تختلف وتتوعد تبعا للعديد من العوامل ، من المناسب توضيحها . يمكن تصنيف أساليب الإستقراء من منظورات مختلفة ، نعرض أهمها .

٢٧-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب

أ - التقدير (Estimation)

تستخدم غالبا في البحوث الإستكشافية (Exploratory) بهدف تقدير خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية ، معدل البطالة ، معدل الجريمة ، متوسط دخل الأسرة ، الارتباط بين الجريمة والبطالة .

ب - إختبارات الفروض (Hypotheses testing)

تستخدم غالبا في البحوث التوكيدية (Confirmatory) ، بهدف إختبار الفروض حول خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية في المجتمع ٣٠ % ، نسبة المرضى بمعرض معين ١٠ % ، متوسط دخل الأسرة لا يقل عن ٥٠٠

جنیه شهرياً ، يوجد إرتباط طردي قوي بين دخل الفرد وحالته التعليمية،

٣٧-٣ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات:

يتم تقسيم أساليب الإستقراء حسب مستوى القياس للمتغيرات^١ وهى كما يلي مرتبه تنازلياً حسب دقة القياس .

القياس الكمي Quantitative

أ - المستوى النسبي (Ratio) .

ب - المستوى الفترى (Interval) .

القياس الكيفي Qualitative

ج - المستوى الترتيبي (Ordinal) .

د - المستوى الإسمي (Nominal) .

ونؤكد على مايلي :

أ - كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام أساليب إحصائية على مستوى أفضل .

ب - المتغيرات بمستوى قياس معين يمكن التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى وكذا الأساليب الإحصائية المخصصة لمستوى القياس الأقل . وهذا يعطى مزيداً من الوصف والفهم للمتغيرات .

ج - إن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أعلى من مستوى قياس المتغير ،

1 راجع القسم ٣-١

يعد خطأ منطقياً ، كما أن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أقل من مستوى قياس المتغير يعد إهداراً وتضحية بالفرص المتاحة المتمثلة في المعلومات المتضمنة في البيانات المقدمة .

٢٧-٣ الأساليب المعلمية وغير المعلمية

يوجد تقسيم شائع لأساليب الإستقراء إلى أساليب معلمية (Parametric) وأخرى لامعلمية (Non Parametric)، وأساس هذا التقسيم هو مدى توافر بعض الشروط، وفيما يلي نعرض بعض الإيضاحات عن الإحصاءات اللامعلمية .

الإحصاءات اللامعلمية (Non Parametric Statistics)

هي مجموعة جزئية من مجموعة أساليب الإستقراء الإحصائي وهذه المجموعة من الأساليب تعرض بالمراجع بمسميات مختلفة، يشيع منها الإحصاءات اللاتوزيعة Distribution - free statistics واللاشرطية Assumption - free،

١ - الأساليب اللامعلمية تتضمن قدراً قليلاً من الشروط أو الإفتراضات ، غالباً ما تكون متواجدة عملياً كأن يكون المتغير مستمر أو يكون التوزيع متماثل .

أهمية الإحصاءات اللامعلمية ومجالات تطبيقها :

الإحصاءات اللامعلمية لها أهمية كبيرة في البحوث بصفة عامة وفي البحوث الإجتماعية بصفة خاصة ، حيث تزداد مجالات تطبيقها نظراً لطبيعة

الظواهر الإجتماعية وخاصة ما يتعلق بمستويات القياس لهذه الظواهر والتي يغلب عليها الطابع الكيفي . وهناك على أي حال أسباب متعددة تضيف مزيداً من الأهمية لهذه الأساليب وتزيد من مجالات تطبيقها .

أولاً : هناك حالات لا يتوفر لها أسلوب معلمي Parametric

ويصبح معه الأسلوب اللامعلمي Non Parametric هو الوحيد المتاح إستخدامه .

١ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الإسمي (Nominal Scale) .

٢ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الترتيبي (Ordinal Scale) .

٣ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكمية أي على المستوى الفئري (Interval) أو النسبي (Ratio) - وذلك في حالة عدم توفر الشروط والإفتراضات الأخرى اللازمة للأساليب المعلمية .

٤ - حالات الإستقراء التي لا تتعلق صراحة بمعالم المجتمع (Parameters) كالإختبارات العشوائية (Randomness) والقيم المتطرفة (Qutliers) والاتجاهات (Trends) وشكل التوزيع .

٥ - الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً جداً ، ستة وحدات فأقل مثلاً .

ثانياً : الحالات التي يتوفر لها أساليب معلمية :

ورغم ذلك نلجأ إليها

- ١- بساطة البناء النظري للإختبارات اللامعلمية ، وسهولة الحصول على توزيع العدم الحقيقي (Exact Null Distribution) .
- ٢- الأساليب اللامعلمية أكثر سهولة وبساطة وسرعة وأقل تكلفة من الأساليب المعلمية ، في معظم الحالات .
- ٣ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية فإن نتائجها تكون أكثر ثباتاً أو أقل حساسية (Sensitive) من الأساليب المعلمية - إزاء التغيرات في الظروف المحيطة أو الإفتراضات التي يعتمد عليها .
- ٤ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية - فإن - إحتمال إستخدامها بصورة خاطئة يكون أقل منه في حالة إستخدام الأساليب المعلمية .
- ٥ - يمكن تعويض النقص في كفاءة الأساليب اللامعلمية بزيادة حجم العينة . وهناك كثير من الإختبارات لها كفاءة كبيرة وتكاد تساوي الإختبارات المعلمية . وبصفة خاصة ، فإن كفاءة الإختبارات اللامعلمية بالنسبة إلى المعلمية عالية في حالة العينات الصغيرة ، عندما يكون حجم العينة أصغر من عشر وحدات مثلاً. هذا وأن كانت الكفاءة النسبية تقل بزيادة حجم العينة فإنه من الناحية الأخرى فإن الكفاءة النسبية لا تصبح عاملاً هاماً في العينات الكبيرة .

٢٧-٤ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة

(أهداف البحث)

تختلف أساليب الإستقراء حسب الخواص المستهدفة من الدراسة والبحث ، ومن ذلك : شكل التوزيع ، المتوسطات ، النسب ، التشتت ، الارتباط، التقدير ، ... إلخ .

الفصل ٢٨

الاستقراء عن التوزيع الاحتمالي

Distribution

٢٨-١ اختبار جودة التوفيق

٢٨-١-١ أهمية اختبار جودة التوفيق

٢٨-١-٢ اختبار كا^٢

٢٨-١-٣ اختبار كولوجوروف

٢٨-١-٤ اختبار ليليفورز

٢٨-٢ مقارنة توزيعان

٢٨-٢-١ اختبار كا^٢

٢٨-٢-٢ اختبار سميرنوف

٢٨-٣ مقارنة عدة توزيعات

٢٨-٣-١ اختبار كا^٢

الفصل الثامن والعشرون

الاستقراء عن التوزيع الإحتمالي

Distribution Probability

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الإحصائية الهامة، وهي عن التوزيع الإحتمالي . وهذه المجموعة كلها تعد من الإختبارات اللامعلمية Nonparametric، وهي تشكل أهدافا أساسية فى البحث العلمى ، وعموما يتم تقسيمها إلى المجموعات التالية:

- ١ - شكل التوزيع ، وتشمل مجموعة من الإختبارات عن شكل توزيع المجتمع، وتسمى عادة إختبارات جودة التوفيق .
- ٢ - مقارنة توزيعان ، لإختبار التماثل بين توزيعي مجتمعين .
- ٣ - مقارنة عدة توزيعات ، لإختبار التماثل بين التوزيع لعدة مجتمعات (ثلاث فأكثر) .

٢٨-١ إختبارات جودة التوفيق

Tests Goodness of fit:

٢٨-١-١ أهمية إختبارات جودة التوفيق Goodness of fit

الغرض من هذه الإختبارات هو الوصول إلى تقرير عن طبيعة التوزيع الإحتمالي لمجتمع إستناداً إلى مجموعة من المشاهدات من عينة عشوائية .

إن معرفة شكل التوزيع الإحتمالي للمجتمع محل الدراسة يعد من الأمور الهامة عند إجراء التحليل الإحصائي أو الرياضي ، وتبدو أهمية ذلك على الأخص فيما يلي .

١ - الأساليب البارامترية للاستقراء ، سواء كان ذلك في تقدير معالم المجتمع أو إختبارات الفروض - تعتمد على إفتراضات منها شكل التوزيع ، كإفتراض أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي مثلاً .

٢ - النماذج الرياضية المعقدة ، خاصة التي تحوي عدد كبير من المتغيرات ، يصبح من الممكن تبسيطها والتعامل معها في حالة معرفة شكل التوزيع للمتغيرات كلها أو بعضها مثال ذلك نماذج صفوف الإنتظار Queueing models حيث يشترط بعضها أن يكون وقت أداء الخدمة يتبع التوزيع الأسّي Exponential .

٣ - إن معرفة شكل التوزيع يؤدي إلى سهولة الحصول على المعلومات عن الظاهرة أو المتغير كالمعلومات المتعلقة بالإحتمالات وخواص الظاهرة كالمتوسط الحسابي والتشتت وغيرها - كما يمكن إستخدام الجداول الإحصائية المتاحة عن التوزيعات الإحتمالية ، مما يمكن من الحصول على المعلومات بمجرد النظر إلى هذه الجداول .

■ إن الحالة المثالية تتطلب أن يكون شكل التوزيع المفترض للمجتمع محدداً بصورة كاملة ، شاملة لكامل معالمه ؛ وخلاف ذلك نلجأ إلى تقدير المعالم غير المحددة من بيانات العينة .

وعلى أي حال فإن الفرض البديل يكون غير معين^١ ، ويقضي بأن توزيع

1 راجع القسم ٢٣-١

المجتمع لا يتبع التوزيع المفترض . وعلى ذلك فإن رفض فرض العدم لا يعطينا أي معلومات عن شكل توزيع المجتمع ، خلاف أنه ليس التوزيع المفترض والمرفوض .

■ إن اختبارات جودة التوفيق تكون مفيدة عندما يحصل الباحث على تأكيد إحصائي لتوزيعه المفترض وذلك بقبول فرض العدم¹ .

ونعرض فيما يلي ثلاث إختبارات هامة في هذا المجال وهى :

١ - إختبار كا^٢ (١٩٠٠) .

٢ - إختبار كولموجوروف (١٩٣٣) .

٣ - إختبار ليليفورز (١٩٦٧) .

وبعد إختبار ليليفورز حالة خاصة لإختبار كولموجوروف وعليه يمكن عرض بعض ملاحظات تفيد فى المقارنة بين إختبار كا^٢ وإختبار كولموجوروف .

١ - كلاهما يعد من الإختبارات اللابارامترية ، والتي تتطلب قدراً قليلاً من الشروط .

٢ - لا يتطلب إختبار كا^٢ أية شروط من شكل توزيع المجتمع بينما يشترط إختبار كولموجوروف أن يكون توزيع المجتمع مستمراً .

٣ - يمكن إستخدام إختبار كولموجوروف مع أي حجم عينة ، بينما يشترط إختبار كا^٢ حدوداً دنياً لذلك .

٤ - يشترط إختبار كا^٢ أن تكون البيانات فى صورة توزيع تكراري ، بينما لا يشترط إختبار كولموجوروف ذلك ، ونتيجة لذلك يمكنه التعامل مع البيانات

1 راجع القسم ٢٣-٦

- الأصلية وإستخدام كافة المعلومات المتاحة دون تحويلها .
- ٥ - يشترط إختبار كولموجوروف أن يحدد الفرض توزيع المجتمع بصورة كاملة ، أي شكل التوزيع وكل معالمه ، دون اللجوء إلى تقديرها من بيانات العينة ، إختبار كا^٢ يمكن إستخدامه في هذه الحالات .
- ٦ - إختبار كولموجوروف - إختبار حقيقي حتى في حالة العينات الصغيرة ، بينما إختبار كا^٢ يستخدم توزيع كا^٢ وهو يعد توزيع تقريبي للتوزيع الحقيقي لإحصاء الإختبار .
- ٧ - هناك إعتقاد عام بأن إختبار كولموجوروف قد يكون أكبر قوة من إختبار كا^٢ وذلك في معظم الحالات .

٢٨-١-٢ إختبار كا^٢ Chi-Squared test

يعد أقدم إختبار لجودة التوفيق. قدمه العالم بيرسون Peorson عام ١٩٠٠ .

الافتراضات: عينة عشوائية لمتغير في جدول تكراري، مستوى قياسه اسمي .

الفرض : ف . : ح(س) = ح* (س)

ف ١ : ح(س) ≠ ح* (س)

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحسابية في الجدول الآتي :

الفئات	التكرار المشاهد ك	الاحتمال المفترض ح*	التكرار المتوقع ك-ن ح*	ك / ٢ ك -
١	ك _١			
٢	ك _٢			
م	ك _م			
	ن			

ح* = الإحتمال المفترض للفئة المناظرة .

$$ك- = ن ح* \quad (١-٢٨)$$

إحصاء الاختبار :

$$ص = مج (ك - ك-) / ٢ ك- \quad (٢-٢٨)$$

$$= مج ك / ٢ ك- - ن \quad (٣-٢٨)$$

وفي حالة التوزيع المنتظم تكون ك رقم ثابت وتصبح الصيغة .

$$ص = \frac{١}{ك-} مج ك - ن \quad (٤-٢٨)$$

توزيع المعاينة :

إن التوزيع الحقيقي للإحصاء ص يصعب التعامل معه ، ويستخدم كتقريب له في حالة العينات الكبيرة توزيع كا ٢ بدرجات حرية م - ١ .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية α إذا كان .

$$T < T_{\alpha}^{(1)} \quad (1-\alpha)$$

وخلاف ذلك نقبل الفرض

ملاحظات :

- ١ - إذا كان التوزيع المفترض غير محدد تماماً - نلجأ إلى تقدير المعالم من بيانات العينة . وفي هذه الحالة فإن درجات الحرية تتقصر بقدر عدد المعالم المقدرة (وليكن l) لتصبح درجات الحرية $m - l - 1$.
- ٢ - إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ ، حسب رأي البعض) يفضل إدماج الفئات مع بعضها وذلك حتى لا يبعد توزيع χ^2 عن التوزيع الحقيقي للإحصاء خاصة في الحالات التي يكون فيها عدد التكرارات المتوقعة الصغيرة ، كبيراً .

تطبيق (٢٨-١):

الجدول التالي يعرض ٢٠٠ أسرة عدد أطفالها خمس ، وقد تم إختيارها عشوائياً ويوضح الجدول عدد الأولاد الذكور . هل يتفق ذلك مع نظرية علماء الوراثة والتي تقضي أن هناك احتمال متساو لأن يكون المولود ذكراً أو أنثى وأن جنس المولود مستقلاً عن أي مولود آخر .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الأسر	٦	٣٦	٥٨	٦٦	٢٥	٩

الحل :
فرض العدم والمطلوب إختباره ، يمكن صياغته ليكون : عدد الذكور في الأسرة يتبع توزيع ذي الحدين بإحتمال قدره $1/2$.

عدد الأولاد س	عدد الأسر ك	الاحتمال ح [*] (س)	التكرار المتوقع ك-ن = ح [*] ن	ك ² ————— ك-
٠	٦	٢٢/١	٦,٢٥	٥,٧٦٠
١	٣٦	٣٢/٥	٣١,٢٥	٤١,٤٧
٢	٥٨	٣٢/١٠	٦٢,٥٠	٥٢,٨٢
٣	٦٦	٣٢/١٠	٦٢,٢٥	٦٩,٦٩٦
	٢٠٠	١	٢٠٠	٢٠٣,٧١

$$ح^* (س) = \binom{ن}{س} ق^س ك^{ن-س} = \binom{٥}{س} (١/٢)^س$$

$$ص = مج \frac{ك^2}{ك-} - ن = ٢٠٣,٧١٢ - ٢٠٠ = ٣,٧١٢$$

$$كا٢م - ١ = (٠,٩٥) = كا٢٥ = (٠,٩٥) = ١١,٠٧$$

لا يوجد مبرر لرفض فرض العدم .

تطبيق (٢٨-٢):

تم سحب مجموعة من الأرقام مدونة في إحدى صفحات دليل التليفون (مع إستبعاد الأرقام الثابتة المتكررة) ، ولدراسة ما إذا كانت هذه الأرقام عشوائية

تم أعداد جدول يوضح عدد مرات تكرار كل رقم من صفر إلى ٩ .
والمطلوب : إختبار ما إذا كانت الأرقام عشوائية بمستوى معنوية ٠.٥ .

الرقم	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار	١٨	١٨	١٨	١١	١١	١٥	٢١	١٤	١٨	٩

الحل :

يمكن صياغة فرض العدم على الصورة : إحتمال ظهور الأرقام متساو أي
بافتراض أن التوزيع منتظم ، وإحتمال ظهور أى رقم $10/1 = 0.1$

ويكون ك- ثابت وهو $10/1$ (ن) $10/1 = 0.1$ $10,3 = 10,3$.

ولذا نستخدم الإحصاء :

$$\text{ص} = (1/1 - \text{مج ك} - \text{ن})$$

$$\text{مج ك} = 2481$$

$$\text{ص} = (10,3 / 1) (2481 - 10,3) = 9,107$$

$$\text{كا} = (0,95) \text{ كا} = (0,95) 16,92 = 16,92$$

إذن : لا يوجد دليل كاف لرفض الفرض بأن الأرقام عشوائية .

تطبيق (٢٨-٣):

من أحد الجداول العشوائية تم سحب عينة من ٥٠ رقم ذو حدين وفيما

يلي بيان بها ، والمطلوب بيان ما إذا كانت هذه العينة عشوائية .

٢٥	٢٩	٧٣	٩٩	٧٧	٥١	٨٨	٩٦	٩٢	٣٣
٥٩	٧٤	٠٧	٣٥	٣٤	٨٥	٩٠	٣٩	١٥	٦١
٦٠	٥٥	٨١	٥٢	٩٣	٤٨	١٠	٤٦	٩٧	٤٣
٣٠	٧٦	١٢	٣٨	٧٠	٦٨	٩٥	٧١	٣٦	٦٣
٣١	١٤	٣١	٥٤	٠٣	٢١	٢٣	٦٦	١٦	١٨

الحل :

إذا كانت الأرقام (من حدين) عشوائية ، فإنه إذا ما تم تبويبها في فئات عددها ١٠ وتغطي المدى من صفر إلى ٩٩ ، فإنها يجب أن تتفق مع التوزيع المنتظم

ويصبح الفرض :

ف٠ : أزواج الأرقام المشاهدة تتوزع منتظمة على عشرة فئات منتظمة مداها (٠ - ٩٩) .

ف١ : أزواج القيم لا تتوزع بطريقة منتظمة.

وباعتبار الفرض صحيحاً فإن احتمال ظهور رقم في أي فئة يساوي ١٠/١ .

التكرار المتوقع (١٠/١) (٥٠) = ٥

وبخصوص التكرار المشاهد ، فإننا نقوم بإعداد توزيع تكراري ويمكن عرضه

بالجدول التالي :

الفئات	ك	ك٢
٩ - ٠	٢	٤
١٩ - ٠.١	٦	٣٦
٢٩ - ٢.٠	٤	١٦
٢٩ - ٣.٠	٩	٨١
٤٩ - ٤.٠	٣	٩
٥٩ - ٥.٠	٥	٢٥
٦٩ - ٦.٠	٥	٢٥
٧٩ - ٧.٠	٦	٣٦
٨٩ - ٨.٠	٣	٩
٩٩ - ٩.٠	٧	٤٩
	٥٠	٢٩٠

ص = مج ك٢ / ك - ن = ٢٩٠ / ٥ - ٥٠ = ٨
 كا٢م - ١ (١ - م) = كا٢ = (٠,٩٥) = ١٦,٩
 إذن لا يوجد ما يبرر رفض الفرض بأن العينة العشوائية .

تطبيق (٤-٢٨):

البيانات التالية تمثل درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة تم إختيارها عشوائياً ، والمطلوب إختبار ما إذا كانت هذه الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

٤٣	٥٧	٣١	٧٣	٦٤
٦١	٥٤	٢٩	٤٤	٧٧
٥٨	٦٥	٨١	٦١	٢٤
٣٦	٦٢	٣٢	٥٦	٤٠
٥٨	٤٣	٢٣	٦٦	٥٨
٢٧	٧٤	٩٣	٣٧	٨٧
٣٣	٥٤	٦٨	٤٨	٤٢
٣٣	٥٤	٦٨	٥٧	٣٥
٢٣	٧٥	٨٩	٥٩	٧٠
٣٣	٤٨	٥٨	٩٧	٣٠

الحل :

التوزيع الطبيعي له معلمتان المتوسط والتباين ، وهما غير محددتان في الفرض، ويلزم تقديرهما .

ويمكن عرض الخطوات كما يلي :

١ - تبويب البيانات في فئات :

للتسهيل يمكن التقسيم إلى أربع فئات متساوية كما يلي :

الدرجات	ك
٤٠-٢٠	١٢
٦٠-٤٠	١٨
٨٠-٦٠	١٥
١٠٠-٨٠	٥
	٥٠

٢ - نقدر معالم المجتمع : المتوسط س-- والتباين σ^2 .

وذلك باستخدام متوسط وتباين ، العينة س ، عـ٢

الدرجات	ك	س	س ك	س ^٢ ك
٤٠-٢٠	١٢	٣٠	٣٦٠	١٠٨٠٠
٦٠-٤٠	١٨	٥٠	٩٠٠	٤٥٠٠٠
٨٠-٦٠	١٥	٧٠	١٠٥٠	٧٣٥٠٠
١٠٠-٨٠	٥	٩٠	٤٥٠	٤٠٥٠٠
	٥٠		٢٧٦٠	١٦٩٨٠٠

$$\bar{S} = \frac{\sum S \cdot K}{N} = \frac{2760}{50} = 55,2$$

$$E_2 = (1/N - 1) [\bar{S}^2 - \frac{\sum S^2 \cdot K}{N}]$$

$$356,082 = [50 / (2760) - 169800] 49 / 1 =$$

$$18,87 = 356,082 \sqrt{\quad} = \text{ع}$$

٣ - حساب التكرارات المتوقعة:

باستخدام القيم المقدرة للمعالم س- ، ع نقوم بحساب التكرارات المتوقعة في كل فئة بالجدول التكراري ، وكذا للقيم المتطرفة .

الدرجات	الحد الأعلى للفئة	س	ح (س/)	ح	ك
٢٠ >	٢٠	١,٨٦٥-	٠,٠٣	٠,٠٣	١,٥
٢٠-٤٠	٤٠	٠,٨٠٦-	٠,٢١	٠,١٨	٩,٠
٤٠-٦٠	٦٠	٠,٢٥٤	٠,٦٠	٠,٣٩	١٩,٥
٦٠-٨٠	٨٠	١,٣١٤	٠,٩١	٠,٣١	١٥,٥
٨٠-١٠٠	١٠٠	٢,٣٧٤	٠,٩٩	٠,٠٨	٤,٠
١٠٠ ≤				٠,٠١	٠,٥

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \text{س}^-}{\text{ع}} \text{ هي الدرجة المعيارية، والقيمة الأولى كمثال:}$$

$$1,865 - = \frac{55,2 - 20}{18,87} =$$

ح* (س) هي قيمة الاحتمال المتجمع من جدول التوزيع الطبيعي .

ح* احتمال أن يقع المتغير في الفئة المناظرة - ويتم الحصول عليها بالطرح المتتالي من قيم الاحتمال المتجمع .

ك- = ٥٠ ح* ويمثل التكرار المتوقع بالفئة .

٤ - حساب إحصاء الاختبار ص :

إدماج الفئات :

بالنسبة للفئات التي يكون فيها التكرار المتوقع صغيراً يجب إدماجها في الفئات المجاورة لها وبعد ذلك يتم حساب الإحصاء ص .

الفئات	ك	ك-	ك/٢ ك-
>٤٠	١٢	١٠,٥	١٣,٧١٤
٤٠-٦٠	١٨	١٩,٥	١٦,٦١٥
٦٠-٨٠	١٥	١٥,٥	١٤,٥١٦
٨٠-١٠٠	٥	٤,٥	٥,٥٥٥
			٥٠,٤٠٠

$$\text{ص} = \frac{\sum \frac{K^2}{N} - N}{K-1}$$

$$= ٥٠ - ٥٠,٤٠٠ = ٠,٤٠٠$$

$$\chi^2_{١-٠,٩٥} = (٠,٩٥) \chi^2_{١-٠,٩٥} = (٠,٩٥) \chi^2_{١-٠,٩٥} = ٣,٨٤١$$

لا يوجد ما يبرر رفض فرض العدم بأن الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي .

٢٨-١-٣ اختبار كولموجوروف:

قدمه كولموجوروف Kolmogorov عام ١٩٣٣ كمنافس لاختبار كا ٢ لاختبار جودة التوفيق حول توزيع المجتمع ح (س) . ويطلق على هذا الاختبار غالباً اختبار كولموجوروف - سمير نوف لعينة واحدة ، نظراً للتشابه بين اختبار كولموجوروف واختبار سمير نوف (٢-٢-٢) .

الإفترضات:

- ١- مستوى قياس المتغير ترتيبى.
 - ٢- العينة عشوائية.
 - ٣- التوزيع المفترض ح* (س) مستمر.
 - ٤- التوزيع المفترض محدد تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة.
- في حالة عدم توفر أي من الشرطين الأخيرين ، فإن الاختبار يكون متحفظاً ، بمعنى أن مستوى المعنوية الحقيقي يكون على الأكثر مساوياً لمستوى المعنوية الاسمي.

الفرض (١):

$$ف٠ : ح (س) = ح* (س)$$

$$ف١ : ح (س) - ح* (س)$$

إحصاء الاختبار:

هو أكبر قيمة للفرق بين ح* (س) ، ح (س)

$$ص = أكبر ح (س) - ح* (س) \quad (٢٨-٥)$$

حيث ح (س) هى التوزيع الإحتمالى للمجتمع والمحسوب من بيانات العينة.

توزيع المعاينة:

يوجد توزيع خاص للإحصاء أعلاه ، يسمى توزيع إحصاء كولموجوروف - وله جداول خاصة - كنموذج لها جدول - ١٧ من الجداول الإحصائية الملحقه. ويعد هذا التوزيع - هو التوزيع الحقيقي للإحصاء في حالة ما إذا كان التوزيع المفترض ح* (س) مستمراً . وخلاف ذلك فإن الجداول تعطي قيم تقريبية (١.١).

قاعدة القرار:

نرفض فرض العدم بمستوى معينة هـ إذا كانت قيمة الإحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كولموجوروف لعينة حجمها ن ، أي إذا كان:
ص < كن (١ - م)

تطبيق (٢٨-٥):

في دراسة لتنظيم أحد مراكز خدمة المرضى ، كان الإهتمام بوصف كيفية ورود المرضى على المركز - تم ملاحظة عينة من ١٠٠ ساعة وتسجيل معدل ورود المرضى في الساعة . وفي هذه البيانات تم عرض التوزيع التكراري الموضح أدناه . والمطلوب اختبار فرض أن معدل ورود المرضى يتبع توزيع بواسون.

عدد المرضى في الساعة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
التكرار	٣٠	٢٥	١٥	١٢	٥	٦	٢	١	٠	٠	٤	١٠٠

الحل:

الإختبار المناسب هو إختبار كولموجوروف . نحسب متوسط معدل ورود
المرضى في الساعة = _____ = ٢ . وبالرجوع لجدول ٩ -
توزيع بواسون حيث م = ٢ يمكن الحصول مباشرة على التوزيع الإحتمالي.

س	ل	الإحتمال		الإحتمال المتجمع	
		المشاهد ح(س)	براسون ح(س)	المشاهد ح(س)	براسون ح(س)
٠	٣٠	٠,٣٠	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١٤
١	٢٥	٠,٢٥	٠,٢٧	٠,٥٥	٠,٤١
٢	١٥	٠,١٥	٠,٢٧	٠,٧٠	٠,٦٨
٣	١٢	٠,١٢	٠,١٨	٠,٨٢	٠,٨٦
٤	٥	٠,٠٥	٠,٠٩	٠,٨٧	٠,٩٥
٥	٦	٠,٠٦	٠,٠٤	٠,٩٣	٠,٩٩
٦	٢	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٩٥	١,٠٠
٧	١	٠,٠١	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠
٨	٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠
٩	٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٩٦	١,٠٠
١٠	٤	٠,٠٤	٠,٠٠	١,٠٠	١,٠٠
	١٠٠	١	١		

قيمة الإحصاء المشاهد = ٠,١٦ .

بالرجوع لجدول ١٧ (توزيع كولموجوروف) وعند الإحتمال ٠,٩٥ ، ن = ١٠٠

$$\text{نجد أن القيمة الحرجة} = \frac{1,36}{\sqrt{100}} = 0,136$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة ، لذا نرفض فرض العدم ، أي نرفض إعتبار أن ورود المرضى على مركز الخدمة يتبع توزيع بواسون.

٢٨-١-٤ اختبار ليليفورز Lilliefors

قدمه ليليفورز Lilliefors عام ١٩٦٧ لاختبار فرض التوزيع الطبيعي عندما تكون معالم المجتمع (المتوسط والتباين) مجهولين.

ان اختبار كولموجوروف - يتطلب كما سبق ذكره أن يكون التوزيع المفترض محدداً تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة - وخلاف ذلك يكون الاختبار متحفظاً . هذا بخلاف اختبار ك.ا. فهو مرن بدرجة تسمح بتقدير بعض المعالم من بيانات العينة.

وقد تم تعديل اختبار كولموجوروف ليسمع بذلك أيضاً . أن احصاء الاختبار يظل كما هو ، ولكن الجداول التي تستخرج منها القيم الحرجة تختلف عنها - كما تختلف من توزيع لآخر.

الفرض:

ف٠ : المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي

ف١ : المجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي

احصاء الاختبار

$$\text{ص} = \text{أكبر} | \bar{X} - \text{ح} | * \text{س} | \text{ (٢٨ - ٦)}$$

وهو مماثل لاحصاء اختبار كولموجوروف والفرق هو أننا نستخدم هنا الدرجات المعيارية س بدلاً من س.

$$(٧) \quad S = \frac{S - S_{-}}{E} \quad (٢٨ -)$$

حيث س- ، ع هما تقديرا المتوسط الحسابي والتباين من بيانات العينة.

توزيع المعاينة:

الاحصاء أعلاه يتبع توزيع ليليفورز لاختبار التوزيع الطبيعي ، بحجم عينة ن - وهناك جداول لهذا التوزيع (جدول - ١٨ بالجداول الاحصائية الملحقه) تغطي معظم الحالات العملية.

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية مـ إذا كانت قيمة الاحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع ليليفورز الطبيعي لعينة حجمها ن ، أي إذا كان: ص < لن (١ - مـ)

تطبيق (٢٨-٦)

في أحد الدراسات الخاصة بالذكاء أجرى اختبار لمجموعة من الأشخاص ، وسجل العمر العقلي لكل منهم (بالشهر) كما يظهر بالبيان التالي:

93	87	108	100	93	99
114	95	106	81	87	89
95	113	111	114	93	108

فهل يتفق ذلك مع النظريات التي تقرر أن العمر العقلي يتبع التوزيع الطبيعي بمستوى معنوية ٥.٠ %

الحل:

ف٠ : توزيع المجتمع طبيعي

ف١ : التوزيع ليس طبيعي

اختبار ليليفورز هو الاختبار المناسب

الخطوات:

١- تقدير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

$$س = ٩٩,٢٢$$

$$ع = ١٠,٤٤$$

٢- ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً كما هو واضح بالجدول (س)

$$٣- تحول القيم إلى درجات معيارية س = \frac{س - س^-}{ع}$$

٤- بحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي لبيانات العينة ح (س)

٥- بدون التوزيع الاحتمالي الطبيعي : ح (س > س) من جدول التوزيع الطبيعي.

٦- بحسب الاحصاء وهو أكبر فرق بين الاحتمال المتوقع (المفترض) والمشاهد

$$ص = أكبر | ح (س) - ح * (س) | = ٠,١٥٥$$

بالرجوع لجدول احصاء ليليفورز الطبيعي ، جدول ١٨ من الجداول الاحصائية الملحقه ، نجد أن:

$$L_{(1-\alpha)} = (0.95)_{18} = 0.200$$

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، ويظل فرض التوزيع الطبيعي قائماً.

العمر العقلي س	الدرجات المعيارية س	ح / (س)	ح (س)	الفرق
٨١	١,٧٥-	٠,٠٦٥	٠,٠٤١	٠,٠١٥
٧٨	١,١٧-	٠,١١١	٠,١٢١	٠,٠١٠
٧٨	١,١٧-	٠,١٦٧	٠,١٢١	٠,٠٤٦
٩٨	٠,٩٨-	٠,٢٢٢	٠,١٦٤	٠,٠٥٨
٩٣	٠,٦-	٠,٢٧٨	٠,٢٧٤	٠,٠٠٤
٩٣	٠,٦-	٠,٣٣٣	٠,٢٧٤	٠,٠٥٩
٩٣	٠,٦-	٠,٣٨٩	٠,٢٧٤	٠,١١٥
٩٥	٠,٤-	٠,٤٤٤	٠,٣٤٥	٠,٠٩٩
٩٥	٠,٤-	٠,٥٠٠	٠,٣٥٤	٠,١٥٥
٩٩	٠,٢٠-	٠,٥٥٦	٠,٤٩٢	٠,٠٦٤
١٠٠	٠,٧	٠,٦١١	٠,٥٢٨	٠,٠٨٣
١٠٦	٠,٦٥	٠,٦٦٧	٠,٧٤٢	٠,٠٧٥
١٠٨	٠,٨٤	٠,٧٢٢	٠,٨٠٠	٠,٠٧٨
١٠٨	٠,٨٤	٠,٧٧٨	٠,٨٠٠	٠,٠٢٢
١١١	١,١٣	٠,٨٣٣	٠,٨٧١	٠,٠٣٨
١١٣	١,٣٢	٠,٨٨٩	٠,٩١٧	٠,٠١٨
١١٤	١,٤١	٠,٩٤٤	٠,٩٢١	٠,٠٢٣
١١٤	١,٤٤	١,٠٠٠	٠,٩٢٥	٠,٠٧٥

٢٨-٢ مقارنة توزيعان:

يوجد عدد كبير من الإختبارات يستخدم لمقارنة التوزيعات ، والكثير منها معروض في هذا الكتاب مثل إختبار - ت وإختبار مان وتسي وإختبار

ولكوكسون ، غير أن هذه الإختبارات حساسة إزاء الفرق بين المتوسطات ولا تكشف عن الفروق الأخرى كالفرق في التشتت مثلاً . والإختبارات التي تقدم في هذا الفصل تعد أفضل فهي حساسة إزاء المتوسطات وأيضاً إزاء التشتت ، أي أنها مقارنة للتوزيع بأكمله ، ولذا تسمى إختبارات عامة لمقارنة توزيعي عينتين . Generail two-Sample distribution كما يطلق عليها أيضاً إختبارات جودة التوفيق لعينتين Two Sample goodness-of- fit tests بحيث أنها تقيس مدى التوافق Compatability بين التوزيعين وذلك بين عينتين . ونعرض فيما يلي إختباران مهمان تعد بمثابة إمتداد لإختبارات جودة التوفيق لعينة والسابق عرضها:

- 1 إختبار كا².

- 2 إختبار سمير نوف.

٢٨-٢-١ إختبار كا²

يستخدم لإختبار تماثل توزيعي مجتمعين وذلك إستناداً إلى عينتين عشوائيتين.

الإفتراضات:

- 1 عينتان عشوائيتان ومستقلتان.

- 2 مستوى قياس المتغير إسمي.

الفروض:

ف٠ : التوزيعان متماثلان.

ف١ : التوزيعان غير متماثلان.

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحسابية كما يلي:

الفئات	عينة ١	عينة ٢	المجموع
١	ك _{١١}	ك _{٢١}	ك _{٠١}
٢	ك _{٢٢}	ك _{٢٢}	ك _{٠٢}
م	ك _{١م}	ك _{٢م}	ك _{٠م}
المجموع	ك _{١٠}	ك _{٢٠}	ن

إحصاء الاختبار

$$\text{ص} = \text{مجب} (ك - ك - ٢) / ك - (٨-٢٨)$$

حيث ك هي التكرارات الفعلية

ك التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة.

$$\text{ك ر ل} = \frac{(ك ر) (ك ل)}{ن} \quad (٩-٢٨)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع χ^2 بدرجات حرية $m - 1$ ، أي إذا كان:
ص < $\chi^2_{m-1} (1 - \alpha)$ - م-

وكما سبق ذكره في اختبار χ^2 لجودة التوفيق (2-1-1) فإنه إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من 5 حسب رأي الكثيرين) فإنه يفضل إدماج الفئات مع بعضها.

على أنه يجب ملاحظة الحالة الخاصة عندما يكون عدد الفئات 2 فقط - حيث لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . وقد اقترح بيتز Yates إجراء تصحيح يسمى < تصحيح بيتز الإستمراريه > Yates' Correction for Continuity وذلك في حالة وجود أية تكرارات متوقعة صغيرة . وتصبح صيغة الإحصاء.

$$\text{ص} = \text{مج} - \left(\text{ك} - \text{ك} - 0.5 \right) / 2 \quad (28-10)$$

تطبيق (28-7):

في دراسة لتشغيل النساء في الصناعة ، كان من بين الإهتمامات اختبار الفرض بأن توزيع عدد أيام الغياب عن العمل للنساء المتزوجات يختلف معنوياً عن توزيع غياب النساء غير المتزوجات ، وقد تم جمع البيانات عن عام كامل لعينتين مستقلتين ، وتظهر كما في التوزيع التالي:
والمطلوب : اختبار فرض تماثل التوزيعان بمستوى معنوية 0.05 %

التكرار		عدد أيام الغياب
غير المتزوجات	المتزوجات	
١٣٠	٦٠	٣ - ٠
٥٠	٢١	٧ - ٤
١٠	١١	١١ - ٨
٦	٤	١٥ - ٢١
٤	٣	١٩ - ١٦
٠	١	٢٠ فأكثر
٢٠٠	١٠٠	

الحل:

س	ك _١ (ك _١)	ك _٢ (ك _٢)	المجموع
٣ - ٠	٦٠ (٦٣,٣٣٣)	١٣٠ (١٢٦,٦٦٧)	١٩٠
٧ - ٤	٢١ (٢٣,٦٦٦)	٥٠ (٤٧,٣٣٣)	٧١
١١ - ٨	١١ (٧,٠٠٠)	١٠ (١٤,٠٠٠)	٢١
١٥ - ١٢	٤ (٣,٣٣٣)	٦ (٦,٦٦٧)	١٠
١٩ - ١٦	٣ (٢,٣٣٣)	٤ (٤,٦٦٧)	٧
٢٠ فأكثر	١ (٠,٣٣٣)	٠ (٠,٦٦٧)	١
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠

$$\frac{\chi^2(ك-1)}{ك} = \text{قيمة إحصاء الاختبار ص}$$

$$0.340 = \frac{\chi^2(40.34)}{5.334} + 0.00 + \frac{\chi^2(63.666-21)}{63.444} + \frac{\chi^2(63.666-10)}{63.332} =$$

ومن جدول ٥ - توزيع كا^٢ وباستخدام درجات حرية م - ١ = ٥ - ١ = ٤ (حيث تم دمج الفئتان الأخيرتان).

$$كا^2(0.95) = 9.488$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن التوزيعان متماثلان.

تطبيق (٢٨-٨)

في دراسة مقارنة بين المدارس الخاصة والعامة ، كان من بتود الدراسة مقارنة التحصيل الدراسي في أحد الإختبارات ، وقد تم إختيار عينة عشوائية من كل مجموعة ، وظهرت البيانات كما في الجدول التالي.

والمطلوب : إختبار ما إذا كان توزيع الدرجات واحد في المدارس الخاصة والعامة بمستوى معنوية ١. %

الدرجات المدارس	٥٠-٠	٧٠-٥٠	٨٠-٧٠	١٠٠-٨٠	
الخاصة	٦	١٤	١٧	٩	٤٦
العامة	٣٠	٣٢	١٧	١٣	٨٢
	٣٦	٤٦	٣٤	١٢	١٢٨

الحل:

التكرار المتوقع:

١٢,٩	١٦,٥	١٢,٢	٤,٣
٢٣,١	٢٩,٥	٢١,٨	٧,٧

$$\text{ص} = ٥,١٤ + ١,٨٦ + ٠,٣٨ + ٣,٦٩$$

$$+ 2.06 + 0.21 + 1.06 + 2.87 = 17.3$$

$$\text{كا} (١-٢) (١-٣) (١-٤) (١-٥) = ٢٣ (٠,٩٩) = ١١,٣$$

نرفض الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١.

نلاحظ أن مستوى المعنوية الفعلي أقل من ٠,٠٠١.

تطبيق (٢٨-٩)

في مقارنة علاج جديد والعلاج القديم ، تم تجربتهما وسجلت النتائج التالية -
والمطلوب إختبار فرض تماثل النتائج لكلا النوعين من العلاج بمستوى معنوية

٠,٠٥.

	العلاج		تحسن لم يتحسن
	العلاج القديم	العلاج الجديد	
١٦٤	٧٦	٨٨	
٦٣	٢٤	٢١	
٢٠٠	١٠٠	١٠٠	

الحل:

نستخدم الصيغة (١٠-٢)
التكرارات المتوقعة

٨٢	٨٢
١٨	١٨

$$\text{ص} = ٨٢/٥,٥٢ + ٨٢/٥,٥٢ + ١٨/٥,٥٢ + ١٨/٥,٥٢ = ٤,١$$
$$\text{كا} = (٠,٩٥)٢١١ = ٣,٨٤٠$$

ولذا نرفض فرض تماثل النتائج بين نوعي العلاج - وبملاحظة نسب التحسن
يكون العلاج الجديد أفضل من القديم

٢٨-٢-٢ اختبار سميرونوف

قدمه سميرونوف Smirnov عام ١٩٣٩ لإختبار الفرض حول تماثل توزيعان.
الإفتراضات:

- ١- العينتان عشوائيتان مستقلتان.
 - ٢- المتغير مستمر وقياسه ترتيبية على الأقل.
- وإذا كان المتغير غير مستمر فإن الإختبار يصبح متحفظاً.
- الفروض:

$$\text{ف}٠ : \text{ح}١(\text{س}) = \text{ح}٢(\text{س})$$
$$\text{ف}١ : \text{ح}١(\text{س}) - \text{ح}٢(\text{س})$$

حيث ح ١ ، ح ٢ دالتي التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك للمجتمع.

إحصاء الاختبار

ص = أكبر ح ١ (س) - ح ٢ (س) (١١-٢٨)

حيث ح ١ ، ح ٢ دالتي التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك من بيانات العينتان.

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء - جدول ١٩ من الجداول الإحصائية الملحق - ويعرف بإسم توزيع إحصاء اختبار سمير نوف.

قاعدة القرار

نرفض ف٠ بمستوى معنوية α إذا زادت قيمة ص عن القيمة الحرجة ، أي:

ص < سن١،٢ (م)

حيث ن ١ ، ن ٢ حجم العينتان.

تطبيق (١٠-٢٨):

المطلوب استخدام اختبار سمير نوف لإختبار فرض تماثل التوزيعات في التطبيق (٧-٢) الخاص بمقارنة غياب المتزوجات بغير المتزوجات وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل:

عدد أيام الغياب يمكن إعتباره غير مستمر ، إذ أن فترات الغياب ليست بالضرورة أن تكون أياماً كاملة (أعداد صحيحة) ولذا يمكن إعتبار الأرقام المعطاه مقربة فمثلاً ٤ أيام تمثل الفترة (٣,٥ على الأقل إلى أقل من ٤,٥) ، وذلك يمكن إعتبار المتغير مستمر.

نقوم بإيجاد دالتي التوزيع الإحتمالي ، كما هو موضح بالجدول التالي ، علماً

بأن س تمثل الحد الأعلى الحقيقي للفئة.

س	ك١	ك٢	ح١ (س)	ح٢ (س)	الفرق
٣,٥	٦٠	١٣٠	٠,٦٠	٠,٦٥	٠,٠٥
٧,٥	٨١	١٨٠	٠,٨١	٠,٩٠	٠,٠٩
١١,٥	٩٢	١٩٠	٠,٩٢	٠,٩٥	٠,٠٣
١٥,٥	٩٦	١٩٦	٠,٩٦	٠,٩٨	٠,٠٢
١٩,٥	٩٩	٢٠٠	٠,٩٩	١,٠٠	٠,٠١
	١٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠	

$$\text{ص} = \text{أكبر ح١ (س) - ح٢ (س)} = ٠,٠٩$$

بمستوى معنوية ٠,٠٥ نوجد س ١٠٠,٢٠٠ (٠,٩٥)

ونظراً لأن قيم ن١ ، ن٢ خارج حدود الجدول نستخرج تقريب العينات الكبيرة.

$$\text{س} ١٠٠,٢٠٠ (٠,٩٥) = ١,٣٦$$

$$\begin{array}{r} \text{ن١ + ن٢} \\ \hline \text{ن١} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{س} ١٠٠,٢٠٠ (٠,٩٥) = ١,٣٦ \\ \hline ٣٠٠ \\ \hline ٠,١٦٦ \end{array} \quad \begin{array}{r} ١,٣٦ = \\ \hline (٢٠٠) (١٠٠) \end{array}$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تماثل التوزيعات ، ولاحظ أن هذا القرار يماثل ما تم التوصل إليه باستخدام إختبار كا^٢ في التطبيق (٢-٧).

٣٨-٣ مقارنة عدة توزيعات:

تعد هذه الحالة إمتداداً لحالة مقارنة توزيعين ، حيث يتم مقارنة عدة توزيعات لعدد من المجتمعات وذلك إستناداً إلى عينات مستقلة يتم سحب كل واحدة منها من المجتمع الذي ينتمي إليها .
ويوجد عدد من الإختبارات المتاحة في هذا الصدد منها :

١- إختبار كا^٢ .

٢- إختبار سمير نوف .

ونكتفي فيما يلي بعرض إختبار كا^٢ .

٢٨-٣-١ إختبار كا^٢

يعد هذا الإختبار إمتداداً لإختبار كا^٢ السابق عرضه لإختبار تماثل توزيعان -
ويستخدم هنا لمقارنة عدة توزيعات لعدد (د) من العينات ويمكن ترتيب المشاهدات في مصفوفة تشابه الجدول التكراري المزدوج كما يلي:

الفئات	١	٢	ل	د	المجموع
١	ك _{١١}	ك _{٢١}	ل _{١١}	ك _{د١}	ك _{١٠}
٢	ك _{١٢}	ك _{٢٢}	ل _{١٢}	ك _{د٢}	ك _{٢٠}
م	ك _{١م}	ك _{٢م}	ل _{١م}	ك _{د٣}	ك _{٣٠}
المجموع	ك _{١٠}	ك _{٢٠}	ك _{ل٠}	ك _{د٠}	ن

$$\text{ك رل} = \frac{(\text{ك ر.}) (\text{ك ل.})}{\text{ن}} \quad (13-2)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{(\text{التكرار الكلي})}$$

$$\bar{k} = \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

الفروض :

ف ٠ : توزيعات المجتمعات كلها متماثلة .

ف ١ : توزيعات المجتمعات غير متماثلة .

إحصاء الاختبار

$\text{ص} = \text{مـجـ} (\text{ك} - \text{ك} / 2)$	$(12-28)$
<p>حيث ك التكرارات الفعلية ، ك التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة</p>	
$\text{ك رل} = \frac{(\text{ك ر.}) (\text{ك ل.})}{\text{ن}}$	$(13-28)$
$= \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$	

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص يتبع توزيع كا ٢ درجات حرية

$$دح = (م - ١) (١ - د) (١٤ - ٢٨)$$

$$= (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)$$

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر

من القيمة الحرجة لتوزيع كا ٢ درجات حرية (م - ١) (١ - د)

تطبيق (١١-٢٨):

تقوم إحدى المؤسسات التعليمية الآتية بقبول الطلبة الجدد من تخصصات

مختلفة، وفيما يلي بيان بدرجات الإختبار في أحد الأعوام والمطلوب إختبار

فرض تماثل توزيعات الدرجات في التخصصات المختلفة بمستوى معنوية

٠,٠٥.

الدرجة	التخصص	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
أقل من ٥٠	٦	٤	٢٠	٣٠
٥٠-٧٠	٢٤	١٠	٤٦	٨٠
٧٠-٩٠	١٨	١٨	٢٤	٦٠
٩٠-١٠٠	١٢	٨	١٠	٩٠
	٦٠	٤٠	١٠٠	

الحل:

نحسب التكرارات المتوقعة ك بالصيغة

$$\bar{K} = \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

التخصص الدرجة	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
أقل من ٥٠	٩	٦	١٥
٥٠-٧٠	٢٤	١٦	٤٠
٧٠-٩٠	١٨	١٢	٣٠
٩٠-١٠٠	١٢	٦	١٥
			١٠٠

ص = مج (ك - ك / ٢)

$$= (10-15) \frac{2}{15} + \dots + (4-6) \frac{2}{6} + (6-9) \frac{2}{9} = 14.02$$

درجات الحرية = ٢ * ٣ = ٦

بالرجوع لجداول توزيع كا^٢ - جدول ٥ نجد أن كا^٢(٠,٩٥) = ١٢,٥٩٢
وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة أكبر من القيمة الحرجة ، نرفض فرض
العدم والذي يقضي بتمائل توزيع الدرجات بين التخصصات المختلفة .

الفصل ٢٩

الإستقراء عن المتوسطات

Averages

- ١-٢٩ الاستقراء حول متوسط المجتمع
- ١-١-٢٩ تقدير متوسط المجتمع
- ١-١-٢٩ تباين المجتمع معلوم
- ٢-١-٢٩ تباين المجتمع غير معلوم
- ٢-١-٢٩ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
- ١-٢-٢٩ الاختبار الطبيعي
- ٢-٢-٢٩ اختبار - ت
- ٣-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
- ٤-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
- ٥-٢-٢٩ اختبار الإشارة
- ٦-٢-٢٩ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة
- ٢-٢٩ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة
- ١-٢-٢٩ المقارنة الزوجية Paired comparison
- ٢-٢-٢٩ اختبار - ت الزوجي
- ٣-٢-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين
- ٤-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
- ٥-٢-٢٩ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
- ٦-٢-٢٩ اختبار الإشارة
- ٣-٢٩ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة
- ١-٣-٢٩ الاختبار الطبيعي
- ٢-٣-٢٩ تقدير الفرق بين متوسطين

٢٩-٣-٣ اختبار - ت - فيشر
 ٢٩-٣-٤ تقدير الفرق بين متوسطين
 ٢٩-٣-٥ اختبار - ت ساترزويت
 ٢٩-٣-٦ تقدير الفرق بين متوسطين
 ٢٩-٣-٧ اختبار ولكوكسون - مان - ونى
 ٢٩-٣-٨ حالة العينات الكبيرة
 ٢٩-٤ مقارنة عدة متوسطات
 ٢٩-٤-١ الأهمية
 ٢٩-٤-٢ مفاهيم تجريبية
 ٢٩-٤-٣ تحليل التباين
 ٢٩-٥ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة
 ٢٩-٥-١ التصميم كامل العشوائية
 ٢٩-٥-١-١ التعمية
 ٢٩-٥-١-٢ تحليل التباين
 ٢٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة
 ٢٩-٥-٢ اختبار كروسكال واليز
 ٢٩-٥-٢-١ احصاء الاختبار
 ٢٩-٥-٢-٢ المقارنات المتعددة
 ٢٩-٦ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة
 ٢٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية
 ٢٩-٦-١-١ التعمية
 ٢٩-٦-١-٢ تحليل التباين
 ٢٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة
 ٢٩-٦-٢ اختبار فريدمان
 ٢٩-٦-٢-١ احصاء الاختبار
 ٢٩-٦-٢-٢ المقارنات المتعددة

الفصل التاسع والعشرون

الاستقراء عن المتوسطات

نعرض في هذا الفصل أساليب الاستقراء عن المتوسطات الحسابية . والمتوسطات تعد من أهم المعالم التي تكون دائماً محل إهتمام من الباحثين ، سواء كان ذلك بالنسبة لمتوسط مجتمع معين أو للمقارنة بين المتوسطات لعدة مجتمعات . وسيتم تقسيم هذه الأساليب إلى ثلاثة أقسام ، الأول لأساليب الاستقراء حول متوسط المجتمع ، والثاني أساليب المقارنة بين متوسطين والثالث لأساليب المقارنة بين عدة متوسطات (مجتمعات) . كما نجرى تقسيم آخر داخلي في هذه الأقسام ، حسب الهدف من الاستقراء ، أي إلى أساليب للتقدير وأساليب لاختبارات الفروض .

وفي كل مجموعة جزئية من هذه المجموعات نعرض عدة أساليب ، محاولين ترتيبها ترتيباً تنازلياً حسب مدى جودة الأسلوب من ناحية توافر عدد من الصفات المرغوب فيها . كما أنه مع كل أسلوب نوضح شروطه أو متطلباته ، والتي يلزم توفرها حتى يكون استخدامه مشروعاً ومنطقياً . كما أنه في حالة عدم توفر بعض الشروط في أسلوب معين ، يكون ذلك مؤشراً للباحث لينتقل إلى الأسلوب الذي يليه

٢٩-١ الاستقراء حول متوسط المجتمع

نعرض في هذا الفصل أساليب الاستقراء المتعلقة بمتوسط المجتمع .

وقد تم تخصيص قسم لأساليب التقدير وآخر لاختبارات الفروض .

٢٩-١-١ تقدير متوسط المجتمع Estimation

يعد تقدير متوسط المجتمع من المؤشرات أو الخواص الهامة التي يسعى إليها الباحث في سبيل وصف متغيراته ، مثال ذلك ، متوسط دخل الفرد أو الأسرة أو العامل ، متوسط سعر السلعة ، متوسط إنتاج العامل ، أو الفدان ، أو الآلة ، متوسط ساعات العمل ، متوسط سن الزواج ، متوسط وقت أداء عملية إنتاجية أو جراحية ، متوسط وزن سلعة أو قطعة غيار أو متوسط طولها أو قطرها أو أي من أبعادها ، ... الخ .

ويختلف أسلوب تقدير متوسط المجتمع حسب ما إذا كان تباين المجتمع معلوماً أو غير معلوم ، وذلك بسبب اختلاف توزيع المعاينة للأحصاء المستخدم في التقدير . ونعرض فيما يلي كل من هاتين الحالتين .

٢٩-١-١-١ تقدير المتوسط إذا كان التباين معلوماً

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم ٢٥-٢-٢ ، ونقتصر هنا على إعادة عرض الصيغ المستخدمة في التقدير .

$$\begin{aligned} \text{ح } (\bar{s} + \sigma \bar{L} < \bar{s} < \bar{s} - \sigma \bar{L}) & \quad (1-29) \\ \text{حدى الثقة} = \bar{s} - \sigma \bar{L} \pm \sigma \bar{L} & \quad (2-29) \end{aligned}$$

علما بأن^١

$$(3-29) \quad \frac{\sigma_s}{\sigma} \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} \quad \frac{\sigma_s}{\sigma} \sqrt{\frac{(n-1)}{n}}$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع ،

$$(4-29) \quad \frac{\sigma_s}{\sigma} \sqrt{\frac{(n-1)}{n}}$$

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{n-1}{n}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود في حالة

ما إذا كان كسر المعاينة $\frac{n}{N} > 0.1$ أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

$$(5-29) \quad \frac{\sigma_s - \bar{s}}{\sigma_s} = \text{ص}$$

1 راجع النظريات الإحصائية بالقسم ٢١-٦-٢

٢٩-١-١-٢ تقدير المتوسط إذا كان التباين غير معلوم

غالباً يكون تباين المجتمع σ^2 غير معلوم ، ولذا فإنه يقدر من العينة باستخدام الصيغة^١ التالية:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \quad (٢٩-٦)$$

ونستخدم s بدلاً من σ في الصيغة (٢٩-٥) (والخاصة بتقدير متوسط المجتمع) .

توزيع المعاينة:

تقرر النظريات الإحصائية أنه في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها n من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصاء.

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (٢٩-٧)$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية^٢ $n-1$

ملاحظات:

(١) توجد اختبارات إحصائية لتحديد ما إذا كان التوزيع طبيعياً^٣.

1 راجع القسم ٢٢-١-٣

2 راجع القسم ٢٠-٦

3 راجع القسم ٢٤-٢

- (٢) يمكن استخدام توزيع ت أيضاً إذا كان توزيع المجتمع قريب من التوزيع الطبيعي ، حيث يكون الأثر من ذلك يمكن إهماله .
- (٣) إذا كان حجم العينة كبيراً ، أكبر من ٥٠ مثلاً يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي - ويمكن استخدام هذا الأخير .
- (٤) في حالة المجتمعات ذات الألتواء الشديد ، مع حجم عينة صغيرة فإن الإجراءات السابقة لا يصح تطبيقها .

تطبيق (٢٩-١):

في بحث طبي على أحد المجتمعات - كان وقت تخثر الدم (Clotting time) من المعلومات المطلوب تحديدها .
تم سحب عينة عشوائية من إحدى عشر حالة - وسجلت الأوقات التالية بالدقيقة .

١١,٣	١١,٥	٩,٤	١١,٣	٧,٩	١٠,٩
٨,٦	١٢,٣	١٢,٧	١٥	١١,٩	

فإذا علم أن وقت تخثر الدم يتبع التوزيع الطبيعي ، أوجد ٩٥ % فترة ثقة لمتوسط وقت تخثر الدم في كل من الحالات التالية :
(أ) إذا علم أن تباين المجتمع هو ٣,٥ .
(ب) إذا لم يكن التباين معلوماً .

الحل

$$(أ) \text{ حدى الثقة} = \bar{X} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

$$\begin{array}{r} 1,871 \\ \hline 11 \end{array} = 1,96 \pm 11,164 =$$

$$1,106 \pm 11,164 =$$

حدى الثقة = (10 , 12,3)

(ب) حدى الثقة = $\bar{S} \pm t_{n-1} \frac{E}{S}$ ن

$$1,987 = E \quad , 3,947 = 2E$$

$$\begin{array}{r} 1,987 \\ \hline 11 \end{array} = 2,228 \pm 11,164 =$$

حدى الثقة = (9,8 , 12,5)

تطبيق (٢٩-٢):

في دراسة لمستوى الأجور في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من العاملين ، وكانت أجورهم (بالألف ريال) كما يلي:

٤ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ٥ ، ٦

والمطلوب تقدير متوسط الأجور في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % إذا علم أنه مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي.

مجس

$$\bar{S} = \frac{5,333}{n}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{0.9} = 1.111 \dots$$

$$1.225 = \frac{1.111 \dots \times 1.111 \dots}{1.111 \dots} = 1.111 \dots$$

$$1.225 = 1.111 \dots = \frac{1.111 \dots}{1.111 \dots}$$

حدود الثقة = $\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$$\begin{aligned} &= 2.306 \pm 0.333 (0.408) \\ &= 0.964 \pm 0.333 \\ \text{الحد الأعلى} &= 0.964 + 0.333 = 1.297 \\ \text{الحد الأدنى} &= 0.964 - 0.333 = 0.631 \end{aligned}$$

تطبيق (٢٩-٣):

في دراسة لعدد حوادث السيارات في أحد المجتمعات - تم اختيار عدة مدن عشوائياً . وكان عدد الحوادث في اليوم كما يلي : ٢٥ ، ٣٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٤ والمطلوب تقدير متوسط عدد الحوادث في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ % . إذا علم أن المجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي

$$\begin{aligned} \text{حدود الثقة} &= \bar{s} + \frac{t_{\alpha/2}}{\sqrt{n}} \\ &= 22 + \frac{2.074}{\sqrt{110}} \\ &= 22.197 \end{aligned}$$

$$e = \frac{1}{2} \left[\frac{2(110)}{5} - 22.197 \right] = 2.803$$

$$\begin{aligned} e &= 2.803 \\ \text{حدود الثقة} &= 22 \pm 2.803 \\ &= (19.197, 24.803) \end{aligned}$$

تطبيق (٢٩-٤):

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية وكان دخل الأسرة الشهري كما يلي (بالآلاف ريال):

٥ ، ٤ ، ٧ ، ٥ ، ٤
٦ ، ٧ ، ٦ ، ٤

والمطلوب تقدير متوسط دخل الأسرة في هذا المجتمع بدرجة ثقة 95% إذا علم أن مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي.

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع}}{ن} = \frac{48}{9} = 5,333$$

$$\bar{س} = \frac{2(48)}{8} - \frac{268}{9} = 1,5$$

$$\text{حدى الثقة} = \bar{س} \pm \bar{ت} \times \bar{س}$$

$$= 5,333 \pm 1,5 \times 2,306$$

$$= 0,941 + 5,333$$

$$\text{الحد الأدنى} = 0,941 - 5,333 = 4,392$$

$$\text{الحد الأعلى} = 0,941 + 5,333 = 6,274$$

٢٩-١-٢ اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع

تعد اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع من الأهداف البحثية

الهامة ، وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض :

متوسط إنتاج العامل ٥٦ وحدة في الأسبوع .

متوسط دخل الأسرة الشهري في مجتمع معين أكثر من ألف جنيه .

متوسط وقت عملية جراحية معينة ١٥ دقيقة .

متوسط عدد الحوادث في اليوم أكثر من ٢٥ .

متوسط درجات الطلبة في مجتمع معين أكبر من ٧٥ .

ونعرض فيما يلي مجموعة من الاختبارات كلها موجهة نحو اختبار الفرض بأن متوسط المجتمع يساوي قيمة معينة . غير أن كل اختبار يتطلب شروطاً معينة، وفي حالة عدم توفرها نلجأ إلى تطبيق الاختبار التالي له وهكذا ويعد الاختبار الطبيعي واختبارات من الاختبارات المعلمية Parametric بينما يعتبر الاختبارين الآخرين ، ولكوكسون والإشارة من الاختبارات اللامعلمية Non Parametric .

١-٢-١-٢٩ الاختبار الطبيعي Normal test

عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم ٨-٢٦ نعيد هنا الصيغ الرياضية المستخدمة في هذا الصدد

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (٨-٢٩)$$

حيث \bar{X} - هو متوسط العينة

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (٩-٢٩)$$

في حالة السحب مع الإرجاع أو إذا كانت $\frac{n}{N} > ٠,١$

$$\sigma_{\bar{s}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2}{n-1}}$$

(٢٩-١٠)

٢٩-١-٢-٢ اختبار T -test

غالباً يكون تباين المجتمع غير معلوم . وإذا كان حجم العينة كبيراً فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعي . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا نستخدم اختبار t وهو يشابه الاختبار الطبيعي في كافة خطواته غير أنه يستخدم توزيع t بدلاً من التوزيع الطبيعي.

الافتراضات:

- (١) العينة عشوائية بسيطة.
- (٢) العينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . وهذا الافتراض يجب التحقق منه باستخدام اختبار شكل التوزيع^١ ، كاختبار ليلافورز Lilliefors test أو اختبار كا^٢
- (٣) مستوى القياس فترى

تطبيق (٢٩-٥):

باستخدام بيانات العينة في تطبيق (٢٩-١) وانخفاض بوقت تخثر الدم ،

1 راجع القسم ٢-٢٤

وإذا كان التباين غير معلوم ، المطلوب اختبار الفرض:
 ف٠ : متوسط وقت تخثر الدم \bar{S} يساوى عشر دقائق
 ف١ : المتوسط لا يساوى عشر دقائق.
 وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥
 الحل :

بالرجوع للحل بالتطبيق السابق نجد أن:

$$s = -11,164$$

$$e = 1,987$$

الإحصاء المستخدم هنا هو :

$$ص = \frac{\bar{S} - \bar{S}}{\sqrt{\frac{e}{n}}} = \frac{10 - 11,164}{\sqrt{\frac{1,987}{11}}} = 1,942$$

وحيث أن هذا الرقم أقل من ت.١٠ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٢٨ فإننا لا نرفض فرض
 العدم.

تطبيق (٢٩-٦):

في أحد المصانع يستغرق إنتاج الوحدة ٣٥ دقيقة ، ولغرض تخفيض
 وقت الإنتاج تم تدريب بعض العمال ، وقد سجلت أوقات الإنتاج التالية من عينة
 عشوائية : ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٣٣ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦
 فهل يعني ذلك أن التدريب يخفض من وقت الإنتاج ؟
 ملحوظة : استخدم مستوى معنوية ١%

$$\text{ف. ٠ : } \bar{s} = 35 \quad \text{ف. ١ : } \bar{s} > 35$$

$$\bar{s} = 31, \quad s^{2e} = 13,5, \quad s^e = 3,67$$

$$ص = \frac{35 - 31}{3/3,67} = 3,26$$

$$ت. ٨ (٠.١) = - ت. ٨ (٠.٩٩) = - 2,896$$

وبذلك نرفض فرض العدم، ونقبل الفرض البديل، أي أن وقت الإنتاج ينخفض بتدريب العمال.

٢٩-٢-٣ اختبار ويلكوكسون *Wilcoxon test*

في حالة عدم توافر شروط اختبار ت بعد اختبار ولوكسون (١٩٤٥) أفضل اختبار متاح لاختبار الفرض حول المتوسط. وكفاءة هذا الاختبار ٠,٩٥٥ بالنسبة لاختبار ت وفي بعض الحالات تصل إلى واحد صحيح.

الافتراضات :

- ١- عينة عشوائية بسيطة.
- ٢- المتغير قياسه فترى. Interval
- ٣- توزيع المجتمع متماثل أو قريب من التماثل. إن هذا الافتراض يجعل الاختبار ملائماً لكل من الوسيط والمتوسط الحسابي باعتبار أنه بهذا الشرط تتساوى قيمتهما.
- فرض العدم : ف. ٠ : $\bar{s} = \bar{s}^0$

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) $\bar{S} < \bar{S}_0$:

(ب) $\bar{S} > \bar{S}_0$:

(ج) $\bar{S} \neq \bar{S}_0$:

احصاء الاختيار :

١- تحسب الفروق (ف) بين قيم المشاهدات وبين المتوسط المفترض .

ف = $\bar{S} - \bar{S}_0$ (٢٩-١١)

٢- يتم تجاهل الفروق الصفرية ، وتعطي الفروق المتبقية رتباً حسب ترتيبها تصاعدياً بعد تجاهل الإشارة . وفي حالة وجود قيم مكررة فإن كل منها تعطي رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة .

٣- احصاء ولكوكسون ونرمز له بالرمز W ، يعرف بأنه مجموع الرتب الموجبة ، وهو متغير عشوائي منقطع Discrete أو غير مستمر .

توزيع المعاينة :

باعتبار أن فرض العدم صحيح مع توافر الافتراضات الموضحة أعلاه ، فإن إحصاء ولكوكسون يتبع توزيع احتمالي خاص يطلق عليه توزيع احصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة (الجداول الإحصائية - جدول ١٠) .

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية α ، تكون قاعدة القرار كما يلي ، وهي تتوقف على الفرض البديل.

الفرض البديل	نرفض الفرض إذا كان
$\bar{s} < \bar{s}_0$	$و \geq و . حيث ح (و \geq و) \geq \alpha$
$\bar{s} > \bar{s}_0$	$و \leq و . حيث ح (و \leq و) \geq \alpha$
$\bar{s} \neq \bar{s}_0$	$و \geq و ١ حيث (و \geq و) \geq \alpha/٢$
	$و \leq و ٢ حيث ح (و \leq و) \geq \alpha/٢$

ويجب ملاحظة أن الجدول الخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون جدول (١٠) ،
يعرض فقط جانباً واحد وهو ح (و ≥ ١) غير أن المعلومات عن الجانب
الآخر يمكن الحصول عليها من العلاقة:

$$٢ = \frac{ن (ن + ١)}{٢} - ١ \quad (٢٩-١٢)$$

تطبيق (٢٩-٧):

تقوم إحدى شركات الأدوات الكهربائية بإنتاج وتسويق اللمبات الكهربائية ذات
المائة واط - وتدعى الشركة أن كمية الكهرباء التي تستهلكها اللمبة في عشرة
دقائق أقل من ٥٠ وحدة . تريد إحدى الهيئات استيراد كميات كبيرة من هذه
اللمبات بشرط أن تكون كمية الكهرباء أقل من ٥٠ وحدة . قامت الهيئة بتجربة
١٢ لمبة وسجلت كمية الكهرباء المستهلكة كما يلي : ٤٩,٢ ، ٤٩,١ ، ٤٨,٨ ،
٤٩,٧ ، ٥١,٨ ، ٤٩,٣ ، ٤٨,٩ ، ٤٨,٧ ، ٤٩,٦ ، ٤٩,٤ ، ٤٩,٠ ، ٥١,٥ .
والمطلوب اختبار الفرض المناسب بمستوى معنوية ٠,٠١ إذا علم أن توزيع
المجتمع متماثل.

الحل : يمكن اختبار الفرض حول المتوسط الحسابي أو الوسيط وذلك باعتبار أنهما يتساويان في التوزيعات المتماثلة.

$$F_0 : \bar{S} = 50$$

$$F_1 : \bar{S} > 50$$

احصاء الاختبار:

من المناسب استخدام اختبار ولكوكسون . نحسب الفروق $S - 50$
 $-0.8, -0.9, -1.2, -0.3, 1.8, -0.7, 1.1, -1.3, -0.4, -$
 $0.6, 1, 1.5$ وتكون الرتب المناظرة كما يلي (دون مراعاة الإشارة) 5
 $6, 9, 1, 12, 4, 8, 10, 2, 3, 7, 11$ ويكون مجموع الرتب
الموجبة $11 + 12 = 23$ وهذه هي قيمة احصاء ولكوكسون المشاهدة.
وبالرجوع لكتاب الجداول الاحصائية ، جدول 10 والخاص بتوزيع احصاء
ولكوكسون نجد أن : $H(93) = 0.0081$
أي أن الهيئة لا تستطيع رفض فرض العدم ، أي أنها لن تقوم بالشراء.

تطبيق (٢٩-٨):

تقوم إحدى الشركات تغليب الطماطم وبيعها في عبوات تزن الواحدة ٤٦ أوقية
وليس من المرغوب فيه أن يكون متوسط وزن العبوة أكبر أو أقل من ٤٦ أوقية
تم سحب عينة عشوائية من ١٠ عبوات وكان وزنها كما يلي:

٤٦,٢١	٤٥,٨٠	٤٥,٧٧	٤٥,٨٢	٤٥,٦٣
٤٦,٠٣	٤٥,٨٧	٤٥,٩١	٤٦,١٦	٤٦,٠٧

والمطلوب اختبار الفرض أن المتوسط هو ٤٦ باستخدام اختبار ولكوكسون للرتب بالإشارة مستخدماً ٥% مستوى معنوية.

الحل:

ف ٠ : س = ٤٦

ف ١ : س - ٤٦

الرتبة (بدون اشارة)	س-٤٦	س
١٠	٠,٣٧-	٤٥,٦٣
٦	٠,١٨-	٤٥,٨٢
٩	٠,٢٣-	٤٥,٧٧
٧	٠,٢٠-	٤٥,٨٠
٨	٠,٢١+	٤٦,٢١
٢	٠,٠٧+	٤٦,٠٧
٥	٠,١٦+	٤٦,١٦
٣	٠,٠٩-	٤٥,٩١
٤	٠,١٣-	٤٥,٨٧
١	٠,٠٣+	٤٦,٠٣

و = مجموع الرتب الموجبة = ١٦

ح (و ≥ ٨) = ٠,٠٢٤٤ أي أن ٨ = ١

$$٢ = \frac{ن (١+ن)}{٢} - ١ = ١٠ - \frac{(١١) ١٠}{٢} = ٤٧$$

أي أن منطقة الرفض هي : $٨ \geq$ أو $٤٧ \leq$
 وحيث أن قيمة (و) المشاهدة = ١٦ وهي لا تقع في منطقة الرفض - ولذا
 لا نرفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-٩):

في دراسة لاستهلاك السيارات للوقود ، تم جمع بيانات عن ١٢ سيارة من
 موديل معين . سحبت عشوائياً - وكانت عدد الأميال للجالون كما يلي:

٢٠,١	٢١	٢٠,٤	١٨,١	١٩	١٧,٨
٢٠,٣	١٩,٢	٢١,٥	١٩,٧	٢٠	١٨,٢

والمطلوب اختبار الفرض القائم على أدعاء الشركة بأن الوسيط هو ٢٠,٥ ميل
 للجالون بمستوى معنوية ٥%

القيم المشاهدة	القيمة - ٢٠,٥	رتب الفرق
٢٠,١	-٠,٤	٣
٢١,٠	٠,٥	٤,٥
٢٠,٤	-٠,١	١
١٨,١	-٢,٤	١١
١٩,٠	-١,٥	٩
١٧,٨	-٢,٧	١٢
٢٠,٣	-٠,٢	٢
١٩,٢	-١,٣	٨
٢١,٥	١	٧
١٩,٧	-٠,٨	٦
٢٠,٠	-٠,٥	٤,٥
١٨,٢	-٢,٣	١٠

ن = ١٢ و = ١١,٥

من جدول (١٠) ح (و ≥ ١٧) = ٠,٠٤٦١

أي أننا نرفض فرض العدم.

تطبيق (١٠-٢٩):

لاختبار فاعلية عقار مسكن ، تم إعطاء جرعات متساوية لسبعة فئران ، وبعد

نصف ساعة تم تعريضهم لصدمات كهربائية يزداد فيها الفولت تدريجياً ، وتم تسجيل أقل فولت يؤدي إلى انتفاضة عصبية ، وكانت كما يلي : ٩٨ ، ١٠٧ ، ١١٢ ، ٩٣ ، ١٤٩ ، ٨٥ ، ١٢٢ وتوضح الدراسات السابقة أن توزيعها متماثل . والمطلوب اختبار ما إذا كان المتوسط الحسابي (أو الوسيط) للمجتمع ٩٥ بمستوى معنوية ٠.٥ %

الحل:

$$\text{ف} : \text{س} = ٩٥$$

$$\text{ف} : \text{س} \neq ٩٥$$

$$\text{س} - ٩٥ : ٣ ، ١٢ ، ١٧ ، -٢ ، ٥٤ ، -١٠ ، ٢٧$$

الرتبة بدون الإشارة : ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١ ، ٧ ، ٣ ، ٦

مجموع الرتب الموجبة : و = ٢٤

من جدول (١٠) : ح (و \geq ٢) = ٠,٠٢٣٤

$$\text{و} = ١$$

$$\text{و} = ٢ - \frac{\text{ن} (١ + \text{ن})}{٢} - ١$$

$$٢٦ = ٢ - \frac{٧ (٨)}{٢} =$$

منطقة الرفض و \geq ٢ ، و \leq ٢٦

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهدة (٢٤) ، أي لا تقع في منطقة الرفض ،

ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-١١):

فيما يلي عينة بدرجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات ، والمطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الدرجات هو ٥٤ بمستوى معنوية ٥ % إذا علم أن توزيع الدرجات متماثل.

٦٠ ، ٤٢ ، ٣٦ ، ٥٥ ، ٤٦ ، ٦١ ، ٤٣ ، ٥٢ ، ٣٨ ،

٦٤ ، ٣٩ ، ٤٥ ، ٥١ ، ٨٢ ، ٤١ ، ٥٨ ، ٢٩ ،

الحل:

$$\text{ف. ٠ : } \bar{S} = ٥٤$$

$$\text{ف. ١ : } \bar{S} \neq ٥٤$$

$$\text{الفروق ف = س - ٥٤}$$

٦- ، ١٢- ، ١٨- ، ١- ، ٨- ، ٧- ، ١١- ، ٢- ، ١٦-

١٠- ، ١٥- ، ٩- ، ٣- ، ٢٨- ، ١٣- ، ٤- ، ٢٥-

الرتب المؤشرة

٥- ، ١١- ، ١٥- ، ١- ، ٧- ، ٦- ، ١٠- ، ٢- ، ١٤-

٩- ، ١٣- ، ٨- ، ٣- ، ١٧- ، ١٢- ، ٤- ، ١٦-

مجموع الرتب الموجبة و = ٤٢

بالرجوع للجدول (١٠) : ح (و ≥ ٣٤) = ٠.٢٢.

$$\text{و } ٣٤ = ١$$

$$و ٢ = ١٧ / (١٨) - ٣٤ = ١١٩$$

أي أن (و) لا تقع في منطقة الرفض ، وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

٢٩-١-٢-٤ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

بالرغم من وجود جداول لتوزيع ولكوكسون حتى حجم عينة (١) ن = ٥٠ فإن تقريب التوزيع الطبيعي تعتبر نتائج معقولة بدءاً من ن = ٢٠ وأحياناً لأقل من هذا العدد ، وعلى أي حال فإنه إذا ظهرت النتيجة قريبة من القيمة الحرجة فإنه من المرغوب فيه تطبيق الاختبار الأصلي Exact ، وهذه التحفظات ليست ضرورية إذا كانت ن ٢ ٣٠ وحتى في الحالات الأقل من ذلك طالما كانت النتيجة بعيدة عن القيمة الحرجة .

وفي هذه الحالة فإن (و) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط و وتباين s2 و حيث :

$$\begin{aligned} \text{و} = \text{ن} (\text{ن} + ١) / ٤ & \quad (٢٩-١٣) \\ \sigma^2 = \text{ن} (\text{ن} + ١) (٢ + \text{ن}) / ٢٤ & \quad (٢٩-١٤) \end{aligned}$$

$$\text{و على ذلك فإن} \quad \text{ط} = \frac{\text{و} \pm ٠,٥ - \bar{\text{و}}}{\sigma} \quad (٢٩-١٥)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

وباعتبار أن احصاء ولكوكسون غير مستمر ، تم إضافة ٠,٥ معامل تصحيح الاستمرار Continuity correction للصيغة أعلاه وذلك يزيد

من دقة النتائج ، وهذا المعامل لا يكون له تأثير فعال ويمكن إهماله إذا كان حجم العينة كبيراً .

تطبيق (٢٩-١٢):

المطلوب إجابة تطبيق (٢٩-١١) والخاص بدرجات الاختبار باستخدام تقريب التوزيع الطبيعي .

$$\begin{aligned} \text{الحل : } \sigma^2 &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \\ &= \frac{1}{18} \left(\frac{1}{18} (17^2 + 18^2 + \dots + 35^2) - \left(\frac{1}{18} (17 + 18 + \dots + 35) \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{18} \left(\frac{1}{18} (17^2 + 18^2 + \dots + 35^2) - \left(\frac{1}{18} (17 + 18 + \dots + 35) \right)^2 \right) = 21,1$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي

$$1,96 = \Phi^{-1}(0,975) = \Phi^{-1}(1 - 0,025)$$

أي أن القيمة المشاهدة لا تقع في منطقة الرفض ، وعلى ذلك فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

٢٩-٢-١-٥ اختبار الإشارة Sign Test

يستخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرض بأن الوسيط أو متوسط المجتمع يساوي قيمة معينة ، وذلك باستبدال أي قيمة تزيد عن س٠ بإشارة (+) وكل مشاهدة أقل بإشارة (-) مع حذف المشاهدات التي تساوي س٠ ، أي حذف الفروق الصفرية.

الافتراضات :

- ١ عينة عشوائية بسيطة .
 - ٢ . المتغير مستمر .
 - ٣ مستوى القياس ترتيبى .
 - ٤ . توزيع المجتمع متماثل .
- والشرط الأخير يكون مطلوباً في حالة الاختبار حول المتوسط الحسابي ، إذ أنه في هذه الحالة يتساوى الوسيط والمتوسط الحسابي .

الفروض :

إن فرض العدم $\bar{S} = \bar{S}_0$ يكون مكافئاً لاختبار الفرض بأن $Q = 1$

حيث $\frac{Q}{2}$

هي نسبة الإشارات الموجبة ، وكذلك فإن الفروض البديلة يمكن التعبير عنها كما يلي :

$$\bar{S} \neq \bar{S}_0 \text{ . يكافئ } Q \neq 1/2$$

$$\bar{S} > \bar{S}_0 \text{ . يكافئ } Q > 1/2$$

$$\bar{S} < \bar{S}_0 \text{ . يكافئ } Q < 1/2$$

أي أن الاختبار ماهو إلا حالة خاصة من اختبار ذي الحدين مع $Q = 1/2$

منطقة الرفض :

باعتبار أن (م) مستوى المعنوية فإن منطقة الرفض تكون كما يلي :

(أ) حالة الاختبار من جانبيين : حيث يكون الفرض البديل $Q \neq 1/2$

فإن منطقة الرفض تكون $ص \geq ١$ ، $ص \leq ٢$ ،
 حيث $ص ١$ هو أكبر عدد صحيح ، $ص ٢$ هو أصغر عدد صحيح ، حيث :
 ح ن، ٠,٥ (ص ١) $\geq ٣ - م / ٢$ (١٦-٢٩)
 ح ن، ٠,٥ (ص ٢) $\leq ١ - م / ٢$ (١٧-٢٩)
 (ب) حالة الاختبار من جانب واحد ، إذا كان الفرض البديل $ق > ١ / ٢$
 نستخدم الصيغة (١٦-٢٩) وإذا كان الفرض البديل $ق < ١ / ٢$ نستخدم
 الصيغة (١٧-٢٩) مع استخدام $م$ بدلاً من $م / ٢$.

ملاحظات :

(1) يعد هذا الاختبار من أقدم الاختبارات اللامعلمية ، وقدمه أربوثنوت
 J. Arbuthnott عام ١٧١٠ م ، وقد طبقه على سجلات احصاءات
 المواليد في لندن ، لاختبار الفرض بأن نسبة المواليد الذكور تفوق نسبة الإناث
 خلال الفترة .

ويمكن اعتبار اختبار الإشارة النموذج الرائد لكل الاختبارات الإحصائية
 (معلمية وغير معلمية)
 (2) الكفاءة النسبية للاختبار ٧٥ % بالمقارنة باختبار ت

تطبيق (٢٩-١٣):

في دراسة لتحديد درجة الأوكتين Octane rating في البنزين تم الحصول
 على البيانات التالية من عينة عشوائية:
 ١٠١,٧ ، ١٠٢,٥ ، ١٠١,٨ ، ١٠٣,٣ ، ١٠١

٩٨,٢ ، ١٠١,١ ، ١٠٤,٥ ، ١٠٥,٣ ، ٩٩,٤

١٠٢,٤ ، ١٠٠,٩ ، ١٠٠,٣ ، ١٠٠ ، ١٠٣,٦

والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجة الأوكتين لهذا النوع من البنزين هو ١٠٠ ضد الفرض البديل أن درجة الأوكتين أكبر من ذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل : الفروض

الأصلية : ف : ٠ س : ١٠٠ ، ف : ١ س : ١٠٠ <

حسب اختبار الإشارة : ف : ٠ ق : ٠,٥ ، ف : ١ ق : ٠,٥ <

احصاء الاختبار ، عدد الإشارات الموجبة (عدد حالات النجاح) : نحسب

الفروق س - ١٠٠ ونعبر عن النتيجة بالإشارة المناسبة :

+	+	+	+	+
-	+	+	+	-
+	0	+	+	+

ن = ١٤ (بعد استبعاد الفروق الصفرية)

توزيع المعاينة : توزيع (١) ذي الحدين ، ن = ١٤ ، احتمال النجاح = ١

٢

عدد الإشارات الموجبة ص ١٢

منطقة الرفض : ص ≤ ص٢ حيث ص٢ أصغر عدد صحيح بحيث :

ح ١٤,٠٥ (ص٢ - ١) < ٠,٩٥

من جدول ١٠ ، ص٢ - ١ = ١٠ ، ص٢ = ١١

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ١٢ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا فإننا

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٢٩-١٤):

باستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٢٩-١١) ، المطلوب اختبار الفرض باستخدام اختبار الإشارة.

الحل:

$$٥٤ = س : ٠$$

$$٥٤ \neq س : ١$$

نقوم بحساب الفروق ص - ٥٤ ونسجل الإشارة المناسبة

$$\begin{array}{cccccccc} - & - & - & + & - & + & - & - & + \\ & & & & - & - & - & - & + \end{array}$$

احصاء الاختبار ص = عدد الإشارات الموجبة (المشاهد ٦) ويصبح

الفرض:

$$٢/١ = ق : ٠$$

$$٢/١ \neq ق : ١ \quad \text{عدد المحاولات } ن = ١٧$$

منطقة الرفض: ص \geq ص١ ، ص \leq ص٢

حيث ص١ أكبر عدد صحيح حيث ح١٧ ، ص١ = ١٠ ، ص١ > ٠,٠٢٥

ص٢ أصغر عدد صحيح حيث ح١٧ ، ص٢ = ١ ، ص٢ < ٠,٩٧٥

من جدول توزيع ذي الحدين المتجمع (جدول ٨) نجد أن:

$$ص١ = ٤ ، ص٢ = ١ - ١٢ = ١١ \quad \text{أي أن } ص = ٢ = ١٣$$

وحيث أن قيمة ص المشاهد = ٦ لا تقع في منطقة الرفض فإننا لا نستطيع

رفض فرض العدم.

٢٩-١-٢-٦ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة

إذا كان حجم العينة كبيراً ، يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي ، وفي هذا الاختبار تكون النتائج متقاربة ، بدءاً من حجم عينة أكبر من عشر وحدات (ن < ١٠) وفي هذه الحالة يمكن استخدام الإحصاء التالي ، وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

$$ص \pm ٠,٥ - ٠,٥ ن$$

$$ط = \frac{\sqrt{٠,٥ ن}}{(١٨-٢٩)}$$

حيث ص عدد الإشارات الموجبة ، ن عدد المشاهدات أو الإشارات (غير الصفرية)

ويلاحظ أن القرار $\pm ٠,٥$ في الصيغة أعلاه هو التصحيح المطلوب للمجتمع المستمر ويتم الإضافة في حالة ص > ٠,٥ ن والطرح في حالة ص < ٠,٥ ن .

تطبيق (١٥-٢٩):

البيانات التالية تخص عينة من مجتمع مستمر ، والمطلوب باستخدام مستوى معنوية ٥ % اختبار الفرض أن الوسيط = ١٥ ضد الفرض البديل أن الوسيط ليس ١٥ .

20	16	15	17	10	8
15	18	10	10	9	11
12	14	13	19	12	11

ف٠ : و = ١٥

ف١ : و \neq ١٥

نوجد الفروق : ص - ١٥ ونسجل الإشارات

$$\begin{array}{ccccccc} & & & + & 0 & + & + \\ & & - & - & & & \\ & & & - & - & - & + \\ & & & & & & 0 \\ & & & - & - & + & - \\ & & & & & & - \end{array}$$

يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي

الاحصاء ص = عدد (الإشارات الموجبة) (تستبعد الفروق الصفرية)

$$\therefore \text{ص} = ٥ \quad \text{ن} = ١٦$$

$$\text{ص} \pm ٠,٥ - ٠,٥ \text{ ن}$$

$$\frac{\text{ص}}{\sqrt{\frac{٠,٥}{\text{ن}}}} =$$

$$٥ + ٠,٥ - ٠,٥ (١٦)$$

$$= \frac{١,٢٥}{\sqrt{\frac{٠,٥}{١٦}}} =$$

وحيث أن الرقم لا يقع في منطقة الرفض (أقل من - ١,٩٦)

نقبل الفرض H_0

٢٩-٢ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة

حالة البيانات المرتبطة تكون عند وجود علاقة بين العيّنتين ، أي أن سحب أحدهما لا يكون مستقلاً عن سحب الأخرى ، وبتحديد أكثر يكون ذلك عند وجود علاقة تناظرية One - to - one relationship بين وحدات عينة

والوحدات بعينة أخرى . وتسمى هذه الحالة بالمقارنة الزوجية Paired comparison .

٢٩-٢-١ المقارنة الزوجية Paired comparison

المقارنة الزوجية Paired comparison يمكن تقسيمها إلى نوعين :
المجموعات المتناظرة ، مجموعات العينة الواحدة.

(أ) المجموعات المتناظرة Matched groups

ويكون التناظر على مستويات مختلفة يمكن عرضها فيما يلي:

(1) تناظر بسيط Simple matching للأزواج تبعاً للخاصية محل الفحص
فمثلاً عند مقارنة كفاءة نوعين من العلاج لمشكلة السمّة ، وبفرض أنه معلوم
من دراسات سابقة أو من تجارب استطلاعية أن هذه الكفاءة تعتمد على وزن
المريض ، فإن ذلك يتطلب عمل أزواج من المرضى تبعاً لأوزانهم عند بداية
التجربة ، مع تخصيص علاج لواحد من الزوج والعلاج الآخر للمريض الثاني،
وذلك بصورة عشوائية.

(2) التناظر المتماثل : Symmetrical matching ويبدو ذلك بصورة مكثفة
في التطبيقات الحيوية ، فمثلاً عند مقارنة تأثير نوعين من علاج الأمراض
الجلدية فإنه يتم تطبيق كل منها على المريض بحيث يكون كل علاج بجهة
مختلفة من جسمه.

(3) العينات المنشقة : Split samples وهنا يتم تقسيم كل وحدة من وحدات
العينة إلى قسمين ، مثلاً قطع من الخشب ، الورق ، حديد ، مادة كيميائية ،

وذلك عند مقارنة طريقة جديدة بطريقة قائمة.

Single sample groups (ب) مجموعات العينة الواحدة

وهنا يتم فحص كل وحدة من وحدات العينة في مناسبتين مختلفتين ،
وتبدو في الحالات التالية :

- (1) **معاملات مختلفة** : Different treatments كما في
حالة مقارنة نوعين من البنزين على عينة من السيارات لقياس كفاءة كل منها
بالنسبة للمسافة المقطوعة . وفي هذا التصميم يلزم الحذر خاصة في التجارب
الحيوية بحيث لا تؤثر المعاملة الأولى على نتائج المعامل الثانية .
(2) **طرق مختلفة** : كما في حالة تطبيق طريقتين للاختبار ، شفهي وتحريري
مثلاً .

- (3) **مشاهدين مختلفين** : Different observers كما في
حالة مقارنة نتائج مصححين مستقلين لعينة من التلاميذ ، أو محكمين مختلفين ،

- (4) **ظروف مختلفة** : Different occasions قبل وبعد
Before and after حدث معين قد يؤثر على وحدات العينة .

٢-٢-٢٩ اختبار - ت - الزوجي

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطتين وكما سبق أيضاحه.

الافتراضات :

- (1) عينة عشوائية بسيطة .

(2) مستوى القياس فترى .

(3) الفرق $d = s_1 - s_2$ تتبع التوزيع الطبيعي .

(3) فرض العدم :

$$H_0 : s_1 = s_2$$

وهذا يكافئ تماماً استخدام الصيغة $s_1 \geq s_2$ أو $s_1 \leq s_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(4) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

$$(أ) H_1 : s_1 < s_2$$

$$(ب) H_1 : s_1 > s_2$$

$$(ج) H_1 : s_1 \neq s_2$$

مثل هذه المشاكل يمكن تحويلها إلى فرض يتعلق بعينة واحدة وذلك باستخدام الفرق بين المشاهدات :

$$(19-29)$$

$$d = s_1 - s_2$$

ويكون متوسط الفرق في العينة :

$$(20-29)$$

$$\bar{d} = s_1 - s_2$$

ومتوسط الفرق في المجتمع :

$$(21-29)$$

$$\bar{d} = s_1 - s_2$$

وبذلك يمكن كتابة فرض العدم كما يلي :

$$H_0 : D^- = \text{صفر}$$

احصاء الاختبار

$$V = \frac{D^-}{D^+} \quad (22-29)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n-1$ ، حيث D^- هو الانحراف المعياري لمتوسط الفروق :

$$D^- = \frac{D}{\sqrt{n}} \quad (23-29)$$

واستخدام معامل التصحيح كما سبق إيضاحه في الصيغة (29-3)

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية (م) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وكما هي موضحة فيما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل ، وذلك تبعاً لتوزيع ت - جدول (3) بالملحق

الفرض البديل	منطقة الرفض
$D^- < \text{صفر}$	ص < ت ن - ١ (١ - م)
$D^- > \text{صفر}$	ص > ت ن - ١ (١ - م)
$D^- \neq \text{صفر}$	ص ≥ ت ن - ١ (١ - م / ٢)
	ص ≤ ت ن - ١ (١ - م / ٢)

تطبيق (٢٩-١٦):

في دراسة لتأثير إحدى المعاملات على تخفيض ضغط الدم الانقباضي ، تم القياس قبل وبعد المعاملة لإثنى عشر من المرضى ذوي الضغط المرتفع ، ودونت القياسات بالجدول أدناه والمطلوب اختبار الفرض بأن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم بمستوى معنوية ١% .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

المرضى	قبل (س١)	بعد (س٢)	د = س١ - س٢
١	١٦٤	١٤٥	١٩
٢	١٧٩	١٨٢	٣-
٣	١٩٧	١٩٧	٠
٤	١٧٥	١٥٩	١٦
٥	١٦٥	١٥١	١٤
٦	١٧٢	١٧٤	٢-
٧	١٦٦	١٥٢	١٤
٨	١٨٩	١٥٣	٣٦
٩	١٦٤	١٥٣	١١
١٠	١٥٨	١٥١	٧
١١	١٩٧	١٩٣	٤
١٢	١٨٢	١٨٣	١-
			١١٥

الحل :

$$\text{ف. ٠ : } \bar{s}_1 = \bar{s}_2 \text{ وكافئ } \bar{d} = \text{صفر}$$

$$\text{ف. ١ : } \bar{s}_1 < \bar{s}_2 \text{ وكافئ } \bar{d} < \text{صفر}$$

نوجد الفرق د وهو القياس قبل المعالجة ناقصاً القياس بعد المعالجة ،

$$\text{متوسط الفروق } \bar{d} = 9,58 \text{ ، وانحرافها المعياري } \sigma_d = 11,29$$

$$0 - 9,58$$

$$\text{ص} = \frac{2,94}{\sqrt{12}} = 0,84$$

وبالرجوع لجدول توزيع ت ، جدول (٣) بالملحق نجد أن ت ١١ (٠,٩٩) = ٢,٧١٨ وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد ٢,٩٤ أكبر منها تكون النتيجة معنوية، ونرفض فرض العدم بتساوي ضغط الدم قبل وبعد المعاملة ، ونقبل الفرض البديل باعتبار أن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم.

تطبيق (٢٩-١٧):

عشرة من المعينين حديثاً بوحدات الجيش تم إلحاقهم بأحد البرامج التدريبية وسجلت أوزانهم قبل وبعد التدريب . وكانت كما يلي:

الوزن قبل	بعد
١٢٧	١٣٥
١٩٥	٢٠٠
١٦٢	١٦٠
١٧٠	١٨٢
١٤٣	١٤٧
٢٠٥	٢٠٠
١٦٨	١٧٢
١٧٥	١٨٦
١٩٧	١٩٤
١٣٦	١٤١

باستخدام مستوى معنوية ٥ % . هل يمكن أن نقرر أن البرنامج يؤثر على
الملتحقين الجدد.

الفروض : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
تكافئ H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$
صفر

حجم العينة $n = 10$ مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

حيث أن القياسات (المتغيران) تحدث في أزواج نستخدم الإحصاء:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

والذي يتبع توزيع ت t_{n-1}

منطقة الرفض : ص \geq - ت ، (٠,٩٧٥) = - ٢,٢٦٢

أو ص \leq ت ، (٠,٩٧٥) = ٢,٢٦٢

الوزن قبل	بعد	د	د ^٢
١٢٧	١٣٥	٨-	٦٤
١٩٥	٢٠٠	٥-	٢٥
١٦٢	١٦٠	٢	٤
١٧٠	١٨٢	١٢-	١٤٤
١٤٣	١٤٧	٤-	١٦
٢٠٥	٢٠٠	٥	٢٥
١٦٨	١٧٢	٤-	١٦
١٧٥	١٨٦	١١-	١٢١
١٩٧	١٩٤	٣	٩
١٣٦	١٤١	٥-	٢٥
		٣٩-	٤٤٩

$$\bar{d} = \frac{\text{مجد} - ٣٩}{١٠} = - ٣,٩$$

$$d^2 = \frac{١}{١ - ن} \left(\frac{\text{مجد}^2}{ن} - \text{مجد}^2 \right)$$

$$32,989 = \left\{ \frac{(-39)^2}{10} - 449 \right\} \frac{1}{9} =$$

$$5,744 = 32,989 = \sqrt{\quad} \quad \checkmark$$

$$2,147 = \frac{3,9 - \bar{d}}{10 / \sqrt{5,744}} = \frac{\bar{d}}{5,744 / 10} = \text{ص} \quad \checkmark$$

وحيث أن القيمة المشاهدة للإحصاء لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا نقبل فرض العدم . أي أن التجربة لم تعطي دليلاً كافياً لتقرير أن البرنامج يغير من الوزن .

تطبيق (٢٩-١٨):

فيما يلي درجات اختبارين في الإحصاء لعدد ١٢ طالب في فترتين مختلفتين . المطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فرق في الدرجات ضد الفرض بأن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول وذلك باستخدام مستوى معنوية ٥ % .

الحل :

الفروض : $H_0 : \bar{S}_1 = \bar{S}_2$ ، $H_1 : \bar{S}_1 > \bar{S}_2$

وذلك يكافئ $H_0 : \bar{d} = \text{صفر}$ ، $H_1 : \bar{d} > \text{صفر}$

الاختبار الأول	الثاني
٦٤	٨٠
٢٨	٨٧
٩٠	٩٠
٣٠	٥٧
٩٧	٨٩
٢٠	٥١
١٠٠	٨١
٦٧	٨٢
٥٤	٨٩
٤٤	٧٨
١٠٠	١٠٠
٧٩	٨١

د = س١ - س٢ = ١٦ - ٥٩ ، صفر ، ٢٧ - ، ٨ ، ٣١ - ، ١٩ ، -

١٥ - ، ٣٥ - ، ٣٤ ، صفر ، ٢ -

د = مجد - ١٩٢ = ١٦ -

ن ١٢

ء د = ٢٢,١

ص = د - ١٦ = ٢,٥ -

ن ١٢ / ٢٢,١ ✓ دء / ✓

٧٠١

$$ت ١١ (٠,٠٥) = - ١,٧٩٦$$

وبذلك نرفض فرض العدم ، ونقبل البديل وهو أن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول.

ملحوظة : يجب اختبار شرط التوزيع الطبيعي ، مثلاً باستخدام اختبار ليليفورز.

تطبيق (٢٩-١٩):

٢٠ مريض بالسمنة طبق عليهم نظام غذائي معين لإنقاص الوزن وقد سجلت أوزانهم قبل وبعد التطبيق وفيما يلي تغير الوزن (قبل - بعد) لكل مريض .

حدد الفرض الصفري والبديل لاختبار فعالية النظام الغذائي باستخدام مستوى معنوية ٥ %.

٧	٦-	٣	١	٦	٤	٩	٥-	٩	٧
٣-	٧	٩-	٨	٦	٤-	٤	٩	٦-	١

الحل (١) :

$$ف٠ : \overline{س١} = \overline{س٢} \text{ ويكافئ } \overline{د} = \text{صفر}$$

$$ف١ : \overline{س١} < \overline{س٢} \text{ ويكافئ } \overline{د} < \text{صفر}$$

$$\overline{د} = ٢,٤ \quad \text{ع} = ٥,٨٧٩$$

$$ص = \frac{\overline{د}}{\sqrt{\frac{٢٠}{٥,٨٧٩}}} = \frac{٢,٤}{\sqrt{٢٠}} = ١,٨٢٦$$

$$t_{19} = (0,95) = 1,729$$

∴ نرفض فرض المساواة ونقبل الفرض البديل أي أن النظام الغذائي له فعالية في إنقاص الوزن .

٢٩-٢-٣ تقدير الفرق بين متوسطين

لتقدير فترة ثقة للفرق بين المتوسطين $\bar{S}_1 - \bar{S}_2$ بمستوى ثقة $1 - \alpha$ نستخدم الصيغة التالية :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{d} \pm t_{n-1} \left(\frac{s}{\sqrt{d}} \right) \quad (29-24)$$

تطبيق (٢٩-٢٠):

في التطبيق (٢٩-١٨) الخاص بإجراء اختبارين لمجموعة من الطلبة ، المطلوب تقدير التغير (الفرق) في الدرجات بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل :

باستخدام الصيغة (٢٩-٢٤)، وباعتبار أن التغير = الزيادة في الدرجات :

$$\bar{S}_2 - \bar{S}_1$$

$$\text{حدى الثقة} = \bar{d} \pm t_{n-1} \left(\frac{s}{\sqrt{d}} \right) \quad n$$

$$= 16 \pm 2,01 \left(\frac{32,3}{\sqrt{12}} \right)$$

$$= 14 \pm 16$$

$$= (2,30)$$

٢٩-٢-٤ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة

يستخدم اختبار ولكوكسون والذي تم عرضه في المقطع (٢٩-١-٢-٣) لاختبار الفرض حول متوسطين مرتبطتين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها ، غير أننا نستخدم هنا الفرق $D = S_1 - S_2$ بدلاً من قيم S واعتبار أن المتوسط (الوسيط) يساوي صفراً .

تطبيق (٢٩-٢١):

في تطبيق (٢٩-١٦) الخاص بتجربة أحد المعالجات على مجموعة من مرضى ضغط الدم . المطلوب اختبار الفرض بأن المعالجة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم وذلك باستخدام اختبار الرتب المؤشرة ، وبمستوى معنوية ١٪ .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

الرتب الموجبة	الرتب	الفرق	بعد	قبل
١٠	١٠	١٩	١٤٥	١٦٤
	٣	٣-	١٨٢	١٧٩
	٠	٠	١٩٧	١٩٧
٩	٩	١٦	١٥٩	١٧٥
٧,٥	٧,٥	١٤	١٥١	١٦٥
	٢	٢-	١٧٤	١٧٢
٧,٥	٧,٥	١٤	١٥٢	١٦٦
١١	١١	٣٦	١٥٣	١٨٩
٦	٦	١١	١٥٣	١٦٤
٥	٥	٧	١٥١	١٥٨
٤	٤	٤	١٩٣	١٩٧
	١	١-	١٨٣	١٨٢
٦٠				

الحل :

$$\text{ف. ٠ : } \bar{s}_1 = \bar{s}_2 \quad \text{ف. ١ : } \bar{s}_1 < \bar{s}_2$$

و = ٦٠ ومن جدول ١٠ وعند ن = ١٢ نجد أن ح (و ٣ ٩) = ٠,٠٠٨١
وباستخدام العلاقة (٣-١٢) فإن القيمة الحرجة:

$$\text{و} \quad \bar{s}_1 = 9 - \frac{12(13)}{2} = 39$$

أي أن القيمة المشاهدة (٦٠) غير معنوية ، ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم.
ولإيضاح كيفية استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب :

$$\bar{s} = \frac{1}{4} (12)(13) = 39$$

$$\sigma^2 \bar{s} = \frac{1}{24} (12 - 1)(13 + 1) = 7.5$$

$$= \frac{1}{24} (12)(13)(25) = 162.5$$

$$z = \frac{60 - 39}{\sqrt{162.5}} = 1.647$$

٧.٥

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣
ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم

تطبيق (٢٩-٢٢):

فيما يلي عينة عشوائية من عشرة طلاب ، توضح درجاتهم في مادتي الإحصاء والإقتصاد . والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجات الإحصاء أقل من الإقتصاد ضد الفرض البديل بأنه أكبر ، وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪. أي أن :

$$F_0 : \bar{S}_1 \geq \bar{S}_2 \quad F_1 : \bar{S}_1 < \bar{S}_2$$

درجة الإحصاء ٦٧ ٨٢ ٧٢ ٦٧ ٧٢ ٩١ ٩٠ ٧٨ ٩٢ ٨٨

درجة الإقتصاد ٦٩ ٧١ ٧٣ ٧٠ ٧١ ٨٣ ٨٤ ٧٢ ٨٢ ٨٣

الحل: س١ - س٢ :

٢- ١١ ١- ٣- ١ ٨ ٦ ٦ ١٠ ٥

الرتبة:

٣ ١٠ ١,٥ ٤ ١,٥ ٨ ٦,٥ ٦,٥ ٩ ٥

مجموع الرتب الموجبة : و = ٤٦,٥ .

من جدول (١٠) نجد أن ح (ص ≥ ١٠) = ٠,٠٤٢ .

وباستخدام العلاقة (٢٩-١٢) فإن القيمة الحرجة . و* = ١٠ (١١) / ٢ - ١٠ = ٤٥

أي أن القيمة المشاهدة (٤٦,٥) تقع في منطقة الرفض - ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٢٩-٢-٥ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين ، وبنفس الشروط والصيغ والإجراءات التي سبق عرضها عند اختبار الفروض حول متوسط المجتمع ، مع مراعاة الفروق الموضحة بالقسم (٢٩-٢-٢)

تطبيق (٢٩-٢٣):

المطلوب اختبار الفرض الوارد في التطبيق (٢٩-٢٢) باستخدام تقريب بالتوزيع الطبيعي .

$$\text{الحل : } \sigma^2 = n(1 + n) / 4 = 10 / (11) = 27,5$$

$$\sigma^2 = n(1 + n) / (1 + 2n) = 24 / (21) = 96,25$$

$$w = \frac{37,5 - 46,5}{\sqrt{96,25}} = \frac{-9}{9,81} = -0,92$$

وحيث أن هذه القيمة أكبر من ط (٠,٩٥) = ١,٦٥ نرفض الفرض

٢٩-٢-٦ اختبار الإشارة

يستخدم اختبار الإشارة والذي تم عرضه في القسم (٢٩-٢-١-٥) لإختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها . غير أننا نستخدم هنا الفرق د = س١ - س٢ بدلاً من قيم س ، واعتبار المتوسط (الوسيط) يساوى صفر . أي أننا

نعبر عن كل زوج من القيم بإشارة موجبة أو سالبة .

تطبيق (٢٩-٢٤):

في دراسة لتقييم فعالية نظام مراقبة للمرور ، تم تسجيل عدد الحوادث التي وقعت عند ١٢ تقاطع خطر خلال الشهر السابق والشهر اللاحق لتطبيق النظام الجديد ، وكانت البيانات كما يلي :

(3,1)	(5,2)	(2,0)	(3,2)	(3,2)
				(3,0)
(4,3)	(1,3)	(6,4)	(4,1)	(1,0)
				(0,2)

والمطلوب إختبار فرض العدم بأن نظام مراقبة المرور الجديد غير فعال بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

$$\text{الحل : ف : } \bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

$$\text{ف : } \bar{S}_1 < \bar{S}_2$$

$$\begin{array}{cccccc} + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & - \end{array}$$

$$\text{ح (س} \leq 10) = 1 - \text{ح (س} \geq 9) = 1 - \text{ح (9)} = 1 - 0,9807 = 0,0193$$

ويمثل ذلك مستوى المعنوية الحقيقي ، وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمى (٠,٠٥) لذا فإننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل بأن النظام الجديد فعال ويخفض من الحوادث .

٢٩-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة

نعرض في هذا الفصل مجموعة من الأساليب الإحصائية الموجهة نحو الإستقراء حول متوسطين ، في حالة استقلال البيانات .
عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، مع ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث بالإختيار بين الأساليب البديلة حسب ترتيب عرضها ، وفي حالة عدم توفر الشروط أو ملائمة الظروف يلجأ للأسلوب الذي يليه وهكذا .

٢٩-٣-١ الإختبار الطبيعي

يستخدم لإختبار الفرض حول متوسطين :

الإفتراضات

- ١- مستوى القياس كمي
- ٢- عينات عشوائية بسيطة
- ٣- المشاهدات (العينات) مستقلة
- ٤- تباين المجتمعان معلوم σ^2_1 σ^2_2

فرض العدم :

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{S}_1 \geq \bar{S}_2$ أو $\bar{S}_1 \leq \bar{S}_2$
على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

$$(أ) \text{ ف } 1 : \bar{s} < \bar{s}_2$$

$$(ب) \text{ ف } 1 : \bar{s} > \bar{s}_2$$

$$(ج) \text{ ف } 1 : \bar{s} \neq \bar{s}_2$$

إحصاء الاختبار

$$\bar{s} = \bar{s}_2$$

(٢٥-٢٩)

ص =

$$\sigma_{\bar{s} - \bar{s}_2}$$

حيث :

(٢٦-٢٩)

$$\sigma_{\bar{s} - \bar{s}_2} = \sqrt{\sigma^2 / n_1 + \sigma^2 / n_2}$$

توزيع المعاينة

إحصاء الاختبار أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في القسم ٢٩-١-٢-١ بشأن الاختبار الطبيعي حول متوسط المجتمع .

(٢٧-٢٩)

$$\text{ف } 0 : \bar{s} = \bar{s}_2$$

تطبيق (٢٩-٢٥):

في مقارنة لكمية النيكوتين بين نوعين من السجائر تم سحب عينة عشوائية من ٥٠ سيجارة من النوع الأول وعينة ٤٠ سيجارة من النوع الثاني . فإذا علم من الدراسات السابقة أن الإنحراف المعياري هو ٠,١٢ ، ٠,١٤ ، للمجتمعين على الترتيب . وقد أظهرت النتائج أن المتوسط بالعينة الأولى هو ٢,٦١ ملليجرام وبالعينة الثانية ٢,٣٨ ملليجرام . والمطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فروق بين نوعي السجائر وذلك مستوى معنوية ١ % . ضد الفرض البديل بأن كمية النيكوتين بالنوع الأول أكبر .

الحل :

$$٠.١ : \bar{s}_1 = \bar{s}_2$$

$$١.١ : \bar{s}_1 < \bar{s}_2$$

$$٨,٢١٤ = \frac{٢,٣٨ - ٢,٦١}{\sqrt{[٤٠ / ٠,١٤^٢ + ٥٠ / ٠,١٢^٢]}} = \text{ص}$$

$$\text{وحيث أن } \tau = (٠,٩٩) = ٢,٣٣$$

لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن النيكوتين بالنوع الأول من السجائر أكبر منه في النوع الثاني.

تطبيق (٢٩-٢٦):

باستخدام البيانات بالتطبيق السابق ، المطلوب اختبار الفرض بأن كمية النيكوتين بالسيجارة من النوع الأول تزيد عنها في النوع الثاني بمقدار ٠,٢

مللجرام ، ضد الفرض البديل بأن الفرق لا يساوي ذلك المقدار . وذلك بمستوى معنوية ٥%

$$= \sqrt{\frac{(\bar{s}_1 - \bar{s}_2)^2}{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.2 - (2.38 - 2.61)^2}{\frac{(0.14)^2}{40} + \frac{(0.12)^2}{50}}} = 1.07$$

$$ط (0.975) = 1.96$$

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٢٩-٣-٢ تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في الإختبار الطبيعي يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة = ١ - م باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{s}_1 - \bar{s}_2 \pm ط (1 - \alpha) \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

تطبيق (٢٧-٢٩):

باستخدام البيانات بالتطبيق (٢٥-٢٩) المطلوب تقدير الفرق بين متوسط كمية النيكوتين في كلا النوعين من السجائر ، وذلك بدرجة ثقة ٩٠ % .

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{(0,14)}^2}{40} + \frac{\sqrt{(0,12)}^2}{50} \sqrt{(0,95)} \pm 2 \overline{s} - 1 \overline{s} = \text{حدى الثقة} \\ & = (0,28) \pm 1,65 = (0,23, 0,46) \\ & = (0,18, 0,28) \end{aligned}$$

٢٩-٣-٣ اختبار ت - فيشر

وهو يماثل الإختبار الطبيعي أعلاه في الهدف والفروض وقاعدة القرار .
كما يعتمد على نفس الإفتراضات السابقة غير أن التباين يفترض أنه مشترك في المجتمعين ولكنه غير معلوم كما يفترض أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي .

إحصاء الاختبار :

$$\begin{aligned} & \overline{s}_1 = \overline{s}_2 \\ & \text{ص} = \frac{(\overline{s}_1 - \overline{s}_2)}{\sqrt{\frac{\overline{s}_1^2 + \overline{s}_2^2}{2}}} \end{aligned}$$

$$\overline{s}_1^2 - \overline{s}_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \quad (29-30)$$

$$\overline{s}_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N}}{N-1} \quad (29-31)$$

$$\overline{s}_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N y_i)^2}{N}}{N-1} \quad (29-32)$$

حيث \overline{s}_1^2 : \overline{s}_2^2 هو التباين من العينتان ، حسب الصيغة (29-36)

توزيع المعاينة

إحصاء الاختبار يتبع توزيع ت بدرجات حرية $N-2$

تطبيق (29-28):

في بحث طبي حيث كان الإهتمام حول الفرق بين أعمار الذكور وأعمار الإناث عند بدء أعراض مرض سرطان الرئة ، تم سحب عيّنتين عشوائيتين من مجتمعات تتبع التوزيع الطبيعي ولها تباين متساو ، والمطلوب استخدام البيانات لإختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية 0.05.

العمر بالسنوات عند بدء مرض سرطان الرئة

٧٠	٦٧	٣٧	٤١	٤٨	٥٤	٥٢	٥٦	٤٩	٥٠	٥٢	٥٨	إناث	
٥٠	٣٧	٥٢	٥٠	٥٣	٦١	٤١	٥٥	٣٦	٦٦	٥٧	٤١	٢٦	ذكور

الحل :

متوسط العينات : الإناث $\bar{س}_1 = ٥٢,٨٣$ ، الذكور $\bar{س}_2 = ٤٨,٠٨$

تباين العينات : $\sigma_1^2 = ٨٨,٣٣$ ، $\sigma_2^2 = ١٢٦,٥٨$

$$\bar{س} = \frac{(١٢)١٢٦,٥٨ + (١١)٨٨,٣٣}{١٢ + ١١} = ١٠٨,٢٩$$

$$ص = \frac{٤٨,٠٨ - ٥٢,٨٣}{\sqrt{\frac{[١٣/١ + ١٢/١]}{١٠,٤٠٦}}} = ١,١٤$$

$$ت_{١-٢} = (٠,٩٧٥) = ت_{٢-٣} = (٠,٩٧٥)$$

لذا لا نرفض فرض تساوي المتوسطات .

تطبيق (٢٩-٢٩) :

ترغب إدارة إحدى المؤسسات في معرفة ما إذا كان متوسط عدد غياب العمال بسبب المرض يكون أكبر في اليوم السابق لنهاية الأسبوع واليوم الذي يليه ، عنه في الأيام الأخرى . تم سحب عينة عشوائية من خمس أسابيع وسجلت عدد حالات الغياب وكانت كما يلي :

اليوم السابق واللاحق لنهاية الأسبوع (س ١) ٦٢ ، ٧٥ ، ٧٤ ، ٨٦ ، ٧٣ ،

٧٧، ٩٠، ٩١، ٩٨، ٨١

الأيام الأخرى (س٢) ٥٩، ٦٧، ٣٥، ٤٩، ٨٩، ٦٥، ٥٨، ٧١،

٥٥، ٥٧، ٦٩، ٦٨، ٦٤، ٣٧، ٤٢

والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ١ % .

$$\text{الحل: ف: } \bar{s}_1 = \bar{s}_2$$

$$\text{ف١: } \bar{s}_1 < \bar{s}_2$$

$$\text{ن} = ١٠، \text{ن} = ٢، \bar{s}_1 = ٨٠,٧، \bar{s}_2 = ٥٩$$

$$\bar{s}_1 = ١١٣,٣٤، \bar{s}_2 = ٢٠١,٤٣$$

$$\bar{s} = \frac{١٠ \times ١١٣,٣٤ + ٢ \times ٢٠١,٤٣}{١٠ + ٢} = ١٦٦,٩٦$$

$$\bar{s}_1 - \bar{s}_2 = ١١٣,٣٤ - ٢٠١,٤٣ = -٨٨,٠٩$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{s}_1 - \bar{s}_2}{\sqrt{\frac{\bar{s}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\bar{s}_2^2}{\text{ن}_2}}} = \frac{-٨٨,٠٩}{\sqrt{\frac{١١٣,٣٤^2}{١٠} + \frac{٢٠١,٤٣^2}{٢}}} = -٢,٥$$

$$\text{ت} = (٠,٩٩)_{٢-١٠+١} = (٠,٩٩)_{٢٣}$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل

ملحوظة : يجب استخدام إختبار ليليفورز للتحقق من إفتراض التوزيع الطبيعي

كما يجب التحقق من أن التباينات متساوية . وسنفترض على أي حال أن كافة الشروط محققة (١).

٢٩-٣-٤ تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - فيشر يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين بدرجة ثقة $\theta = 1 - \alpha$ باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدود الثقة} = (\bar{S}_1 - \bar{S}_2) \pm t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

(٢٩-٣٣)

تطبيق (٢٩-٣٠):

بإستخدام البيانات بالتطبيق (٢٩-٢٩) المطلوب تقدير فترة ثقة بين معدلات الغياب في الفترتين ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .

$$\begin{aligned} \text{حدي الثقة} &= (80.7 - 59) \pm t_{0.025, 23} (0.975) (5.28) \\ &= 21.7 \pm 2.069 (5.28) \\ &= 21.7 \pm 10.9 \\ &= (10.9, 32.6) \end{aligned}$$

٢٩-٣-٥ إختبار - ت - ساترزويت

وهو يماثل إختبار - ت - فيشر (٣-٣-٢) في الهدف والفروض وقاعدة

القرار . كما يعتمد على نفس الإفتراضات ، عدا أن التباينات غير معلومة وغير متساوية .

إحصاء الاختبار :

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \overline{س_1} - \overline{س_2} \\ \text{ع} &= \overline{س_1} - \overline{س_2} \\ (29-34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{س_1^2} - \overline{س_2^2} &= \overline{س_1^2} + \overline{س_2^2} \\ (29-35) \end{aligned}$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع ت (تقريباً) بدرجات حرية تسمى درجات الحرية الفعالة (د ح ف) وترجع إلى ساترزويت . Sotterthwait

$$\begin{aligned} \text{د ح ف} &= \frac{2 \left(\frac{ن_1}{\epsilon_1} + \frac{ن_2}{\epsilon_2} \right)}{2 \left(\frac{ن_1}{\epsilon_1} + \frac{ن_2}{\epsilon_2} \right)} \\ (29-36) \end{aligned}$$

$$[(ن_1 - 1) / \epsilon_1] + [(ن_2 - 1) / \epsilon_2]$$

ونقرب القيمة لأقل عدد صحيح ، للحصول على نتيجة أكثر تحفظاً .

تطبيق (29-31):

الأرقام التالية تعبر عن إنتاج الفدان في عينتين مختلفتين من التربة إحداها

ضابط والأخرى تجريبية وذلك لتجربة نوع جديد من السماد ، يفترض أنه يزيد من الإنتاج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٥ % .

٧,٦	١٦,١	١٨,٢	١٨,٣	٦,٥	٣,٨	٥,٩	العينة التجريبية س١
٤,٧	٤,١	٦,٥	٣,٢	٢	١,٤	٧,٦	العينة الضابطة س٢

ملحوظة : افترض أن توزيع كل من المجمعين طبيعي ، وأن تباينات المجتمع غير معلومة وغير متساوية .

$$\text{الحل : ف : } \bar{S}_1 = \bar{S}_2 \quad \text{ف : } \bar{S}_1 < \bar{S}_2$$

$$\text{الحل : } \bar{S}_1 = 10,9 \quad \bar{S}_2 = 3,94 \quad \bar{S}_1 = 2,6 \quad \bar{S}_2 = 40,12 \quad \bar{S}_1 = 6,95$$

$$\bar{S}_1 = 6,35 + \frac{0,12 \times 4}{7} = \bar{S}_2$$

$$3,94 - 10,9$$

$$2,69 = \frac{\quad}{2,09} = \text{ص}$$

$$2,09$$

$$\sqrt{\left(\frac{7}{6,95} + \frac{7}{40,12} \right)}$$

$$\text{د ح ف} = \frac{\quad}{8} \approx$$

$$\left[\frac{7}{6,95} \right] + \left[\frac{7}{40,12} \right]$$

$$1,860 = (0,95) \text{ ت}$$

وحيث أن قيمة ص المحسوبة (٢,٦٩) أكبر منها ، لذا نرفض فرض العدم

ونقبل الفرض البديل .

٢٩-٣-٦ تقدير الفرق بين متوسطين :

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - ساترزويت يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة $\alpha = 1 - \alpha$ باستخدام الصيغة التالية :
حدي الثقة =

$$(\bar{S}_1 - \bar{S}_2) \pm t_{\alpha/2, n-1} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

تطبيق (٢٩-٣٢):

للبيانات الواردة بالتطبيق السابق (٣ - ٣١) المطلوب تقدير ٩٥ % فترة ثقة للفرق بين المتوسطين .

حدي الثقة = $(\bar{S}_1 - \bar{S}_2) \pm t_{\alpha/2, n-1} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

$$\times \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$= (\bar{S}_1 - \bar{S}_2) \pm t_{\alpha/2, n-1} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} =$$

$$= 6,96 \pm 0,97$$

$$= (1, 12,93)$$

٧٢٠

٢٩-٣-٧ اختبار ولكوكسون - مان - وتني

تم وضع هذا الاختبار بمعرفة ولكوكسون Wilcoxon في ١٩٤٥ لاختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين ذات حجومات متساوية . و قد تم تصميمه لعينات بحجوم مختلفة بواسطة مان - وتني Mann & whitney في ١٩٤٧.

الافتراضات :

١. مستوي القياس ترتيبى .
 ٢. عينة عشوائية بسيطة .
 ٣. العينتان مستقلتان .
 ٤. المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي المتوسطان) .
- فرض العدم : $f : \bar{s}_1 = \bar{s}_2$
- وهذا يكافئ استخدام الصيغة $\bar{s}_1 \geq \bar{s}_2$ أو $\bar{s}_1 \leq \bar{s}_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .
- الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :
- (أ) $f : \bar{s}_1 < \bar{s}_2$
- (ب) $f : \bar{s}_1 > \bar{s}_2$
- (ج) $f : \bar{s}_1 \neq \bar{s}_2$

احصاء الاختبار:

نفترض أن s_1 المتغير بالعينة الاولى وحجمها n_1 والمتغير s_2 بالعينة الثانية وحجمها n_2 ونفترض أن s_1 هو المتغير ذو حجم العينة الأقل

ويكون عدد القيم من العينات
 $n + 1 = 2 = n$. يتم اعطاء رتب لهذه القيم تصاعديا ، أي تبدأ من ١ الي $n + 1$ ، ويكون الاحصاء هو J = مجموع الرتب المخصصة للمتغير S (أي العينة ذات الحجم الأصغر) .

توزيع المعاينة :

أحصاء الاختبار (J) وهو مجموع رتب المتغير S يتبع توزيع خاص يسمى ولكوسون - مان - وتتي - وهو توزيع غير مستمر وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع (جدول ١١) .

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوي المعنوية α ، تكون منطقة الرفض كما يلي وهي تعتمد علي الفرض البديل .

منطقة الرفض	ف١
$J \leq J_{\alpha/2}$ ($\mu_1 - \mu_2$)	$\bar{S}_1 < \bar{S}_2$
$J \geq J_{\alpha/2}$ (μ)	$\bar{S}_1 > \bar{S}_2$
$J \geq J_{\alpha/2}$ ($\mu/2$)	$\bar{S}_1 \neq \bar{S}_2$
أو $J \leq J_{\alpha/2}$ ($\mu - 1/2$)	

الجداول : توجد جداول مخصصة لتوزيع ولكوسون - مان - وتتي (جدول ١١)

وباعتبار أحجام العينات ن ١ ، ن ٢ ومستوي معنوية م فإن الجداول تعرض قيم

ج ١ ، ج ٢ ، م بحيث :

$$ح (ج \geq ١) = ح (ج \leq ٢) = م \quad (٢٩-٣٨)$$

وعلي سبيل المثال ، إذا كانت ن ١ = ٧ ، ن ٢ = ٩ ، م = ٠,٠٥ فإن الجدول يعرض

(٠,٠٤٥ ، ٧٦ ، ٤٣) وهذا يعني :

$$ح (ج \geq ٤٣) = ح (ج \leq ٧٦) = ٠,٠٤٥$$

لاحظ أن ٠,٠٤٥ هو أقرب احتمال \geq م وتكون منطقة الرفض وهي تعتمد علي الفرض البديل كما يلي :

ف١	منطقة الرفض	مستوى المعنوية
$\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$	$ج \leq ٦٧$	٠,٠٤٥
$\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$	$ج \geq ٤٣$	٠,٠٤٥
$\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$	$ج \leq ٧٦$ أو $ج \geq ٤٣$	٠,٠٩٠

تطبيق (٢٩-٣٣):

في مقارنة لنوعين من التغذية ، تم الحصول علي البيانات التالية من عيّنتين عشوائيتين وهي تمثل الزيادة في الوزن .

التغذية س ١	١٠	٥	٣
التغذية س ٢	٢٩	٢٥	٢٢
	٨	١٦	

بمستوي معنوية ٥ % المطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الزيادة في النوع الأول أقل منه في النوع الثاني .

الحل:

$$F: \bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

$$S_1 > S_2$$

الرتب : التغذية س١	٤	٢	١
التغذية س٢	٨	٧	٦
	٥	٣	

$$J = 7$$

وبالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح ($J \geq 7$) = ٠,٠٣٦ \geq ٠,٠٥
أي ان القيمة المشاهدة (٧) معنوية ، ونرفض فرض المساواة .

تطبيق (٢٩-٣٤):

تدرس إحدى الشركات المفاضلة بين نوعين من اللمبات الكهربائية ، النوع الأول أقل تكلفة من النوع الثاني ، وتود الشركة شراؤه مالم يكن هناك دليل علي أن النوع الثاني له عمر أطول . تم اختيار ٧ لمبات عشوائية من النوع الأول ، ٩ لمبات من النوع الثاني وكانت اعمارها بالساعات كما يلي :

النوع الأول : ٩٨١ ، ٩٥٢ ، ١٣٤٢ ، ١٠٥١ ، ١٠٠٥ ، ٩٧٤ ، ١٢١٦
النوع الثاني : ١٣٨ ، ١٠٠٤ ، ١٠٣٢ ، ١٢٦٣ ، ١٠٤٠ ، ٩٩٠ ، ١١٠ ، ١٢٠٥ ، ١١٨٠

والمطلوب اختبار الفرض بمستوي معنوية ٥ % إذا علم أن كلا المجتمعان لهما نفس التوزيع.

الحل: نعتبر المتغير س ١ يمثل العمر في النوع الأول ، س ٢ العمر في النوع الثاني .

$$ف : \bar{س} = ١ \bar{س} = ٢$$

$$ف ١ : \bar{س} < ١ \bar{س} = ٢$$

نرتب قيم العينتان تصاعدياً من وضع خط تحت الرقم لتمييز العينة الصغيرة

(النوع الأول) مع تخصيص رتبة لكل قيمة (ن ١ = ٧ ، ن ٢ = ٩)

٩٥٢	٩٧٤	٩٨١	٩٩٠	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٣٢	١٠٤٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨

١٠٥١	١١٠٢	١١٧٠	١٢٠٥	١٣١٦	١٢٦٣	١٣٤٢	١٣٨٠
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦

= مجموع رتب س ١ (العينة الصغيرة) = ٤٩

منطقة الرفض : بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (ج ≥ ٤٣) = ٠,٠٤٥

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وهو المساواة ، ويكون القرار شراء النوع الأرخص .

٢٩-٣-٨ اختبار ولكوكسون-مان-وتني للعينات الكبيرة

بزيادة أحجام العينات ن ١ ، ن ٢ يقترب توزيع احصاء ولكوكسون من التوزيع الطبيعي .

وعلي أي حال فإنه بالنسبة لحجوم العينات غير الواردة بالجدول (أكبر من ١٠) يمكن استخدام التوزيع الطبيعي :

$$(٢٩-٣٩)$$

$$ط (ج ١ ، ٥ ج)$$

$$\text{حيث } \bar{J} = \frac{1}{n} (1 + n) \quad (29-40)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (1 + n) \quad (29-41)$$

مع مراعاة التصحيح الخاص بالمتغير المستمر (0,5) أي أن :

$$\text{ص} = \frac{\bar{J} - 0,5 \pm \bar{J}}{\sigma} \quad (29-42)$$

يتم التوزيع الطبيعي المعياري

وفي حالة وجود قيود Ties (أي قيم مكررة) فإنه يمكن مراعاة معامل التصحيح للقيود

Correction for ties علي أنه ليس له تأثير كبير .

تطبيق (29-35):

فيما يلي درجات عينات من الطلبة في مادتي الأحصاء و الفيزياء ، والمطلوب اختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوي معنوية 5 %

الأحصاء : ٧٢ ، ٩٢ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٨ ، ٧٢ ، ٩٠ ، ٦٧ ، ٨٢ ، ٧٠

الفيزياء : ٨٣ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٠ ، ٨٧ ، ٩١ ، ٧٧ ، ٨٤ ، ٧١ ، ٨٢ ، ٧٣ ، ٨٢

الحل : ف : $\bar{S}_1 = \bar{S}_2$

ف١ : $\bar{S}_1 \neq \bar{S}_2$

نرتب القيم ترتيبا تصاعديا

الأحصاء : ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٩٢

الفيزياء : ٧٠ ، ٧١ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٧ ، ٨٢ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٧ ،

٩١

نعطي رتب لكل المجموعة من الدرجات ، مع تمييز رتب كل مجموعة .

الأحصاء : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٢

الفيزياء : ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ،

١٩ ، ٢٠ ،

مجموع رتب العينة الصغيرة ج = ٩٨,٥

$$\text{ج}^- = \frac{1}{n} (1 + n) \frac{2}{(23)} 10 = 115$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \frac{1}{n} (1 + n) \frac{2}{(23)} 10 = 230$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \times 230 = 10, 17$$

$$\text{ج} \pm 0,5 - \text{ج}^- = 98,5 + 0,5 - 115 =$$

$$ص = \frac{1,05}{10,17} = 1,05$$

$$\sigma = 10,17$$

$$\text{منطقة الرفض : } ص > (0,025) = 1,96$$

$$\text{أو } ص < (0,975) = 1,96$$

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٢٩-٤ مقارنة عدة متوسطات :

٢٩-٤-١ الأهمية

فيما سبق تم عرض بعض الأساليب لمقارنة متوسطين ، ونعرض هنا حالة مقارنة عدة متوسطات ، وهو موضوع على درجة كبيرة من الأهمية في البحث العلمي بصفة عامة وفي تصميم وتحليل التجارب بصفة خاصة . مثال ذلك : مقارنة طرق الإنتاج المختلفة ، مقارنة أنواع مختلفة من الأسمدة أو التقاوي ، مقارنة طرق مختلفة للعلاج ، مقارنة طرق التدريس والتدريب ، ... إلخ .

قد يعتقد البعض أن الطرق السابقة والخاصة بمقارنة متوسطين ، يمكن تطبيقها هنا على أساس إجراء عدة مقارنات ، تجرى في كل مرة بين طريقتين ، غير أن ذلك لا يعد عملاً مقبولاً للعديد من الإعتبارات نذكر أهمها :

١ عدد الإختبارات المطلوبة يزداد بدرجة كبيرة مع زيادة عدد المتوسطات المطلوب مقارنتها ، فإذا كان عدد المتوسطات ن تكون عدد المقارنات المطلوبة $\frac{2}{1} (ن - ١)$ فإذا كانت عدد الطرق عشرة مثلاً فإن ذلك يتطلب ٤٥ إختباراً .

٢ إن إجراء الإختبار بين حالتين وترك الحالات الأخرى - يعنى ترك معلومات إضافية متاحة عن المجتمع وضياح فرض الحصول على تقرير أفضل لتباين المجتمع .

٣ الإعتماد على طرق المقارنة بين متوسطين لا يمكن من إعطاء وتفسيرات صحيحة للنتائج - ذلك أن ظهور بعض المقارنات معنوية لا يعطينا مبرراً كافياً

لرفض فرض العدم ، إذ أنه مع كثرة عدد المقارنات كما أوضحنا في (١) فإن ظهور مجموعة منها معنوية ، لا يعد شيئاً مستغرباً .
٤ أحياناً تتطلب التجارب المتعددة المجموعات وجود عدد كبير من المتغيرات يتم تداولها في آن واحد .

٢٩-٤-٢ مفاهيم تجريبية :

ونعرض فيما يلي - طبيعة التجارب مع توضيح بعض المفاهيم والمصطلحات المستخدمة .

إن التجارب على إختلاف أنواعها تهدف إلى وصف العلاقة بين المتغيرات وفي حالتها البسيطة نواجه بمتغيرين ، مثال ذلك تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب . (المتغير المستقل Independent ويسمى أيضاً عامل .) Factor وأثر هذه الطرق على إنتاج العامل (المتغير التابع dependent) وطرق التدريب الثلاث ولتكن أ ، ب ، ج ، تسمى معاملات Treatments والمعاملات تشير إلى مجموعة من الظروف التجريبية مجال التطبيق على وحدات التجربة ، أي هي المؤثرات المطلوب قياس تأثيرها .

وأحياناً يدخل الباحث معاملة ضابطة Control بإعتبارها معياراً يتخذ أساساً لمقارنة تأثير المعاملات الأخرى ويتم تطبيق كل من المعاملات على مجموعة من العمال يطلق عليها وحدات التجربة . وتعرف وحدة التجربة Experimental unit على أنها أصغر مجموعة من مواد

(التجربة (العمال) يطبق عليها المعاملة ، فقد تكون قطعة أرض تضم العديد من النباتات تطبق عليها معاملة واحدة وقد تكون نبات معين كما قد تكون ورقة من نبات كما يحدث في تجارب أمراض النبات . ومن المفاهيم الشائعة في تصميم التجارب - الخطأ التجريبي Experimental error ويعرف على أنه مقياس للاختلافات التي توجد بين مشاهدات سجلت من وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة .

تنقسم التصميمات التجريبية وبالتالي النماذج والأساليب الإحصائية المناظرة لتحليلها إلى عدد كبير يتوقف على العديد من العوامل نذكر أهمها :

- ١ عدد المتغيرات المستقلة
- ٢ العينات مستقلة أو مرتبطة .
- ٣ مستوى القياس للمتغير التابع : فئري أو ترتيبي .
- ٤- عدد المتغيرات . Covariates المتغيرات هو متغير مرافق أي مصاحب للمتغير التابع - ويستخدم لتخليصه من بعض الاختلافات غير المرغوبة.

فيما يلي نعرض كنموذج إحدى التصميمات التجريبية الشائعة والاختبارات الإحصائية المناظرة لها . ونبدأ بعرض أسلوب تحليل التباين والذي يعد الأساس في تحليل كافة النماذج التجريبية .

٢٩-٤-٣ تحليل التباين ANOVA

إن الاختبارات والمقارنات بين عدة مجموعات تختلف تبعاً لتصميم التجربة والنموذج الإحصائي المستخدم في التحليل ، ولكنها تعتمد جميعها على فكره وأسلوب تحليل التباين Analysis of variance (ANOVA) الذي قدمه عالم الإحصاء فيشر Fisher عام ١٩٢٣ وهو أسلوب يتم فيه تقسيم التباين (*) المشاهد في البيانات التي نحصل عليها من التجربة أو المسح إلى أجزاء مختلفة كل منها يمكن إرجاعه إلى مصدر (سبب أو عامل) معلوم ، وبذلك يمكن تقييم المقدار النسبي للتباين الناتج من كل مصدر ثم تقدير ما إذا كان ذلك معنوياً أم لا.

الافتراضات :

- ١- المشاهدات عشوائية
 - ٢- توزيع المتغير التابع في المجتمع التي تسحب منه العينات يتبع التوزيع الطبيعي .
 - ٣- التباينات في المجتمعات التي تسحب منها العينات متساوية .
 - ٤- تأثير العوامل المختلفة تجميعي . additive
- ويتميز أسلوب تحليل التباين بأنه في حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي وشرط تجانس التباينات - بدرجة ليست كبيرة فإن ذلك لا يؤثر كثيراً على الاستقرارات Inferences التي تحصل عليها .
- وعلى أي حال فإن التحقق من توافر الشروط المطلوبة يتم عن طريق اختبارات إحصائية^١.

1 راجع الإحصاء والاستقراء، الجزء الثالث ، للمؤلف

٢٩-٥ مقارنة عدة متوسطات: بيانات مستقلة

٢٩-٥-١ التصميم كامل العشوائية

يستخدم التصميم كامل العشوائية Completely Randomized Design (CRD) لمقارنة بين المجموعات في حالة كون البيانات مستقلة. في هذا التصميم يتم توزيع المعاملات بصورة كاملة عشوائياً على الوحدات التجريبية أو العكس حيث توزع وحدات التجربة جميعها عشوائياً على المعاملات. يتميز هذا التصميم بالمرونة والبساطة ، على أنه لا ينصح باستخدامه إلا إذا كانت وحدات التجربة متجانسة.

نوضح هنا أن النماذج السابق إستخدامها لمقارنة متوسطين في حالة العينات المستقلة تعد تصميماً كامل العشوائية لمعاملتين . وفي حالة إستخدام تحليل التباين لمقارنة متوسطين فإن النتائج التي تحصل عليها تكون مطابقة لنتائج إختبار ت - فيشر ، والسابق عرضه .

٢٩-٥-١-١ التعشية Randomization

لتعشية، وتعني توزيع المعالجات عشوائياً على وحدات التجربة ، تعد من الأسس الهامة التي يلزم مراعاتها عند إجراء التجارب بصفة عامة وذلك تحقيقاً للموضوعية وعدم التحيز . وتعد الجداول العشوائية من أهم الوسائل التي

يعتمد عليها في هذا الشأن ، ولتوضيح ذلك فيما يتعلق بالتصميم الكامل العشوائية ، نفترض تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب أ ، ب ، جـ وذلك بالتطبيق على مجموعات من العمال أعدادها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ .

١- يخصص لكل وحدة تجريبية (العامل) رقماً ، ولتكن الأرقام بالتسلسل من ١ إلى ١٢ .

٢- نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً تقع بين ١ ، ١٢ مع حذف التكرار وتدون حسب ترتيب الحصول عليها .

٣- بفرض أن الأعداد العشوائية التي حصلنا عليها حسب الخطوة السابقة كانت كما يلي :

٨ ، ٣ ، ٧ ، ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥

تكون المجموعات الثلاث والتي ستطبق عليها المعاملات الثلاثة على الترتيب كما يلي :

المجموعة الأولى	٨ ، ٣ ، ٧	يطبق عليها الطريقة أ
المجموعة الثانية	٦ ، ١١ ، ٩ ، ١	يطبق عليها الطريقة ب
المجموعة الثالثة	١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥	يطبق عليها الطريقة جـ

ملحوظة : عندما يكون عدد وحدات التجربة صغيراً كما في هذا المثال يفضل أن نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً - من ثلاث حدود - ثم نقوم بإعطائها رتب من ١ إلى ١٢ - ثم توزع هذه الأخيرة على المعاملات كما في الخطوة (٣) والتطبيق التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٢٩-٣٦):

في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الأسمدة تم تخصيص الأعداد التالية من الحقول على الترتيب ٢، ٣، ٥، ٦.
والمطلوب : توزيع المعاملات على الحقول حسب التصميم كامل العشوائية باستخدام الجداول العشوائية^١. لتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ١١.

الحل :

- ١- خصص لكل حقل رقماً بالتسلسل ١، ٢،، ١٦
- ٢- نستخرج ١٦ عدد عشوائي - من ثلاثة حدود - باستخدام الجداول العشوائية الملحقة ، وهي كما يلي حسب ترتيب ظهورها . الأرقام بين القوسين هي رتبة الرقم .

(٢)٠٤٢	(١٣)٨٦٨	(٦)١٩٥	(٤)١٣٨
(٧)٦٣٦	(٩)٧٨١	(٥)١٦٧	(١٦)٩٨٦
(١٥)٨٩١	(١)٠٣١	(١١)٨٠٤	(١٠)٧٨٩
(١٤)٨٥٩	(٨)٦٥٥	(٣)٠٦٣	(١١)٨٢٨

٣ توزيع المعاملات على الحقول حسب الأرقام الموضحة فيما يلي:

المعاملة الأولى : ١٣، ٢

المعاملة الثانية : ٧، ٤، ٦

المعاملة الثالثة : ١، ١٥، ١٦، ٥، ٩

المعاملة الرابعة : ١٢، ٣، ٨، ١٤، ١٠، ١١

١ جدول ١ بالملحق

٢٩-٥-١-٢ تحليل التباين:

البيان التالي يوضح قيم المشاهدات (المتغير التابع) موزعة في مصفوفة ، ومقسمة في مجموعات (أعمدة) تبعاً للمعاملات وعددها م وكذا الرموز المتعلقة بعدد المشاهدات ومجموعها و المتوسطات الحسابية للمعاملات.

المعاملات

١	٢	٣	ل	٠٠	م
ص ١١	ص ١٢	ص ١	ص ١	ص ١	ص ١
ص ٢١					
ص ١ ر			ص ل ر		
ص ١ ن	ص ٢ ن	ص ٢ ن	ص ٢ ن	ص ٢ ن	ص ٢ ن
ن ١	ن ٢	ن ٢	ن ٢	ن ٢	ن ٢
ص ١			ص ١	ص ١	ص ١
ص - ١			ص - ١	ص - ١	ص - ١

الصفوف الثلاث الأخيرة تمثل على الترتيب :

عدد المشاهدات في كل معاملة أو معالجة ومجموعها الكلي ن

مجموع قيم المشاهدات ومجموعها الكلي ص ..

المتوسط الحسابي لقيم كل معاملة والمتوسط العام ص -

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا

العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباين Anova

مصدر التباين	مجموع المربعات مزم	درجات الحرية د ج	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
المعاملات	م -	م - ١	$\frac{\sum x^2}{n}$	$\frac{\sum x^2}{n}$
الخطأ	خ -	ن - م	$\frac{\sum x^2}{n}$	
	ك	ن - ١		

مصدر التباين :

يتم تقسيم الاختلافات (التباين) بين المشاهدات إلى :

- ١ اختلافات بسبب تأثير المعاملات ، أو بين المعاملات أو بين المجموعات .
- ٢ اختلافات ترجع إلى الخطأ أو داخل المجموعات .

$$\begin{aligned} \text{ك} &= \text{مجموع ص} ٢ - \text{ص} ٢ / \text{ن} & (٢٩-٤٣) \\ \text{م} &= \text{مجموع ص} ٢ / \text{نل} - \text{ص} ٢ / \text{ن} & (٢٩-٤٤) \\ \text{خ} &= \text{ك} - \text{م} & (٢٩-٤٥) \\ \text{م}^2 &= \text{م} / \text{م} - ١ & (٢٩-٤٦) \\ \text{خ}^2 &= \text{خ} - \text{ن} / \text{م} & (٢٩-٤٧) \end{aligned}$$

متوسط المربعات هو مصطلح يستخدم في تحليل التباين ، وهو تباين العينة ويتم الحصول على تقديرات مختلفة للتباين :

- ١- م^2 ويعد تقديراً للتباين بسبب التأثير المنتظم للمتغير المستقل (المعاملات) بالإضافة إلى خطأ المعاينة .
- ٢- خ^2 ويعد تقديراً للتباين بسبب التغيرات الغير منتظمة داخل المعاملات .

في حالة عدم وجود تأثير للمتغير المستقل فإن التباين في البسط يكون راجعاً فقط إلى خطأ المعاينة ، ويساوى تقريباً البسط والمقام وتكون النسبة ف = ١ تقريباً . ولكن في حالة وجود تأثير للمتغير المستقل فإن الفروق بين المتوسطات تتزايد وبالتالي يزيد التباين في البسط عن التباين في المقام وتكون النسبة ف أكبر من ١ وعلى ذلك يعد الإحصاء ف أساساً لإختبار فرض وجود تأثير للمتغير المستقل .

والنسبة ف تتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م)

٢٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة:

في حالة ظهور قيمة معنوية للإحصاء ف ورفض فرض العدم فإن ذلك يعني فقط أن المجتمعات يحتمل أن تكون متوسطاتها غير متساوية ولا يشير ذلك إلى مكان وجود الفروق ومقاديرها ولا ترتيبها النسبي . ويتطلب الأمر إجراء مقارنات بين كل مجموعة والمجموعات الأخرى ، وتوجد عدة طرق في هذا الشأن نعرض منها طريقة أصغر فرق معنوي (أف م Least) Significant difference (LSD) وقد قدمها العالم فيشر . وهي تستخدم بعد رفض فرض العدم ، وتقضى بوجود إختلاف بين متوسطي المجتمعين ١ ، ٢ (مثلاً) بمستوى معنوية م في حالة ما إذا كان :

$$| \text{ص} - \text{ص} | > \text{أف م} \quad (٢٩-٤٩)$$

$$F = t - n - m (1 - \frac{2}{m}) \sqrt{[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}] \frac{1}{2} (29 - 50)}$$

تطبيق (٢٩-٣٧):

في تجربة لمقارنة ثلاث طرق لتدريب العمال وبيان أثر ذلك على الإنتاج تم توزيع العمال في ثلاث مجموعات ، وفيما يلي بيان بإنتاجهم بعد التدريب .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة ج
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣

بمستوى معنوية ٥ % المطلوب :

أ - إختبار معنوية الفروق في الإنتاج بين طرق التدريب المختلفة .

ب - إختبار معنوية الفروق بين كل طريقة وأخرى .

الحل أ ب ج كلى

المجموع ٢٠ ١٦ ١٢ ٤٨

المتوسط الحسابي ٥ ٤ ٣ ٤

مجموع ص = ٢٤ + ٢٦ + + ٢٣ = ٢٠٦

ك = ٢٠٦ - ١٩٢ = ١٢ / ٤٨ - ٢٠٦ = ١٤

$$\frac{4}{2} 12 + \frac{4}{2} 16 + \frac{4}{2} 20 = \text{ـ} \\ 8 = 192 - 200 = 12 / 2 48 \text{ ـ}$$

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
طرق التدريب	8	2	4	6
الخطأ التجريبي	6	9	3/2	
	14	11		

$$4,21 = (0,95)_{2,9}$$

إنّ يوجد فرق معنوي

المقارنات المتعددة:

$$\text{أ ف م} = \text{ت}, (0,975) \sqrt{[3/2] (4/1 + 4/1)}$$

$$0,707 \times 0,816 \times 2,262 =$$

$$1,306 =$$

وفيما يلي بيان بالمقارنات بين متوسطات الإنتاج في الطرق المختلفة:

متوسط المعاملة	أ	ب	ج
	٥	٤	٣
أ	٥	١	٢
ب	٤	٠	١

أي أن هناك فرق معنوي فقط بين الطريقتين أ ، ج .

تطبيق (٢٩-٣٨):

في دراسة لخواص التربة في ثلاث مناطق مختلفة ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية حجمها ١٠ قطع من كل منطقة وتحليلها ، وفيما يلي بيان نسب الطمي في التربة كما وردت بالتحليل.

والمطلوب : إختبار فرض تساوي نسب الطمي في الثلاث مناطق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

منطقة (١)	منطقة (٢)	منطقة (٣)
٢١	٢٤	١٨
٢٢	١٧	٢٣
٢٤	٢٨	٢٢
٢٦	١٩	٢١
٢٧	٢٥	١٨
٢٥	٢٠	١٩
١٩	٢٥	١٩
٢٩	٢٤	٢٥
٢٦	١٩	٢٤
٢٤	٢١	٢١

الحل:

مج ص = ٢٤٣ ، ٢٢٣ ، ٢١٠ في المناطق الثلاث على الترتيب.

مج ص^٢ = ٢١٢ + ٢٢٢ + + ٢٢٤ + ٢٢١ = ١٥٤٨٩

ك = ١٥٤٨٩ - ٣٠/٢ (٦٧٥) = ١٥١٨٧,٥ - ١٥٤٨٩ = ٣٠١,٥

م = ٢٤٣ (٢٤٣) + ١٠/٢ (٢٢٢) + ١٠/٢ (٢١٠) - ١٠/٢ (٦٧٥) = ٣٠/٢ (٦٧٥)

= ١٥٢٤٣,٣ - ١٥١٨٧,٥ = ٥٥,٨

جدول تحليل التباين

المصدر	د. ج	مجموع المربعات	متوسط المربعات	احصاء الاختبار
بين المناطق	٢	٥٥,٨	٢٧,٩	٣,٠٦٦
الخطأ	٢٧	٢٤٥,٧	٩,١	
كلى	٢٩	٣٠١,٥		

قيمة الإحصاء أصغر من قيمة $F_{(0.95), 27, 2}$ لذا لا نستطيع رفض فرض تساوي نسب الطمي في التربة بين المناطق الثلاث.

ملحوظة : الجداول الملحقة لا تعطي قيمة $F_{(0.95), 27, 2}$ وبالنظر إلى القيمة التي قبلها والتي بعدها نجد أن : $F_{(0.95), 27, 2} = 3.40$ ، $F_{(0.95), 27, 2} = 3.32$ وهذا يعني أن قيمة $F_{(0.95), 27, 2}$ تقع بين هاتين القيمتين : ، وهي بالتالي أكبر من قيمة F المشاهدة (3.066).

تطبيق (٢٩ - ٣٩):

في دراسة لتلوث البيئة ، قام أحد المهندسين المختصين بمراقب تلوث الهواء بفحص تأثير ثلاث مصانع مختلفة على تلوث الهواء ، وقد تم أحد خمس قراءات عشوائياً لكل صناعة في أوقات مختلفة ، وفيما يلي النتائج المسجلة ، بين ما إذا كان هناك خلاف بين المصانع ، بمستوى معنوية ١ % .

مصنع (أ)	مصنع (ب)	مصنع (ج)
٤٦	٤٩	٤٥
٤٤	٥٢	٤٧
٥١	٥١	٤٢
٥٠	٥٤	٤٠
٤٩	٥٦	٤٣

الحل:

مصنع أ	مصنع ب	مصنع ج	
٢٤٠	٢٦٢	٢١٧	٧١٩
٤٨	٥٢,٤	٤٣,٤	٤٧,٩٣٣

$$\text{مج ص}^2 = 240^2 + 262^2 + \dots + 243^2 = 34759$$

$$\text{ك} = \text{مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2 / \text{ن} = 34759 - (719)^2 / 10$$

$$295 = 34759 - 34464$$

$$\text{م} = 240^2 / 10 + 262^2 / 10 - 227^2 / 10 = 203$$

المصدر	ج.د	مجموع	متوسط	ف
بين المناطق	٢	٢٠٣	١٠١,٥	١٣,٢
الخطأ	١٢	٦٢	٧,٦٧	
المجموع الكلي	١٤	٢٩٥	٢١,٠٠	

$$ف(٠,٩٩) = ٦,٩٣$$

نرفض ف٠ : أي أن المتوسطات غير متساوية

المقارنات بين المصانع:

	مصنع ب	مصنع أ	مصنع ج
	٥٢,٤	٤٨	٤٣,٤
مصنع ب ٥٢,٤	..	٤,٤	٩
مصنع أ ٤٨	٤,٦

$$\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} \sqrt{7,67} \quad \text{أ ف م} = 12(0,995) \quad \sqrt{3,93} = 3,68 \quad 6,9 =$$

يوجد فرق معنوي بين المصنع ب والمصنع جـ.

تطبيق (٣-٤٠):

البيان التالي يعرض عدد الأميال المقطوعة للجالون والمسجلة بواسطة خمس سيارات متماثلة وفق ظروف مماثلة باستخدام ٣ أنواع مختلفة من البنزين ، وضع بمستوى معنوية ٥ %

ما إذا كان هناك فروق بين أنواع البنزين الثلاثة :

(أ)	(ب)	(ج)
٢٦	٢٤	٢٩
٢٩	٢٥	٢٦
٢٦	٢٧	٢٤
٢٩	٢٦	٢٦
٢٨	٢٣	٢٧

	أ	ب	ج	
المجموع	١٣٨	١٢٥	١٣٢	٣٩٥
المتوسط الحسابي	٢٧,٦	٢٥	٢٦,٤	٢٦,٣٣
مربع المجموع	١٩,٤٤	١٥٦٢٥	١٧٤٢٤	

$$\text{مج ص}^2 = ١٠٤٥١$$

المصدر	د . ج	مجموع	متوسط	الاحصاء
بين المعاملات	٢	١٦,٩٣		٣,١٤
الخطأ التجريبي	١٢	٣٢,٤٠	٢,٧٨,٤٧	
المجموع الكلي	١٤	٤٩,٣٣		

$$\text{ف ١٢,٢} (٠,٩٥) = ٣,٨٩$$

لا نستطيع رفض فرض تساوي المتوسطات لأنواع البنزين الثلاثة .

٢٩-٥-٢ اختبار كروسكال - واليز:

قدمه العالمان Kruskal and Wallis عام ١٩٥٢ ويعرض الاختبارات اللامعلمية Non Parmetric ويستخدم لمقارنة المجموعات واختبار الفروق بينها في التصميم كامل العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين.

الإفتراضات:

- 1 مستوى قياس المتغير التابع ترتيبى على الأقل.
- 2 العينات كلها عشوائية ومستقلة.

الفروض:

- وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات : فقد تكون:
- أ - تساوى المتوسطات الحسابية في حالة البيانات الفترية وتمائل التوزيعات.
 - ب - تساوى الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتمائل التوزيعات.
 - ج - تساوى متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات.

٢٩-٢-٥-١ إحصاء الاختبار:

يتم ترتيب كل المفردات ترتيباً تصاعدياً ، وفي حالة وجود قيود (قيم مكررة) تعطي كلها رتبة تعادل المتوسط الحسابي للرتب المقيدة ، نجمع الرتب في كل مجموعة : ر ٠١ ، ر ٠٢ ، ر م ٠ ويكون متوسط رتب المجموعات ر ٠١ ، ر ٠٢ ، ر م ٠ . وفي حالة عدم وجود قيود أو كانت قليلة نستخدم الإحصاء.

$$ص + \frac{١٢ \text{ مجر } ٠ ل / ن}{ن (١ + ن)} - ٣ (١ + ن) \quad (٥١-٢٩)$$

وفي حالة زيادة القيود بدرجة كبيرة نستخدم الإحصاء.

$$ص = \frac{1}{2} \text{ (مجرر } \frac{1}{2} \text{ ل. ن - ن (1+ن) } \frac{4}{2} \text{)} \quad (52-29)$$

حيث

$$٢٤ = \frac{1}{1 - ن} \text{ (مجرر } ٢ - ن (1+ن) \frac{4}{2} \text{)} \quad (53-29)$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص يتبع توزيع خاص هو توزيع كروسكال - والز ، وتعرض الجداول الإحصائية الملحقه (جدول - ١٢) قيم التوزيع في حالة وجود ثلاث مجموعات م = ٣ وحجوم عيناتها لا تزيد عن ٥ . وفي حالة وجود قيود ، أو عدم وجود القيم بالجدول يستخدم توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ حيث يعطي قيم تقريبية.

المقارنات المتعددة:

في حالة رفض فرض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مثلاً مختلفان بمستوى معنوية م في حالة.

$$٠.١ - ٠.٢ < \text{أف م} \quad (54-29)$$

$$F = t_{n-m-1} \sqrt{\frac{(n-1) \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}{2}} \quad (29-41)$$

تطبيق (29-41):

في دراسة للإتجاهات تم سحب ثلاث عينات من ثلاث مجتمعات مختلفة تمثل طلبة كليات التربية والإجتماع والخدمة الإجتماعية ، وتم توزيع قائمة على كل طالب تشمل عدداً من الأسئلة والفقرات . وفيما يلي بيان بمجموع الإجابات لكل طالب . بين ما إذا كان هنا فرق بين المجموعات الثلاثة وذلك بمستوى معنوية ٥٪.

التربية	الإجتماع	الخدمة الإجتماعية
٣٠	١٤	٣٩
٤٣	٤٠	٨٠
٢٦	٥٢	٨٤
١١	٦٤	٧٢
٣٥	٣٧	

(أ)	(ب)	(ج)
٤	٢	٧
٦	٨	١٣
٣	١٠	١٤
١	١١	١٢
٥	٦	

$$ص = \frac{١٢ \text{ مج ر}^٢ \text{ ل. / ن}}{ن (١ + ن)} - ٣ (١ + ن)$$

$$٦,٤ = (١٥) ٣ - \frac{١٢ (٨٩٩,٦)}{(١٥) ١٤} =$$

بالرجوع لجدول ١٢ نجد عند أحجام العينات ٥ ، ٥ ، ٤ ومستوى معنوية ٠,٥.
أن القيمة الحرجة هي ٥,٦٤ لذا نرفض فرض العدم.
المقارنات المتعددة:

$$٢ = \frac{١}{١ - ن} \{ \text{مج ر}^٢ - ن (١ + ن) / ٢ \}$$

$$17,5 = \frac{1}{13} \{ 14 - 1,15 \} =$$

$$\sqrt{17,5 \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{11} \right) \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{11} \right)} = 11 \text{ ت } (0,975)$$

$$= \sqrt{10,5 \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{11} \right)} = 2,201$$

ويتوقف هذا المقدار على مجموع العينات محل المقارنة ، ولذا يكون لدينا قيمتان:

$$\text{أ ف م} = 2,201 = \sqrt{10,5 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right)} \text{ أو } 4,5$$

$$= 2,201 = \sqrt{10,5 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} = 4,78$$

الخدمة الاجتماعية	الاجتماع	التربية
11,5	7,4	4,4
7,1	3	
4,1		

إن يوجد فرق معنوي فى الإتجاهات فقط بين طلبة التربية والخدمة الإجتماعية.

تطبيق (٢٩-٤٢):

فى إحدى المدارس التجريبية ، تستخدم ثلاث طرق للتدريس ، وكل فصل يحوي ٨ طلاب - وفى نهاية العام يتم إختبارهم وإعطائهم رتب حسب أدائهم ، وكما هو موجز بالبيان التالي.

والمطلوب : إختبار الفرض بأن الثلاث طرق متكافئة وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥

طرق التدريس

(أ)	(ب)	(ج)
١٦	٢٠	١٩
٢١	٣	١
٩	١٢	١٠
٢٤	١١	٤
١٥	٥	٢
٢٢	١٨	١٤
١٣	٧	١٨
٢٣	٨	٦

الحل:

المجموع :	رل ٠	١٤٣	٨٤	٧٣
رل ٠	٢٠٤٤٩	٧٠٥٩	٥٣٢٩	

$$\text{مجل رل/نل} = ٢٥٥٦,١ + ٨٨٢ + ٦٦٦,١ = ٤١٠٤,٢$$

$$\text{ص} = \frac{(٤١٠٤,٢) ١٢}{(٢٥) ٤٢} - ٣ + (٢٥) ٧,٠٨$$

$$\text{كا} (٠,٩٥) = ٥,٩٩١$$

لذا نرفض فرض إعتبار أن الثلاث طرق متكافئة.

٢٩-٢-٥-٢ المقارنات المتعددة:

$$\text{ء} = \frac{١}{٢٣} [٤ / (٢٥) ٢٤ - ٤٩٠٠] = ٢٥$$

$$\text{أف م} = \sqrt{١١ (٠,٩٧٥)} \cdot ٥ \cdot \left(\frac{٧,٠٨ - ١ - ٢٤}{٣ - ٢٤} \right) \left(\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} \right)$$

$$٦,٤ = ٣,٠٧٨ \times ٢,٠٨٠ =$$

متوسط الرتب	الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
	١٧,٩	١٠,٥	٩,١
الطريقة أ ١٧,٩	..	٧,٤	٨,٨
الطريقة ب ١٠,٥	..		١,٤

توجد فروق معنوية بين كل من الطرق أ ، ب وكذا أ ، جـ .

٢٩-٦ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة

٢٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية

تصميم القطاعات كاملة العشوائية Completely randomized (*)
 blocks يعد إمتداداً لتصميم الأزواج المرتبطة (٣ - ٢) غير أن المقارنة هنا تتم بين أكثر من مجموعتين . ويستخدم هذا التصميم لضبط الاختلافات بسبب المصادر غير المرغوب فيها ، ويتم ذلك من خلال تقسيم الوحدات التجريبية إلى فئات متجانسة نسبياً تسمى القطاعات التجريبية Experimental blocks، وهذه القطاعات تكون متجانسة بحيث تحوى وحدات تجريبية لها خواص مشتركة يكون لها تأثير على المتغير التابع محل الدراسة . ويكون عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع مساوياً عدد المعاملات

ومن الأمثلة على ذلك في التجارب الزراعية تكون القطاعات من أراض بمستوى خصوبة معينة أو لها مساحة معينة أو مجموعة أشجار متماثلة. وفي البحوث الخاصة بالتغذية والعلاج والتي تجرى على حيوانات التجارب تكون القطاعات من حيوانات من نفس الولادة وفي تجارب العلاج التي تجرى

على المرضى يمكن تقسيمهم إلى قطاعات حسب العمر ، الجنس ، شدة المرض .. إلخ.

٢٩-٦-١-١ التعشية:

- 1 يتم ترقيم المعاملات وكذا ترقيم القطاعات.
- 2 للقطاع الأول نقوم بسحب مجموعة عشوائية بعدد المعاملات كل وحدة فيها تخصص لمعاملة معينة - وذلك بالأسلوب السابق إتباعه في النموذج كامل العشوائية.
- 3 نكرر الخطوة السابقة على باقي القطاعات.

الفروض:

يوجد فرضان يمكن إختبارهما.

- 1 لا يوجد تأثير للمعاملات (الأعمدة) ، بمعنى أن تأثير المعاملات على المتوسطات متساو.
- 2 لا يوجد تأثير للقطاعات (الصفوف) ، بمعنى أن تأثير القطاعات على المتوسطات متساو.

٢٩-٦-١-٢ تحليل التباين:

البيان التالي يعرض قيم المشاهدات (المتغير التابع) في مصفوفة وموزعة حسب المعاملات (الأعمدة) والقطاعات (الصفوف) - ويوضح كذلك مجموع القيم والمتوسط الحسابي وذلك لكل معالجة ولكل قطاع.

		المعاملات				مجموع	متوسط
		١	٢	ل	م		
القطاعات	١	ص ١١	ص ٢١	ص ١ل	ص ١م	ص ١٠	ص ١٠
	٢					ص ٠٢	
	٣					ص ٠٣	
	٤			ص ٠ل		ص ٠٤	
	ق	ص ١١			ص ١م	ص ٠٥	ص ٠٥
مجموع		ص ١٠	ص ٢٠	ص ٠ل	ص ٠م	ص ٠٠	ص ٠٠
متوسط		ص ١٠	ص ٢٠	ص ٠ل	ص ٠م	ص ٠٠	ص ٠٠

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية.

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع	د، ج	متوسط	الإحصاء
المعاملات	م	م - ١	٢٤	٢ ٢
القطاعات	ق	ق - ١	٢٤	م / ع م خ
الخطأ	خ	(م-١) (ق-١) (١)	ق ٢٤ خ	٢٤ ٢٤ ق خ
	ك	ن - ١		

ك = مج ص ٢ - ص ٢٠٠ / ن

م = مج ص ٢٠ / ق - ص ٢٠٠ / ن

ق = مج ص ٢٠ / م - ص ٢٠٠ / ن

خ = ك - (م + ق)

ع^٢م = م (م - ١)

ق^٢ق = ق / ق - ١

ع^٢خ = خ / (م - ١) (ق - ١)

إحصاء الاختبار:

لإختبار فرض تساوي تأثير المعاملات نستخدم الإحصاء

ف ١ = ع^٢م / ع^٢خ

(٦٣-٢٩)

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (م - ١) (ق - ١)

ولإختبار فرض تساوي تأثير القطاعات نستخدم الإحصاء

$$ف٢ = ع٢ ق / ع٢ خ - (٦٤-٢٩)$$

المقارنات المتعددة:

في حالة رفض فرض العدم فإن متوسط مجتمعان ١ ، ٢ يختلفان معنوياً بمستوى معنوية م إذا كان .

$$ص٠١ - ص٠٢ < أف م$$

$$أف م = ت(م-١)(ق-١) / (٢-١) ع٢ خ (٢/ق) - (٦٦-٢٩)$$

تطبيق (٤٣-٢٩):

مؤسسة تريد إدخال نظام منسق الكلمات وقد تقرر إختيار النظام الذي يحقق أكبر إنتاج ، تم تجربة الأنظمة الثلاثة المتاحة على ستة من العمال تم إختيارهم عشوائياً بحيث يعمل كل منهم على الأنظمة كلها ، وقد سجل إنتاج كل منهم (عدد الكلمات في الدقيقة) . والمطلوب إختيار فرض إختلاف الأنظمة بمستوى معنوية ٥ % وإجراء المقارنات بين المعاملات.

النظام

العامل	١	٢	٣
١	٤٢	٤٥	٤٥
٢	٣٧	٣٦	٤٠
٣	٥٣	٥٦	٥٥
٤	٦٨	٧٣	٧٥
٥	٤٨	٤٥	٤٨
٦	٣٦	٣٩	٤٠

النظام

العامل	١	٢	٣	مجموع	متوسط
١	٤٢	٤٥	٤٥	١٣٢	٤٤
٢	٣٧	٣٦	٤٠	١١٣	٣٧,٧
٣	٥٣	٥٦	٥٥	١٦٤	٥٤,٧
٤	٦٨	٧٣	٧٥	٢١٦	٧٢
٥	٤٨	٤٥	٤٨	١٤٠	٤٦,٧
٦	٣٦	٣٩	٤٠	١١٥	٣٧,٣
مجموع	٢٨٤	٢٩٤	٣٠٢	٨٨٠	
متوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣		٤٨,٩

$$\text{مجموع ص} = ٤٥٥٨٢$$

$$\text{ك} = ٢٥٥٩,٧٨ = ١٨ / ٢ (٨٨٠) - ٤٥٥٨٢$$

$$٢٥٥٩,٧٨ = ٤٣.٢٢,٢٢ - ٤٥٥٨٢ =$$

$$\text{م} = ٢٧,١١ = ٤٣.٢٢,٢٢ - ٦ / (٢٣.٢ (٢٢٩٤ + ٢٢٨٤))$$

$$\text{ق} = ٣ / (٢١١٥ + ٢١٤٠ + ٢٢١٦ + ٢١٦٤ + ٢١١٣ + ٢١٣٢) =$$

$$٢٥٠١,١١ = ٤٣.٢٢,٢٢ -$$

$$\text{خ} = ٣١,٥٦ = (٢٥٠١,١١ + ٢٧,١١) - ٢٥٥٩,٧٨$$

$$\text{مج ص} ٢ = ٤٥٥٨٢$$

$$\text{ك} = ٤٥٥٨٢ - ١٨/٢(٨٨٠) = ٢٥٥٩,٧٨$$

$$٢٥٥٩,٧٨ = ٤٣٠,٢٢,٢٢ - ٤٥٥٨٢ =$$

$$\text{ـ} = ٢٧,١١ = ٤٣٠,٢٢,٢٢ - ٦ / (٣٠,٢٢ (٢٩٤٢ + ٢٨٤٢)) =$$

$$\text{ق} = ٣ / (١١٥٢ + ١٤٠,٢ + ٢١٦٢ + ١٦٤٢ + ١١٣٢ + ١٣٢٢) =$$

$$٢٥٠,١,١١ = ٤٣٠,٢٢,٢٢ -$$

$$\text{خ} = ٢٥٥٩,٧٨ - (٢٥٠,١,١١ + ٢٧,١١) = ٣١,٥٦$$

المصدر	ج.د	م.م	متوسط المربعات	الاحصاء
الأنظمة	٢	٢٧,١١	١٣,٥٦	٤,٣٠
العمال	٥	٢٥٠,١,١١	٥٠٠,٣٢	١٥٨,٥٢
الخطأ	١٠	٣١,٥٦	٣,١٦	
المجموع	١٧	٢٥٥٩,٧٨		

$$\text{ف} ٢,١٠ = (٠,٩٥) ٤,١$$

وبذلك نرفض فرض تكافؤ الأنظمة.

٢٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة:

$$\text{أ ف م} = \text{ت} ١٠ (٠,٩٧٥) \quad \left| \begin{array}{l} ٣,١٦ (٦/٢) \end{array} \right.$$

$$٢,٢٢٨ = (١,٠٢٦) ٢,٢٨٦$$

النظام	١	٢	٣
المتوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣
١	٠	١,٧	٣
٢	٤٩		١,٣

لا توجد فروق معنوية بين الأنظمة ١ ، ٢ وكذلك بين ٢ ، ٣ بينما يوجد فرق معنوي بين النظامين ١ ، ٣ .

تطبيق (٢٩-٤٤):

في تجربة لمقارنة ثلاثة أنواع من البنزين وأربعة أنواع من الإضافات تم الحصول على البيانات التالية وهي تعرض الأميال المقطوعة في الجالون لكل توليفة .

المطلوب :

- أ - إختبار فرض تكافؤ أنواع البنزين بمستوى معنوية ٥ % .
ب - إختبار فرض تكافؤ أنواع الإضافات بمستوى معنوية ٥ % .

ج	ب	أ	أنواع البنزين
			أنواع الإضافات
٢٩	٢٥	٢٧	١
٢٩	٣١	٣٢	٢
٢٦	٢٨	٢٧	٣
٢٥	٢٦	٢٦	٤

الحل:

المتوسط	المجموع	جـ	ب	ا	
٢٧,٠٠	٨١	(٨٤١)٢٩	(٦٢٥)٢٥	(٧٢٩)٢٧	١
٣٠,٦٧	٩٢	(٨٤١)٢٩	(٩٦١)٣١	(١٠٢٤)٣٢	٢
٢٧,٠٠	٨١	(٦٧٦)٢٦	(٧٢٩)٢٨	(٧٢٩)٢٧	٣
٢٥,٦٧	٧٧	(٦٢٥)٢٥	(٦٧٦)٢٦	(٦٧٦)٢٦	٤
	٣٣١	١١٢	١١	١١٢	المجموع
٢٧,٥٨		٢٨	٢٧,٥	٢٨	المتوسط

الأرقام بين الأقواس هي مربعات الأميال ومجموعها ٩١٨٧.

جدول تحليل التباين

المصدر	د. ج	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف
البنزين	٢	١,١٧	٠,٥٨٥	٠,٢٥
الإضافات	٣	٤١,٥٩	١٣,٨٦	٥,٨٧
الخطأ	٦	١٤,١٦	٢,٣٦	
	١١	٥٦,٩٢		

$$٥,١٤ = (٠,٩٥)٢,٦٦$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $F = ٠,٢٥$ أصغر منها لذا لا نستطيع رفض فرض تكافؤ أنواع البنزين الثلاث.

$$٤,٧٦ = (٠,٩٥)٣,٦٦$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $F = 5,87$ أكبر منها لذا نرفض فرض تكافؤ أنواع الإضافات الأربع.

٢٩-٦-٢ اختبار فريدمان Friedman Test

قدمه العالم فريدمان Friedman عام ١٩٣٧ وهو من الإختبارات اللامعلمية ويستخدم لمقارنة تأثير ثلاث معاملات أو أكثر لتصميم القطاعات كاملة العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

- 1- مستوى قياس المتغير التابع ترتيبى على الأقل .
- 2- المشاهدات داخل كل قطاع عشوائية ومستقلة .

الفروض :

- وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات ، فقد تكون :
- أ - تساوي المتوسطات الحسابية : في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات .
 - ب - تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات .
 - ج - تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

ويوجد فرضان يمكن إختبارهما الأول عن تأثير المعاملات والثاني لتأثير القطاعات.

٢٩-٦-٢-١ إحصاء الإختبار :

يتم تنظيم البيانات في مصفوفة من ق من الصفوف (قطاعات) ، م من الأعمدة (معاملات) كما سبق في تصميم القطاعات كاملة العشوائية ، يتم إعطاء القيم في كل صف (قطاع) رتب - ثم تجمع الرتب في كل عمود (معاملة) فإذا كان فرض العدم صحيحاً يتساوى تقريباً مجموع الرتب في المعاملات :

$$٠١، ٠٢، ...، ٠ل، ٠ر، ...، ٠م$$

والإحصاء المستخدم في الإختبار هو :

$$ع = \frac{(مجموع ر.ل.)^2}{م} - (٢٩-٦٧)$$

وهذا الإحصاء له توزيع معاينة خاص (جدول ١٣ من الجداول(*) الإحصائية الملحقه).

وإذا زادت قيمة م عن ٧ يستخدم الإحصاء .

$$ص = \frac{٦٢}{ق م (١+م)} \quad (٢٩-٦٨)$$

$$\frac{12 \text{ مـ ر ل} \cdot}{\text{ق م (م+1)}} - 3 \text{ ق (م+1)} \quad (29-69)$$

وهو يتبع تقريباً توزيع كاي ٢ درجات حرية م - ١
المقارنات المتعددة:

في حالة رفض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مختلفان بمستوى معنوية —
في حالة:

$$| 0.1 - 0.2 | < \text{أ ف م} \quad (29-70)$$

$$\text{أ ف م} = \frac{(1-م)(1-ق) / (1-م-2) \text{ ق (أ ب)}}{(1-م)(1-ق)} \quad (29-71)$$

حيث أ = مـ ر ل ك
وفي حالة عدم وجود قيود فإن:

$$\frac{1}{6} = \frac{\text{ق م (م+1) (1+م 2)}}{1} \quad (29-73)$$

$$\frac{1}{\text{ق}} = \frac{\text{مـ ر ل} \cdot}{\text{ق}} \quad (3-74)$$

ملاحظات :

في حالة (*) أ = ب تعتبر هذه النقطة تنتمي إلى منطقة الرفض ونعدل مستوى المعنوية إلى $\alpha = (1/m)!$ ق-١ .

تطبيق (٢٩-٤٥):

في إجتماع لسبعة من المديرين ، قاموا بإعطاء رتب لعشرة من صفات القيادة من ١ (الأقل أهمية في القائد) إلى ١٠ (الأكثر أهمية في القائد) وتم إعداد البيانات في الجدول التالي :

كيف يمكن تحليل هذه البيانات لبيان ما إذا كان هناك ميل لدى المديرين للإتفاق حول صفات القيادة الأكثر أهمية ، أو بمعنى آخر ما إذا كان هناك بعض من صفات القيادة لها أهمية أكبر من الصفات الأخرى وذلك بمستوى معنوية ٥٪.

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	صفات القيادة
										المدير
٧	٤	٨	٦	٥	١	٩	٢	٣	١	١
٦	٤	٥	٣	٨	٠	١	٧	١	٢	٢
٨	٣	٢	٥	٤	٩	٠	٩	١	٧	٣
٨	١	٣	١	٦	١	٦	٥	٢	٧	٤
٩	١	٢	٠	٤	٠	٤	٨	٥	٤	٥
٨	٣	٥	٧	٤	٩	٦	٧	١	٢	٦
١	١	٤	١	٢	١	٦	٨	٧	٣	٧
٠			٠		٠	٩				
			٥		٩					
					٩					

الحل:

الصفة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
مجموع	٢٦	٢٠	٤٩	٤٧	٦٦	٣٢	٤٦	٢٩	١٧	٥٦	٣٨٥
الرتب دل.	٦٧٦	٤٠٠	٢١١٦	٢٢٠٩	٣٥٦٠	١٠٢٤	٢١١٦	٨٤١١	٢٨٩	٣١٣٦	١٧١٦١
دل.											

$$ع = \text{مجموع دل.} - \frac{(\text{مجموع دل.})^2}{م}$$

٧٦٦

$$= 17163 - 10 / 2 (385) = 2340,5$$

وحيث أن عدد المعالجات م = ١٠ فإننا لا نستطيع استخدام جدول ١٣ -
توزيع فريدمان - ويمكن استخدام توزيع كا٢ بدرجات حرية م - ١ = ٩ وذلك
للإحصاء .

$$ص = \frac{١٢ \times ٦}{ق م (١ + م)}$$

$$= \frac{١٢ (٢٣٤٠,٥)}{٧ (١٠) (١١)} = ٣٦,٤٧$$

ومن جدول توزيع كا٢

$$٢٩١٥ (٠,٩٥) = ١٦,٩١٩$$

وبالتالي نرفض فرض العدم والذي تقتضي بأن صفات القيادة المذكورة كلها
على نفس الدرجة من الأهمية من وجهة نظر المديرين .

٢٩-٢-٢-٢ المقارنات المتعددة :

$$أ = \frac{١}{٦} ق م (١ + م) (١ + م٢)$$

$$2690 = (21)(11)(10)(7) \frac{1}{6} =$$

$$ب = \frac{1}{ق} \text{ مجرّز } \cdot$$

$$2401.86 = 7/13163 = \{3136 + \dots + 400 + 676\} \frac{1}{7} =$$

$$\frac{2401.86 - 2690}{(9)(6)} \sqrt{(970.0)} = \text{أ ف م} = 54$$

$$10.92 = 7.94 \times 2.00 =$$

ويتم ترتيب مجموع الرتب بكل صفة (رل) ترتيباً تصاعدياً.

الصفة	٩	٢	١	٨	٦	٣	٧	٤	١٠	٥
	١٧	٢٠	٢٦	٢٩	٣٢	٤٦	٤٦	٤٧	٥٦	
	٦٦									

٧٦٨

وقد وضعت خطوط تحت الصفات المتقاربة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً وهي التي تكون الفروق بينها أقل من أ ف م .

تطبيق (٢٩-٤٦):

في إحدى المؤسسات التعليمية يتلقى الطلاب المقرر من أربعة من المدرسين . ولتقييم المدرسين تم إختيار خمسة طلاب عشوائياً وطلب منهم وضع تقديرات للأربعة مدرسين وتم الحصول على البيانات الموضحة في الجدول التالي :
والمطلوب :

أ - اختبار فرض تساوي المدرسين في الكفاءة التدريسية بمستوى معنوية ٥٪ .
ب - مقارنة الكفاءة التدريسية بين المدرسين .

الطلبة	المدرسين			
	أ	ب	ج	د
١	جج	ل	م	ج
٢	م	ل	جج	ج
٣	جج	ج	م	ل
٤	جأ	ل	جج	م
٥	م	ل	جج	ج

(ل) مقبول ، (ج) جيد ، (جج) جيد جداً ، (م) ممتاز

الحل :

المدرسين الطلبة	أ	ب	ج	د
١	٤	١	٣	٢
٢	٤	١	٣	٢
٣	٣	٢	٤	١
٤	٢	١	٣	٤
٥	٤	١	٣	٢
دل .	١٧	٦	١٦	١١
ر٢ل .	٢٨٩	٣٦	٢٥٦	١٢١

$$ع = مج ر٢ل . - (مج رل .) / م$$

$$= ٧٧ - ٧٠٢ / ٤ = ٧٧$$

وبالرجوع لجدول (*) ١٣ وعند م = ٤ ، ق = ٥ يتضح أن ح (ع ٢ ٧٧) = ١٧،

ولذا نرفض فرض تساوى الكفاءة بين المدرسين .

المقارنات المتعددة :

إستخدام الصيغة (٣ - ٧١) نحسب أف م

٧٧٠

$$أ = \frac{1}{6} م (1 + م) (1 + م^2)$$

$$150 = \frac{1}{6} \cdot 5 (4) (9) =$$

$$ب = \frac{1}{ق} مجرر = \frac{1}{5} = 0.2 (70.2) = 140.4$$

$$أ ف م = ت \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2 (5) (140.4 - 150)}{(3) (4)} + 0.975 \right)$$

$$6,163 = 2,828 \times 2,179 =$$

ترتيب المدرسين تصاعدياً حسب مجموع الرتب .

ب	د	ج	أ
6	11	16	17

تم وضع الخطوط تحت المجموعات المتكافئة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً .

الفصل ٣٠

الاستقراء عن النسب والمعدلات

Ratios & Rates

- ٣٠-١ النسبة
- ٣٠-١-١ الاختبار الهيرجيو موني
- ٣٠-١-٢ اختبار ذي الحدين
- ٣٠-١-٣ الاختبار الطبيعي
- ٣٠-١-٣-١ تقدير النسبة
- ٣٠-١-٣-٢ تحديد حجم العينة
- ٣٠-٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة
- ٣٠-٢-١ اختبار فيشر الأمل
- ٣٠-٢-١-١ إجراءات الاختبار
- ٣٠-٢-٢ الجداول
- ٣٠-٢-٢ الاختبار الطبيعي
- ٣٠-٢-٣ اختبار بيتنز كا
- ٣٠-٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة
- ٣٠-٣-١ اختبار مكنمار McNmar
- ٣٠-٣-١-١ تقريب اختبار كا
- ٣٠-٣-١-٢ تقريب الاختبار الطبيعي
- ٣٠-٣-٢ اختبار جارت Gart
- ٣٠-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة
- ٣٠-٤-١ اختبار فرض قيم لعدة نسب
- ٣٠-٤-٢ اختبار فرض تساوي عدة نسب
- ٣٠-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة
- ٣٠-٥-١ اختبار بوكر Bowker
- ٣٠-٥-٢ اختبار ستوارت Stuart
- ٣٠-٥-٣ اختبار كوكران Cochran'Q (Q)

الفصل الثالثون

النسب والمعدلات

هذا الفصل يعرض مجموعة هامة من أساليب الإستقراء حول النسب والمعدلات . وقد تم تقسيم هذه الأساليب في ثلاث فصول ، يعرض الأول منها أساليب الإستقراء حول نسبة واحدة ويعرض الفصل الثاني أساليب الإستقراء لمقارنة نسبتان : في حالة البيانات المستقلة وكذا في حالة البيانات المرتبطة . كما يعرض الفصل الثالث أساليب الإستقراء حول مقارنة عدة متوسطات.

وكما سبق إتباعه في الفصول السابقة ، نعرض أولاً الأساليب الأصلية، وننتقل إلى الأساليب الأخرى التي يمكن إستخدامها حال عدم توفر الشروط أو بإعتبارها تقريب جيد في حالات معينة.

٣٠-١ النسبة:

هذا الفصل يعرض أساليب الإستقراء المتعلقة بنسبة وحيدة . وكل من هذه الأساليب يعتمد على توزيع إحتمالي معين - ولذا يطلق غالباً اسم التوزيع على الإختبار : وهي :

- ١- لإختبار الهبيرجيو متري .
 - ٢- إختبار ذي الحدي .
 - ٣- إختبار الطبيعي .
- وكل من هذه الأساليب ، موجه لحالات معينة كما يمكن أحياناً - تحت توافر

شروط معينة إستخدام واحد كبديل تقريبي لآخر .
هذا مع ملاحظة أن التوزيعات الإحتمالية ، تم عرضها تفصيلاً بالجزء الأول ،
أسس الإستقراء ، الفصل ٢٩-٢

٣-١-١ الإختبار الهيبرجيومتري Hypergeometric

يستخدم في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها (ن) من مجتمع
حجمه (ن) بدون إرجاع الوحدات المسحوبة ، أو حاله سحب العينة دفعة واحدة
من المجتمع وهذا المجتمع يحوي عدد قدره أ من الوحدات ذات خاصية معينة
محل الإهتمام - والتطبيق أدناه يعد نموذجاً لإستخدام هذا الإختبار .
فرض العدم : ف٠ : أ = أ٠ .

إختبار الإحصاء :

س وهو عدد الوحدات بالعينة والتي تتمتع بالخاصية محال الإهتمام

توزيع المعاينة :

الإحصاء س يتبع التوزيع الهيبرجيومتري بالمعالم ن ، ن ، أ٠ .

قاعدة القرار :

نرفض إذا كانت س ٢ س٠ حيث س٠ هي أصغر قيم س التي

تحقق :

ح (س ٢ س ٣) —

١- ح (س ٣ س ١ - ٣) —

- ١- ح ن ، ن ، أ ، (س - ١) ٣ - م (١-٣٠)
- = ح ن ، ن ، أ ، (س - ١) ٢ - م (٢-٣٠)
- ويمكن إستخدام أي من الصيغتين السابقتين .

تطبيق (١-٣٠):

مؤسسة بصدد شراء ١٠ وحدات من قطع الغيار وتقرر قبول الصفقة إذا كانت نسبة المعيب ٢٠ % . ثم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ وجد بها قطعة واحدة معيبة ، والمطلوب تقرير ما إذا كانت الصفقة ترفض أو تقبل بمستوى معنوية ٢٠%.

الحل:

$$ن = ١٠ ، ن = ٢$$

نسبة المعيب ٢٠ % تعني أن $٢ = ٢ (٠,٢ \times ن)$

فرض العدم : نسبة المعيب ٢٠ % تكافئ أن عدد الوحدات المعيبة في المجتمع $٢ = أ$ أي أن :

$$٠ : أ = ٢$$

$$١ : أ < ٢$$

من جدول التوزيع الهيرجيو متري (جدول - ٦) نجد أن القيمة الحرجة هي $س = ٢$ والتي تحقق الصيغة (٢٩ - ٢) أي هي أصغر قيمة $س$ تحقق :

$$٠,٨٠ \leq (س - ١)$$

وتصبح المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) هي : $س \leq ٢$.

مستوى المعنوية الفعلي :

$$ح (س \leq ٢) = ١ - ح (س \geq ٢)$$

$$= 1 - 0.42(1) = 0.58 - 1 = -0.42 = 0.58$$

٣٠-١-٢ اختبار ذي الحدين

الإفتراسات :

- ١- كل محاولة تشمل نتيجتين فقط (نجاح ، فشل) .
- ٢- المحاولات مستقلة عن بعضها .
- ٣- احتمال النجاح (الخاصية محل الإهتمام) في كل محاولة ثابت .

الفروض :

قد تكون واحد مما يلي :

- أ - ف : ق = ق : ق = ١ : ق ≠ ق : ق
- ب - ف : ق ≥ ٣ : ق = ١ : ق < ق : ق
- ج - ف : ق ≤ ٢ : ق = ١ : ق > ق : ق

إحصاء الاختبار

س وهو عدد حالات النجاح .

توزيع المعاينة :

س يتبع توزيع ذي الحدين ، معالمه ن ، ق ،

قاعدة القرار :

تعتمد على الفرض المطلوب إختباره ، مع ملاحظة أن الإحصاء عدد صحيح وقد لا يسمح بتحقيق مستوى المعنوية المحدد تماماً .
وفيما يلي مناطق الرفض حسب الفرض المطلوب إختباره :

أ - الإختبار من جانبين : تكون :

منطقة الرفض :

$$\text{س } 3 \text{ س } 1 \quad \text{أو} \quad \text{س } < \text{س } 2$$

$$\text{حيث : } \text{ح } (\text{س } \geq \text{س } 1) = 2/ \text{م}$$

وبالرموز المستخدمة في توزيع ذى الحدين :

$$\text{ح ن ، ق } (\text{س } 1) \geq 2/ \text{م}$$

$$\text{ح } (\text{س } < \text{س } 2) \geq 2/ \text{م}$$

$$\text{أو ح } (\text{س } \geq \text{س } 2) \leq 1 - 2/ \text{م}$$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$\text{ح ن ، ق } (\text{س } 2) \leq 1 - 2/ \text{م}$$

ب - الإختبار من جانب واحد (الأيمن)

قيم س الكبيرة توضح أن فرض العدم غير صحيح ، وبذلك تتكون منطقة

الرفض من قيم س الأكبر من س * أي :

منطقة الرفض :

$$\text{س } < \text{س } *$$

$$\text{حيث : } \text{ح } (\text{س } < \text{س } *) = 3 \text{ م}$$

$$\text{أو } \text{ح } (\text{س } \geq \text{س } *) \leq 1 - \text{م}$$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$\text{ح ن ، ق } (\text{س } *) = 1 - \text{م}$$

ج - الإختبار من جانب واحد (الأيسر)

منطقة الرفض :

$$\text{س } \geq \text{س } *$$

حيث : $H (S \geq S^*) \geq \alpha$
 وبالرموز المستخدمة في التوزيع :
 $H_n, Q(S^*) \geq \alpha$
 (١٤-٣٠)
 (١٥-٣٠)

تطبيق (٢-٣٠):

تقضي إحدى نظريات الوراثة بأن ٢٠ % من نوع معين من الكائنات يكون له صفة معينة . تم سحب عينة عشوائية حجمها ٢٠ من هذا المجتمع وجد بينها ٧ يتمتعون بالصفة . والمطلوب اختبار صحة النظرية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

ف : $Q = ٠,٢٠$ ف١ : $Q \neq ٠,٢٠$
 منطقة الرفض :

$S \geq ٣$ س١ أو $S < ٢$ س٢

١- باستخدام الصيغة (٥-٢٩) وجدول ٨ .

ح٢,٠,٢ (٠) = ٠,٠١١٥

٢- باستخدام الصيغة (٧-٣٠)

ح٢,٠,٢ (٨) = ٠,٩٩

أي نرفض النظرية إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد $S \geq ٣$ أو أكبر من ٨ .
 وحيث أن الإحصاء المشاهد ٧ لا يقع في منطقة الرفض - لذا لا يوجد أي دليل على رفض النظرية.

تطبيق (٣٠-٣):

تقوم إحدى مؤسسات التسويق الكبرى بدراسة عن مدى إمكان العمل في يوم الأجازة الأسبوعية ، وكان من نتيجة الدراسة أن بالإمكان العمل يوم الأجازة إذا ما أيد ٣٠ % من العملاء الحاليين على الأقل شراءهم بالنمط المعتاد في ذلك اليوم . تم سحب عينة عشوائية من ٢٠ أسرة ، أفادت ٥ أسر منها مداومة الشراء بالنمط المعتاد في يوم الأجازة ، فهل ترى أن تداوم المؤسسة على العمل يوم الأجازة ؟
ملحوظة : المطلوب إجراء الاختبار بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

$$\text{ف} : ٠,٣٠ \geq ٣$$

$$\text{فا} : ٠,٣٠ < ١$$

$$\text{ن} = ٢٠ ، \text{س} = ٥$$

بالرجوع إلى جدول توزيع ذي الخدي المتبع (جدول ٨) وإستخدام الصيغة (٣٠-١١) .

$$\text{ح} (٩) ٢٠,٠٠,٣ = ٠,٩٥٢$$

$$\text{أي أن : ح (س} \geq ٩) = ٠,٩٥٢$$

$$\text{أي أن : ح (س} < ٩) = ١ - ٠,٩٥٢ = ٠,٠٤٨$$

$$\text{منطقة الرفض : س} < ٩ \text{ (٣٠ - ٩)}$$

وحيث أن القيمة المشاهدة هي ٥ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، بمعنى أن النسبة ٠,٣ أو أقل - وبذلك نرفض العمل يوم الأجازة.

٣-١-٣٠ الاختبار الطبيعي:

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع ذي الحدين إذا كانت
كلا من $n \cdot q$ ، $n \cdot k$ أكبر من ٥ .

$$ص = \frac{س/ن - ق}{\sqrt{ق \cdot ك / ن}} \quad (٣٠-١٦)$$

$$ص = \frac{س - ن \cdot ق}{\sqrt{ن \cdot ق \cdot ك}} \quad (٣٠-١٧)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

ونظراً لأن توزيع ذي الحدين غير مستمر فإنه يلزم إذا كانت n صغيرة نسبياً
مراعاة تصحيح الإستمرارية Correction for Continuity
وقد سبق إيضاح ذلك بالجزء الأول ، بالتقسيم (٢٨-٤-٤) .

٣-١-٣٠ تقدير النسبة

حدي الثقة = $ق \pm ل \cdot \sigma$ $(٣٠-١٨)$
حيث $ل$ معامل الثبات

$$\sigma = \frac{\sqrt{ق \cdot ك}}{ن} \quad (٣٠-١٩)$$

وإذا كانت ن صغيرة بالنسبة إلى ن (ن/ن ٣ ١,٠) يمكن حذف معامل

النصحیح ($\frac{ن - ن}{ن}$) وتصيح الصيغة.

$$\sigma = \frac{2}{\sqrt{ن}} \quad \text{ق ك} \quad (20-30)$$

وغالباً تكون النسبة في المجتمع مجهولة ، ونقدرها من بيانات العينة ، ويمكن الحصول على تقوير غير متحيز لتباين النسبة بإستخدام الصيغة

$$م = \frac{2}{\sqrt{ن - 1}} \quad \text{ق ك} \quad (21-30)$$

وإذا كان حجم العينة كبيراً ، تعرض الصيغة أحياناً بالصورة:

$$م = \frac{2}{\sqrt{ن}} \quad \text{ق ك} \quad (22-30)$$

وتكون صيغة حدي الثقة كما يلي :

$$\text{حدي الثقة} = ق \pm ل - ع \quad (23-30)$$

تطبيق (٤-٣٠)

مدير أحد المخازن يرغب في تقدير نسبة الأوعية الخالية في مخازنه بدرجة ثقة ٩٥ % تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ وعاد - وجد منها ٢٣ وعاءاً خالياً .

الحل :

$$ق = ٢٣ / ١٠٠ = ٠,٢٣$$

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي حيث أن كلام من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ .

$$عق = \sqrt{ق ك / (١ - ن)} = \sqrt{٠,٢٣ (٠,٧٧) / ٩٩} = ٠,٠٤٢$$

$$حدى الثقة = ق \pm ل عق$$

$$= ٠,٢٣ \pm ١,٩٦ (٠,٠٤٢)$$

$$= ٠,٢٣ \pm ٠,٠٨٢$$

$$= (٠,١٥ ، ٠,٣١)$$

تطبيق (٣٠-٥):

ترغب إحدى الشركات قبل تسعير وتسويق منتج جديد في معرفة رأي عملائها الحاليين ومدى تقبلهم لشراء هذا المنتج بالسعر المقترح ، تم عمل مسح بمعينة عشوائية بسيطة بدراسة ٥٠٠ عميل ، أبدى ٧٥ منهم رغبتهم في شراء المنتج الجديد والمطلوب تقدير نسبة الموافقين من العملاء بدرجة ثقة ٩٠ ٪

الحل :

$$ق = ٧٥ / ٥٠٠ = ٠,١٥٠$$

$$عق = \sqrt{ق ك / (١ - ن)} = \sqrt{٠,١٥ (٠,٨٥) / ٤٩٩} = ٠,٠١٦$$

$$حدى الثقة في المجتمع = ٠,١٥ \pm ١,٦٥ (٠,٠١٦) =$$

$$= ٠,١٥ \pm ٠,٠٢٦$$

$$= (٠,١٢٤ ، ٠,١٧٦)$$

تطبيق (٣٠-٦):

ألقيت قطعة من العملة ١٠٠ مرة ، ظهر منها ٤٣ صورة . بمستوى معنوية ٥ % ، هل هذا يوضح أن قطعة العملة (أو طريقة الإلقاء) متحيزة :
إستخدم :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

الحل (أ) : إختبار ذي الحدين :

$$١- ف : ٠,٥ = ق : ١ : ق : ٠,٥ \neq$$

٢- مستوى المعنوية الإسمي . ٠,٠٥ [وعلى أي حال فإن منطقة الرفض كما في خطوة ٤ توضح أن مستوى المعنوية الحقيقي أصغر من ذلك] .

٣- الإحصاء الذي نستخدمه هو س ، عدد الصور التي تظهر في ١٠٠ رمية .

س يتبع توزيع ذي الحدين بالمعالم ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

٤- من جداول توزيع ذي الحدين حيث ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

$$ح (س \geq ٣٩) = ٠,٠١٧٦٠ (\geq ٢/م = ٠,٠٢٥)$$

وبالمثل نجد أن ح ١٠٠ ، ٠,٥ (٦٠) = ٠,٩٨٢٤

$$أي أن ح (س \geq ٦٠) = ٠,٩٨٢٤$$

$$ح (س < ٦٠) = ٠,٠١٧٦ (\geq ٢/م)$$

إذن المنطقة الحرجة هي س ≥ ٣٩ س ≤ ٦١

والقيمة الفعلية لمستوى المعنوية هي :

$$ح = ح (س \geq ٣٩) + ح (س \leq ٦١) =$$

$$0,352 = 0,176 + 0,176 =$$

٥- قيمة س المشاهدة هي س = ٤٣

٦- حيث أن س = ٤٣ لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا لا نرفض ف٠ وتبعاً لذلك نعتبر العملة غير متحيزة.

ب - استخدام التوزيع الطبيعي :

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي باعتبار أن شروط ذلك محققة حيث أن كلا من ن ق ، ن ك كلاهما أكبر من ٥ .

س يتبع التوزيع الطبيعي (ن ق ، ن ق ك) أي ط (٥٠ ، ٢٥)

منطقة الرفض : س \geq ١,٩٦ ، س \leq ١,٩٦

$$ص = \frac{٥٠ - ٤٣}{\sqrt{\frac{١٠٠ (٠,٥) (٠,٥)}} = ١,٤$$

وحيث أنها لا تقع في منطقة الرفض لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن القطعة غير متحيزة.

٣٠-٢-١-٣ تحديد حجم العينة:

نعرض فيما يلي صيغة لتحديد حجم العينة لإمكان تقدير النسبة في المجتمع بدرجة ثقة معينة (ث) وبحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن مقدار معين (خ) - وسنفترض أن حجم العينة كبير لإمكان استخدام التوزيع الطبيعي .

من الصيغة (٣٠-١٨)

$$خ = \sigma ل ق (٣٠-٢٤)$$

ويمكن إستنتاج صيغة حجم العينة حسب الحالتين :

أ - حالة تجاهل معامل التصحيح

بإفتراض أن المجتمع كبير ، أو $n \geq 30$ ، فإنه يمكن تجاهل معامل

ن

التصحيح ، وتصبح الصيغة .

$$Z = \frac{Q - K}{\sqrt{\frac{L}{n}}}$$

(٣٠-٢٥)

$$n = \left(\frac{L}{Z^2} \right) \frac{Q - K}{\sqrt{\frac{L}{n}}}$$

وغالبا تكون النسبة $Q - K$ غير معروفة ، ونلجأ إلى تقديرها - وغالبا يكون

ذلك من الدراسات السابقة عن المجتمع .

وعلى أي حال فإنه في حالة عدم توفر هذا التقدير للنسبة - فإنه يمكن الحصول

على تقدير متحفظ لحجم العينة بجعل $Q - K = 0.5$ وبذلك تصبح الصيغة .

(٣٠-٢٦)

$$n = 0.25 \left(\frac{L}{Z^2} \right) \frac{Q - K}{\sqrt{\frac{L}{n}}}$$

وغالبا يستخدم الباحث درجة ثقة ٩٥ % وتكون القيمة المناظرة ل $Z = 1.96$

من التوزيع الطبيعي ، وبتقريبها إلى ٢ يكون تقدير حجم العينة في هذه الحالة

بإستخدام الصيغة .

(٣٠-٢٧)

$$n = \frac{L}{Z^2}$$

ب - حالة الإبقاء على معامل التصحيح

$$x = \frac{\sqrt{\frac{qk}{n}}}{\sqrt{\frac{n-k}{n-1}}} \quad (28-30)$$

ومنها نحصل على:

$$n = \frac{n \cdot 0}{\frac{n-1}{n} + 1} \quad (29-30)$$

حيث $n \cdot 0$ تعرف كما وردت في (25-30)

تطبيق (30-7):

في دراسة لإحدى الجزر عدد سكانها 3000 نسمة ، أحد علماء الأنثروبولوجيا رغب في تقدير نسبة من ينتمون إلى فصيلة الدم (و) بخطأ لا يتجاوز 0,05 وبدرجة ثقة 0,95 قدر حجم العينة اللازمة.

الحل :

نستخدم النسبة $q = 0,5$

$$x = 0,05 \quad \theta = 0,95 \quad l = 1,96$$

فوجد أولاً $n \cdot 0$ باستخدام الصيغة (30 - 25)

$$ن = \frac{٠,٥ (٠,٥) ٢(١,٩٦)}{٣٨٤} = \frac{٢(٠,٠٥)}{٣٨٤}$$

$$ن = \frac{٣٨٤}{٣٠٠} = \frac{٠,١٣}{٣٠٠}$$

أي أننا في حاجة إلى إدخال معامل التصحيح ، الصيغة (٣٠-٢٩)

$$ن = \frac{٣٨٤}{\frac{٣٨٣}{٣٠٠} + ٣٤٠}$$

تطبيق (٣٠-٨):

توضح دراسات الوقت والحركة لإحدى العمليات أن نسبة الوقت الضائع ٤٠ % . يرغب المصنع في الحصول على تقدير لهذه النسبة بدرجة ثقة ٩٥ % وبخطأ لا يتجاوز ٣ %

الحل:

المجتمع كبير ، نستخدم الصيغة (٣٠-٢٥)

$$ن = \frac{١,٦٥}{٠,٠٣} \sqrt{(٠,٤) (٠,٦)} = ٧٢٦$$

تطبيق (٣٠-٩):

يرغب مراجع الحسابات في تقدير نسبة الخطأ في الفواتير وعددها ٢٢٣٠٠ بدرجة ثقة ٩٥ % وبخطأ لا يتجاوز ٢ % . كم يكون حجم عينة المراجعة إذا كانت مراجعته في الفترات السابقة توضح أن نسبة الخطأ في الفواتير ٤ %

الحل:

$$n = \frac{1,96^2}{0,02} (0,04) (0,96) = 369$$

تطبيق (٣٠-١٠):

علاج جديد لأحد الأمراض تم تجربته على ١٤ مريضاً ، شفى منهم ١٣ . ولمزيد من التأكد وقبل تقدير تسويقه تتوي الجهات الصحية إعادة تجربته . كم يكون عدد المرضى لتقدير نسبة الشفاء بدرجة ثقة ٩٠ % وبخطأ لا يتجاوز ٢ %

الحل:

يمكن إستخدام تقدير الدراسات السابقة ، تقدير نسبة الشفاء ، وهي ١٣ / ١٤ = ٠,٩٣

$$n = \frac{1,65^2}{0,02} (0,93) (0,07) = 443$$

٣٠-٢ مقارنة نسبتيان : بيانات مستقلة

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الهامة والتي تستخدم لمقارنة أو إختبار الفرض حول نسبتيين في حالة الإستقلال بين العينات وبين المشاهدات ، والإختبارات التي سيتم عرضها في هذا الفصل هي :

١- إختبار فيشر الأصلي (١٩٣٤).

٢- الإختبار الطبيعي .

٣- إختبار كا (١٩٣٤) .

وبعد كلاً من الإختبارين الأخيرين ، تقرب لإختبار فيشر ، ويتم إستخدامهما نظراً لسهولة العمل الحسابي بالمقارنة بإختبار فيشر الحقيقي - وذلك بعد توافر الشروط المؤهلة لذلك ، والتي سيتم عرضها في حينه وفي حالة توافر هذه الشروط تعطي هذه الإختبارات تقريباً جيداً لإختبار فيشر الحقيقي . وبمقارنة الإخت

بار الطبيعي بإختبار كا نجد أن الإختبار الطبيعي يسمح أيضاً بإختبار الفروض الموجهة كما يسمح أيضاً بتقدير الفرق بين نسبتيين وذلك يتكوين فترات ثقة .

ومن الناحية الأخرى يعد إختبار كا أسهل من الناحية الحسابية كما أنه يمكن تحديده ليسمح بمقارنة أكثر من نسبتيين .

٣٠-٢-١ إختبار فيشر الأصلي

قدمه فيشر Fisher عام ١٩٣٤ ، كما قدمه أيضاً بصورة مستقلة

ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وعلى سبيل المثال مقارنة مجتمعان من الأفراد بخصوص نسبة تواجد خاصية معينة مثلاً الذكور والإناث لا يختلفان في خاصية معينة أو رأي معين وكذا لمقارنة مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة ، أو لمقارنة الأباء والأمهات ، العاملين والعاطلين ، الحزب الديمقراطي والحزب الجمهوري ، إلخ ، أي أن المتغير محل البحث ثنائي القيم . Dichotomous

ويمثل إختبار فيشر الطريقة الوحيدة الآمنة عندما يكون عدد المشاهدات الكلي صغيراً (أقل من ٥٠) وهو يعتبر الإختبار الأكثر قوة لإختبار فرض تساوي نسبتي .

ويتميز إختبار فيشر بأنه يستخدم لإختبار الفرض الموجه أو غير الموجه (طرف أو طرفين)، بينما إختبار كاي يستخدم فقط في حالة الإختبار غير الموجه .

٣٠-٢-١-١ إجراءات الإختبار

تعرض البيانات في صورة مصفوفة أو جدول تكراري مزدوج 2×2 كما يلي ، لاحظ أن النسبة في المجموعة الأولى مثلاً هي $1/11$ / ك. ١٠ .

المجموعة

	٢	١	
الصفة ١	ك _{٢١}	ك _{١١}	ك _{١.}
الصفة ٢	ك _{٢٢}	ك _{١٢}	ك _{٢.}
	ك _{٢٠}	ك _{١٠}	ك _{..} = ن

وتختلف الإجراءات تبعاً لحالة الإختبار موجه ، أو غير موجه .

أ - الإختبار الموجه :

الفروض :

١- ف٠ : $ق١ \geq ق٣$ ضد ف١ : $ق١ < ق٣$

أو ٢- ف٠ : $ق١ \leq ق٣$ ضد ف١ : $ق١ > ق٣$

أ - في البداية ، يجب ملاحظة البيانات المشاهدة ، وهل هي متسقة أي في نفس الإتجاه مع فرض الباحث (الفرض البديل) ، فإذا لم يكن هناك إتساق ، نتوقف بإعتبار أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرضه المطلوب إختباره ، ويكون القرار أنه ربما يكون فرض العدم هو الصحيح .

تطبيق (٣٠-١١) :

بفرض أن الباحث بصدد مقارنة نسبة النجاح في مجتمعين وأن

مجموعة الفروض كما في (١) أعلاه ، وأن بيانات العينة كانت كما يلي :

	مجتمع ٢	مجتمع ١	
٧	٤	٣	ناجح
٨	١	٧	راسب
١٥	٥	١٠	

هذه البيانات ليست في إتجاه فرض الباحث حيث يهدف إلى تقرير أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أكبر منها في المجتمع (٢) : ق ١ < ق ٢ غير أن البيانات تشير إلى أن نسبة النجاح في المجتمع (١) ص ٣ أما في المجتمع (٢) ١٠

هي ٨ ولذا نتوقف حيث أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرض الباحث بل تؤيد ١٠

فرض العدم .

ب - إذا كانت البيانات المشاهدة متسقة مع فرض الباحث ، أي في نفس الإتجاه المقدر ، كأن يكون فرض الباحث أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أصغر منها في المجتمع (٢) أي مجموعة الفروض رقم (٢) أعلاه .
في هذه الحالة يكون على الباحث حساب مستوى المعنوية الحقيقي فإذا كان أقل من مستوى المعنوية الإسمي ، نرفض فرض العدم ، وخلاف ذلك نقبله .
إن مستوى المعنوية الحقيقي هو إحتمال الحصول على هذا الجدول المشاهد أو الجداول الأخرى الأكثر تطرفاً في نفس إتجاه فرض الباحث وتكون الخطوات كما يلي :

١- إحتمال الحصول على الجدول المشاهد :

الإحصاء المستخدم هو عدد الحالات التي لها الصفة محل الاهتمام (مثلاً ك ١١) ولذا نستخدم التوزيع الهيبيرجيومتري . وباستخدام الرموز المعروضة بالجدول أعلاه يكون الاحتمال كما يلي:

$$\frac{٤٠٢ | ١ | ٤٠٢ | ٤٢٠ | ١ | ٤٠٢}{\text{ن، ك، ١٢، ٢٢، ك}} = \gamma$$

وفي حالة المثال أعلاه يكون الإحتمال كما يلي:

$$\begin{array}{r} 1,670,10 \\ \times 1,93 \\ \hline 1,673,10 \end{array}$$

٢- احتمال الحصول على الحالات الأكثر تطرفاً.

ويمكن إتباع الخطوات التالية:

(i) تحديد الحالات أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المقدر وذلك في إطار التكرارات الهامشية.

وأسهل طريقة لتحديد هذه الجداول هي ملاحظة الخلية التي تحوي أقل تكرار ثم ننقص منها واحد على التوالي . فالجدول بالمثال الموضح يشير إلى أن أقل تكرار هو ١ ، بطرح ١ يصبح صفر (ولا يوجد بالطبع جداول أخرى لأن التكرار لا يكون سالباً) ويبدو الجدول الأكثر تطرفاً كما يلي (نسبة النجاح في المجتمعان أصبحت ١٠ / ٢ ، ٥ / ٥ على التوالي).

	مجتمع ٢	مجتمع ١	
٧	٥	٢	ناجح
٨	٠	٨	راسب
١٥	٥	١٠	

(ii) نحسب إحتمال الحصول علي كل جدول على حده بإستخدام الصيغة
(٢٩-٣٠) وفي المثال يوجد الجدول أعلاه وإحتماله:

$$ح = \frac{١٠, ٥, ٧, ٨}{١٥, ٢, ٥, ٨, ١٠} = ٠,٠٠٧$$

(iii) نحسب إحتمال الحصول على الحالات المتطرفة ، وذلك بجمع
الإحتمالات التي نحصل عليها في . (ii)

٣- مستوى المعنوية الحقيقي

= إحتمال الحصول على الجدول المشاهد + إحتمال الحصول على الجداول
الأكثر تطرفاً

$$= ٠,٠٩٣ + ٠,٠٠٧ = ٠,١٠٠$$

٤- نقارن مستوى المعنوية الحقيقي ، بمستوى المعنوية الإسمي ، فمثلاً إذا
كان مستوى المعنوية الإسمي ٥ % فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

ب - الإختبار غير الموجه

الفروض : ف٠ : ق١ = ق٢ ضد ف١ : ق١ ≠ ق٢

بنفس الأسلوب السابق يتم حساب إحتمالات الجدول المشاهد وإحتمالات

الجدول المتطرفة في نفس الإتجاه ، وكذلك إحتتمالات الجداول المتطرفة في الإتجاه الآخر ، وهذا الإجراء الأخير يضيف صعوبات أخرى تكمن في تحديد الجداول المتطرفة في الإتجاه الآخر .

وعلى أي حال يوجد أسلوب آخر تقريبي قد يتبع لملافاة تلك الصعوبات المضافة وهو أن نقوم بحساب الإحتتمالات كالمتمتع مع الإختبار الموجه . أي نوجد إحتتمال الجدول المشاهد والجداول (المتطرفة في نفس الإتجاه . ثم نقارن هذا الإحتتمال مع نصف مستوى المعنوية الإسمي (م/٢) ونرفض فرض العدم إذا كان الإحتتمال أقل من هذا المقدار .

٣٠-٢-١-٢ الجداول

توجد جداول معدة لتسهيل الحصول على الإحتتمالات السابق ذكرها - جدول ٧- وندخل الجدول عن طريق القيم (ن ، ي ١ ، ي ٢ ، س) .

س	ي ١	
	ي ٢	
		ن

حيث

ن حجم العينة الكلي

ي ١ أقل تكرار هامشي

ي ٢ التكرار الهامشي الأقل مباشرة من ي ١

س تكرار الخلية المناظرة للتكرارين ي ١ ، ي ٢
ويعطي الجدول ثلاثة إحتتمالات تحت المسميات (مشاهد ، أخرى ، مجموع)
وفيما يلي إيضاح لمعنى كل إحتتمال منها :
١- مشاهد : تعني إحتتمال الحصول علي (الجدول المشاهد أو الجداول الأكثر
تطرفاً في الإتجاه المشاهد) .
٢- أخرى : تعني إحتتمال الحصول على الحالات الأخرى الأكثر تطرفاً في
الإتجاه المعاكس .
٣- مجموع : وتعني مجموع الإحتتمالين السابقين .

تطبيق (٣٠-١٢):

فيما يلي بيانات الجدول المشاهد ، كما وردت بالتطبيق السابق - والمطلوب
بمستوى معنوية ٠,٠٥ استخدام الجداول لإختبار فرض تساوي نسب النجاح
ضد :

أ - الفرض الموجه : $Q_1 < Q_2$

ب - الفرض غير الموجه : $Q_1 \neq Q_2$

	مجتمع ١	مجتمع ٢	
ناجح	٣	٤	٧
راسب	٧	١	٨
	١٠	٥	١٥

الحل:

بالرجوع لجدول ٧ (إحتتمالات الجداول الرباعية) حيث (ن ، ي ١ ، ي ٢ ، س) هي (١٥ ، ٥ ، ٧ ، ٤) نجد أن الإحتتمالات (مشاهد ، أخرى ، مجموع) هي (٠,١٠٠ ، ٠,٠١٩ ، ٠,١١٩) وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، في أي من الإختبارين الموجه وغير الموجه.

تطبيق (٣٠-١٣):

في دراسة لتقييم أحد الإختبارات الطبية ومدى قدرته على تشخيص المرض ، تم تطبيقه على مجموعتين من المرضى ، الأولى مصابة بالمرض (١) والثانية بمرض آخر (٢) وقد ظهرت النتائج كما هي موضحة بالجدول والمطلوب إختبار الفرض بأن الإختبار أكثر فعالية في إكتشاف المرض (١) بمستوى معنوية ١٠ %

التعامل	المرض ١	المرض ٢	
إيجابي	٣	٢	٥
سلبي	١	٤	٥
	٤	٦	١٠

الحل:

ف ٠ : ١ ق \geq ٢ ق ف ١ : ١ ق < ٢ ق
لمزيد من الإيضاح ، نعرض الحل بالطريقتين السابق إيضاحهما .

$$ح١ = \frac{٥,٥,٤,٦}{١٠,٤,١,٥} = ٠,٢٣٨$$

٤	١
٠	٥

$$ح٢ = \frac{٥,٥,٤,٦}{١٠,٤,١,٥} = ٠,٢٣٨$$

$$٠,٢٦١٨ = ٠,٢٣٨ + ٠,٢٣٨ = \text{مستوى المعنوية الحقيقية ح}$$

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ، لا نستطيع رفض فرض العدم .

الحل باستخدام الجداول :

بالرجوع لجدول -٧- نجد أن الإحتمال المشاهد هو ٠,٢٦٢ وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٣٠-١٤):

علاج جديد تم تجربته على سبعة من المرضى ، والجدول التالي يعرض النتائج بعد العلاج بالمقارنة مع مجموعة أخرى من المرضى لم يتم تطبيق العلاج الجديد عليها (مجموعة ضابطة) . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية ، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

	المجموعة الضابطة (٢)	المجموعة التجريبية (١)	العلاج الجديد
			النتيجة
٨	٢	٦	مازالوا أحياء
٨	٧	١	توفوا
١٦	٩	٧	

الحل:

فرض العدم : ق تمثل نسبة الأحياء من المرضى

$$F_0 : Q_1 \geq Q_2$$

$$F_1 : Q_1 < Q_2$$

إحتمال التوزيع المشاهد:

$$P = \frac{٨, ٨, ٧, ٩}{١٦, ٧, ٢, ١} = ٠,٠١٩٥$$

لإيجاد التوزيعات الأكثر تطرفاً ،، نطرح واحد من أقل تكرار بالجدول أعلاه -

ثم نستكمل الجدول ، ليظهر كما يلي :

٧	١
٠	٨

إحتمالي الحصول على هذا التوزيع :

$$P = \frac{٨, ٨, ٧, ٩}{١٦, ٧, ٠, ٨} = ٠,٠٠٠٧$$

مستوى المعنوية الحقيقي : $ح = ١ + ٢ = ٠,٠٢٠٢$ ،
 وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمي ($٠,٠٥$) نرفض فرض العدم ،
 ونقبل العرض البديل ، أي أن العلاج الجديد أكثر فعالية.
 ملحوظة : حجم العينة ١٦ أكبر من المسموح بالجداول.

تطبيق (١٥-٣٠):

في دراسة لأحوال المعلمين ، تضمنت تقديرات بمدى قدرتهم على
 التدريس وذلك من عينتين من المدرسين يختلفان حسب مدة الخبرة والمطلوب
 إختبار تساوي الكفاءة بينهما بمستوى معنوية $٠,٠٥$.

التقدير	أقل من ٥ سنوات	٥ سنوات فأكثر	مدة الخبرة
ناجح	٥	٤	٩
غير ناجح	٣	١	٤
	٨	٥	١٣

الحل:

$$٠ : ١ ق = ٢ ق$$

$$١ : ١ ق \neq ٢ ق$$

بالرجوع لجدول -٧- وباستخراج القيم (١٣ ، ٤ ، ٥ ، ١) نجد أن
 الاحتمالات هي (٤٩٠٠ ، ٠,١١٩ ، ٠,٦٠٨)
 وعلى ذلك لا نستطيع رفض فرض العدم.

٣-٢-٢ الاختبار الطبيعي

عندما يكون حجم العينة كبيراً فإن العمل المطلوب باستخدام اختبار فيشر الحقيقي يكون كبيراً ، كما يمكن استخدام اختبارات أخرى تعطى تقريباً جيداً ، منها الاختبار الطبيعي ، وإجراءات هذا الاختبار مشابهة لإجراءات الاختبار الطبيعي المستخدم لمقارنة متوسطا ن (٢٨ - ٣ - ٢) .
وللملائمة يمكن عرض بيانات العينتين كما يلي:

	عينة ٢	عينة ١	
نجاح	ك٢	ك١	
فشل	ن٢ - ك٢	ن١ - ك١	
	ن٢	ن١	

فرض العدم : $ق١ = ق٢ = ق$

إحصاء الاختبار:

$$ص = \frac{ق١ - ق٢}{ق١ - ق٢}$$

(٣٠-٣١)

ق ك ق ك

$$حيث : م٢ ق١ - ق٢ = \frac{ق ك}{ن١} + \frac{ق ك}{ن٢}$$

$$٢ق١ - ٢ق٢ = قك (\frac{١}{٢٥} + \frac{١}{١٥}) \quad (٣٢-٣٠)$$

حيث ن١ ، ن٢ هما حجومات العينتان على التوالي ، ق هو تقدير لنسبة المجتمع ويتم حسابها كما يلي :

$$ق = \frac{\text{عدد حالات النجاح في العينتين}}{\text{حجم العينتين}}$$

$$ق = \frac{ك١ + ١ك٢}{١ن + ٢ن} \quad (٣٣-٣٠)$$

$$= \frac{١ق١ + ٢ق٢}{١ن + ٢ن} \quad (٣٤-٣٠)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .
قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في حالة مقارنة متوسطان بالقسم (٢٨ - ٣ - ١) .

ويجب ملاحظة أن استخدام الاختبار الطبيعي يعتبر تقريبي ، ويشترط لصحة استخدامه وحتى يعطي نتائج دقيقة أن يكون حجم المشاهدات كبيراً ، ويمكن الاعتماد على القاعدة التالية :

يستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب في حالة ما إذا كانت كل القيم التالية أكبر من ٥ ، أي :

١ ق < ٥ ، ١ ك < ٥ ، ٢ ق < ٥ ، ٢ ك < ٥ (٣٥-٣٠)
حيث ١ ن ، ٢ ن هي أحجام العينات ، ق هي تقدير لنسبة المجتمع يحسب حسب الصيغة (٢٩ - ٣٣) ، وفي حالة عدم توفر هذه الشروط فإنه يلزم استخدام اختبار فيشر .

معامل تصحيح الإستمرارية :

أجرى ييتز Yates في ١٩٣٤ تعديلاً في صيغة الإحصاء (٣١ - ٣٠) بمراعاة معامل تصحيح الإستمرارية مما أدى إلى زيادة دقة التقريب ويتطلب معامل التصحيح طرح (إضافة) المقدار (١ / ضعف حجم العينة) إلى النسبة الأكبر (الأصغر) فإذا كانت ق ١ أكبر من ق ٢ فإن قيمة الإحصاء تصبح .

$$\text{ص} = \frac{\left(\frac{1}{2n_2} + 2 \right) - \left(\frac{1}{2n_1} - 1 \right)}{2 \text{ ق} - 1 \text{ ق}} \quad (36-30)$$

تطبيق (٣٠-١٦) :

في مسح إجتماعي لمعرفة رغبات الشباب وإتجاهاتهم ، تم إعداد البيان التالي بشأن وجهة نظرهم في إحدى الموضوعات .

مستوى التعليم	متعلم	غير متعلم	الرأى
موافق	٥٥	٢١	٥٦
غير موافق	٢٠	٢	٢٢
	٧٥	٢٣	٩٨

والمطلوب إختبار فرض تساوي نسب الموافقة بين المتعلمين وغير المتعلمين بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الفرض المطلوب إختباره هو : $H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \pi$

ضد : $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$

نستخدم الإختبار الطبيعي

$$\pi_1 = \frac{55}{75} = 0,733 \quad \pi_2 = \frac{21}{23} = 0,913$$

$$\pi = \frac{55 + 21}{75 + 23} = 0,776$$

التحقق من توافر شروط استخدام التوزيع التطبيقي (٣٠ - ٣٥)

$$75(0,776) = 58,1 \quad 75(0,224) = 16,8 \quad 23(0,776) = 17,8 \quad 23(0,224) = 5,115$$

وبحساب قيمة الإحصاء ، الصيغة (٣٠ - ٣٦)

$$\frac{(\frac{1}{(23)^2} - 0.913) - \frac{1}{(75)^2} + 0.733}{\sqrt{\{(\frac{1}{75} + \frac{1}{75}) (0.221) (0.766)\}}}$$

$$0.891 - 0.74 = \frac{1.03 - 1.00987}{0.00987}$$

منطقة الرفض ص > - 1.96 ، ص < 1.96

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام إختبار كا^٢ تطبيق (٣٠-)

(١٧)

تطبيق (٣٠-١٧):

علاج جديد تم تجربته على عينة من المرضى ، . لتحديد مدى فاعليته . تم سحب عيّنتان عشوائيتان من المرضى طبق العلاج على إحداها وفيما يلي النتائج بعد فترة مناسبة . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية بمستوى معنوية ٠,٠٢ .

العينة عدد المرضى	التجريبية (١)	التجريبية (٢)	
تحسن	٣٨	٢٩	٦٧
كما هي	٧	١٧	٢٤
	٤٥	٤٦	٩١

الحل :

$$٠.٧٣٦ : ١ ق ٣ ق ٢$$

$$١ ق : ١ ق < ٢ ق$$

$$٠.٧٣٦ = ٩١/٦٧ = ق ، ٠.٦٣ = ٤٦/٢٩ = ٠.٨١٤ = ٤٥/٣٨ = ١ ق$$

لاحظ أن شروط استخدام الإختبار الطبيعي متوفرة (٣٥-٣٠) .

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{(46)^2} + 0.63 \right) - \left(\frac{1}{(45)^2} - 0.844 \right) \\ & \text{ص} = \frac{\left(\frac{1}{(46)^2} + 0.63 \right) - \left(\frac{1}{(45)^2} - 0.844 \right)}{\left\{ \left(\frac{1}{46} + \frac{1}{45} \right) (0.264) (0.736) \right\}} \\ & ٢.٠٨٧ - = = \frac{٠.٦٤١ - ٠.٨٣٣}{٠.٠٩٢} = \end{aligned}$$

منطقة الرفض ص < ط (٠.٩٨) = ٢.٠٥

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن العلاج الجديد أكثر فعالية .

٣-٢-٣٠ إختبار بيتز كا٢ :

هذا الإختبار يعد حالة خاصة من إختبار كا٢ والذي قدمه بيرسون عام ١٩٠٠ ، وقد أدخل بيتز Yates عليه تحسیناً عام ١٩٣٤ . ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وذلك من عينتين مستقلتين ، كما هو الحال في إختبار فيشر الحقيقي ، غير أن إختبار كا٢ يقتصر على حالة إختبار الفرض الغير موجه (إختبار من طرفين) .

الإفتراضات :

- ١- عدد الوحدات المشاهدة الكلي لا يقل عن ٥٠ .
 - ٢- التكرار المتوقع في أي خلية لا يقل عن ٥ .
- إن حالة البيانات يمكن عرضها في مصفوفة أو جدول ٢/٢ كما سبق في القسم (١-٢-٤) .

	٢	١	
الصفة ١	ك٢١	ك١١	ك٠١
الصفة ٢	ك٢٢	ك١٢	ك٠٢
	ك٢٠	ك١٠	ك٠٠ = ن

إحصاء الإختبار :

إحصاء الإختبار هو قيمة كا٢ وبالصيغة السابق عرضها في إختبار كا٢ بالقسم (١-٣-٢) وهذه الصيغة للحالة الخاصة بجدول ٢×٢ تصبح كما يلي :

$$\chi^2_{كا} = \frac{n (ك_{١١} ك_{٢٢} - ك_{٢١} ك_{١٢})^2}{(ك_{١٠} + ك_{٢٠}) (ك_{١٠} + ك_{٢٠})}$$

وقد أدخل بيتز Yates عام ١٩٣٤ تحسناً على هذه الصيغة بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية لزيادة دقة التقريب لتصبح الصيغة: *

$$\chi^2_{كا} = \frac{n (ك_{١١} ك_{٢٢} - ك_{٢١} ك_{١٢} - \frac{1}{4})^2}{(ك_{١٠} + ك_{٢٠}) (ك_{١٠} + ك_{٢٠})}$$

ويمكن أيضاً عرضها في الصورة العامة كما يلي:

$$\chi^2_{كا} = \frac{n (ك - \frac{ك^2}{n})^2}{ك}$$

حيث ك هو التكرار المتوقع:

$$ك = \frac{ك_{ر.} ك_{د.}}{n}$$

هو التكرار المتوقع بالخلية بالصف ر والعمود د

وبصفة عامة ، ينصح باستخدام معامل التصحيح ، على أنه إذا كان حجم المشاهدات كبيراً فإن هذا المعامل يكون تأثيره قليل ، وفي هذه الحالة يمكن تجاهله.

توزيع المعاينة :

الإحصاء كا ٢ السابق عرضه يتبع توزيع كا ٢ بدرجة حرية واحدة.

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة كا ٢ المحسوبة أكبر من قيمة كا (١ - م) والتي تستخرج من جدول توزيع كا ٢ جدول ٥ بالجدول الإحصائية الملحق .

تطبيق (٣٠-١٨):

٣٢ مريضاً تلقوا المعالجة أ ، ١٦ منهم تم شفائهم و ٢٨ مريض آخرين تلقوا المعالجة ب شفى منهم ٨ . هل يعد العلاجين بنفس الكفاءة ، المطلوب استخدام إختبار كا ٢ بمستوى معنوية ٠,٠١ .

الحل :

نعرض البيانات في صورة جدول 2×2 لتسهيل إستخدام الصيغة (٣٠ - ٣٨)

$$٠ ف : ١ ق = ٢ ق$$

$$١ ف : ١ ق \neq ٢ ق$$

المريض المعالجة	شفى	لم يشفى	
أ	١٦	١٦	٣٢
ب	٨	٢٠	٢٨
	٢٤	٣٦	٦٠

$$\chi^2_{0.03} = \frac{60 (\frac{2}{2+60} - \frac{1}{8} \times \frac{16}{20} \times \frac{16}{60})}{(24)(32)(36)(28)} = 21.3$$

من جدول ٥ نجد أن $\chi^2_{0.99} = 6.635$ ،
لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (٣٠-١٩):

المطلوب إختبار الفرض الوارد بالتطبيق (٣٠-١٦) بإستخدام إختبار كا ٢.

الإجابة	متعلم	غير متعلم	
موافق	٥٥ ٥٨,٢	٢١ ١٧,٨	٧٦
غير موافق	٢٠ ١٦,٨	٢ ٥,٢	٢٢
	٧٥	٢٣	٩٨

الحل:

الجدول أعلاه يعرض التكرارات الفعلية وقد تم تدوين التكرارات المتوقعة في نفس الخلية ، بإستخدام الصيغة (٣٠ - ٤٠).
نقوم بحساب الإحصاء ص بإستخدام الصيغة (٣٠ - ٣٩) ، وقد تم تجاهل معامل التصحيح نظراً لأن حجم المشاهدات كبير

$$ص = \frac{2(5,2 - 2)}{5,2} + + \frac{2(58,2 - 55)}{58,2} = 3,33$$

$$وحيث أن ص = 3,33 > كا (0,95) = 3,84$$

فإننا لا نرفض فرض العدم

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها باستخدام الاختبار الطبيعي (تطبيق ٣٠-١٦)

٣٠-٣ مقارنة نسبتيان : بيانات مرتبطة

الاختبارات المقنمة بالفصل السابق تشترط أن المشاهدات مستقلة ، سواء بين العينات أو بداخلها ، وتوجد حالات لا يتوفر فيها هذه الشروط ، منها ما يتعلق بدراسات التغير بصفة عامة كالتغير في المواقف أو الاتجاهات أو السلوك أو الحالة الصحية أو الاقتصادية إلخ.

وفي هذا الفصل نعرض الاختبارات المستخدمة في هذا المجال :

١- اختبار مكنمار (١٩٤٧) .

٢- اختبار جارت (١٩٦٩) .

٣٠-٣-١ اختبار مكنمار McNmar

قدمه مكنمار McNmar عام ١٩٤٧ يستخدم لاختبار الفرض بتساوي نسبتي مرتبطين أو بالنسبة للمشاهدات التي تتضمن تغير من حالة لأخرى خاصة في التصميمات القبلية البعدية Before - After حيث يكون

كل شخص ضابط لنفسه فإنه يستخدم لإختبار أن إحتمال التغير من الحالة الأولى للحالة الثانية متساوياً لإحتمال التغير من الحالة الثانية للحالة الأولى - ويمكن توضيح الحالة بترتيب البيانات في جدول 2×2 وللملائمة سيتم عرضه مرة بالتكرارات المشاهدة وعرضه مرة أخرى بعد تحويل هذه التكرارات إلى نسب أو إحتتمالات .

	غير موافق	موافق	<div> <div>بعد</div> <div>قبل</div> </div>
موافق	ك ٢١	ك ١١	
غير موافق	ك ٢٢	ك ١٢	
	ك ٢٠	ك ١٠	
	ك ٠١		

	غير موافق	موافق	<div> <div>بعد</div> <div>قبل</div> </div>
موافق	ح ٢١	ح ١١	
غير موافق	ح ٢٢	ح ١٢	
	ح ٢٠	ح ١٠	
	ح ٠١		

ويمكن عرض فرض العدم بإعتباره إختبار لتساوي النسب الهامشية المرتبطة بمعنى أن نسب الموافقة متساوية (قبل وبعد) أي :

$$ف : ح ١٠ = ح ٠١ (٤١ - ٣٠)$$

وهذا يماثل الفرض التالي بإعتباره إختبار لفرض التماثل في إحتتمالات التغير .

(٤٢-٣٠)

ف. ٠ : ح ٢١ = ح ١٢

وذلك بطرح ح ١١ المشترك في كلا الطرفين . ويعني فرض التماثل أن احتمال التغير إلى موقف الموافقة يساوي احتمال التغير إلى موقف عدم الموافقة ، ولذا فإنه يمكن تصور بالمجموع ك ٢١ + ك ١٢ = ن على أنه يمثل محاولات مستقلة عددها (ن) ، وأن احتمال التغير من الموافقة إلى عدم الموافقة (أو العكس) يساوي (٢/١) . وباعتبار فرض عدم صحيحاً ، فإن التكرارات بخلايا التغير (ك ٢١ ، ك ١٢) تمثل إحصاءات تتبع توزيع ذي الحدين - بعدد محاولات قدره (ن) وإحتمال تغير قدره ٢/١ . ويكون الحل بتطبيق اختبار ذي الحدين وقد تم عرضه تفصيلاً في القسم (٤-١-٢) . ويلاحظ أنه في حالة الاختبار من جانبيين ، نضاعف مستوى المعنوية الحقيقي .

وإذا كان عدد المشاهدات كبيراً ، حيث يكون

(٤٣-٣٠)

ك ٢١ ≤ ١٠ ، ك ١٢ ≤ ١٠

فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعي أو اختبار كا ٢ حيث تعطى نتائج مقارنة لاختبار ذي الحدين الحقيقي .

٣٠-٣-١-١-٢-١ تقريب اختبار كا ٢

بالشروط السابق ذكرها (٤٣-٤) يمكن استخدام الإحصاء :

$$\chi^2 = \frac{(K_{12} - K_{21} \pm 1)^2}{K_{12} + K_{21}} \quad (٤٤-٣٠)$$

وهو يتبع كا ٢ بدرجة حرية واحدة .

ويتم إختيار إشارة معامل التصحيح (+1) بحيث تخفض المسافة ك١٢ - ك٢١
فإذا كانت موجبة نجعله سالباً والعكس .

قاعدة القرار :

إذا كان مستوى المعنوية α فإننا نرفض فرض العدم .

أ - في حالة الإختبار غير الموجه :

$$\begin{aligned} & \text{كا} < \text{كا} \quad (1-\alpha) \\ & \text{أو إذا كان} \quad \text{ح} > \text{م} \end{aligned}$$

حيث ح مستوى المعنوية الحقيقي

ب - في حالة الإختبار الموجه إذا كان

$$\begin{aligned} & \text{كا} < \text{كا} \quad (1-\alpha) \\ & \text{أو} \quad \text{ح} > \text{م}/2 \end{aligned}$$

ويلاحظ أنه في الحالة الأخيرة تم إستخدام نصف مستوى المعنوية حيث أننا
نختبر فرضاً من طرف واحد غير أن جداول كا٢ تعطي قيم بطرفين .

٣-١-٣-٣٠ تقريب الإختبار الطبيعي

بالشروط السابق ذكرها (٣٠-٤٣) يمكن إستخدام الإحصاء :

$$Z = \frac{\text{ك}١٢ - \text{ك}٢١ \pm 1}{\sqrt{\text{ك}١٢ + \text{ك}٢١}}$$

ويتم إختيار الإشارة بحيث تخفض المسافة بين س١٢ ، س٢١ .

وهذا الإحصاء يتبع التوزيع الطبيعي المعياري . ويجب ملاحظة أن $\sigma^2 = 2$ ط ٢.

تطبيق (٣٠-٢٠):

علاج جديد يراد إختباره لوجود إدعاء بأنه أفضل من القديم ، تم إجراء تجربة بحيث يطبق نوعي العلاج على كل مريض ، والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١ .
حالة المرضى بعد العلاج

	لم يتحسن	تحسن	العلاج الجديد العلاج القديم
			تحسن لم يتحسن
٢٣	٢	٢١	
٢٧	١٩	٨	
٥٠	٢١	٢٩	

الحل:

$$H_0: \mu = 21 \text{ ح} = 12$$

$$H_1: \mu \geq 21 \text{ ح} = 12$$

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن التقريب شروطه غير متوفرة (٣٠-٤٣)

$$n = 2 + 8 = 10, \quad q = 0,5$$

من جدول (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي (ح).

$$H = 0,005(2) = 0,005$$

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠١ لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٣٠-٢١):

بمناسبة إنتخابات الرئاسة في إحدى الدول . تم إعداد الجدول التالي من عينة عشوائية مكونة من مائة شخص ، ويعرض الجدول إختيارات كل منهم قبل وبعد عمل المناظرة التليفزيونية بين الرئيسين المرشحين . بمستوى معنوية ٠,٠٥ . المطلوب إختبار الفرض بأن المجتمع لم يتغير رأيه بالمناظرة .

الإختيارات قبل وبعد المناظرة

قبل	بعد	
	وفدى	وطنى
وفدى	٦٣	١٥
وطنى	٥	١٢

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط التقريب غير متوفرة .

$$٠ ف : ح ٢١ = ح ١٢$$

$$١ ف : ح ٢١ \neq ح ١٢$$

$$ن = ١٥ + ٥ = ٢٠$$

$$مستوى المعنوية الحقيقي ح = ح ٢٠,٠٥ (٥) = ٠,٢٠٧$$

وحيث أن الإختبار غير موجه ، نرفض فرض العدم وذلك لأن .

$$ح = ٠,٢٠٧ > \alpha / ٢ = ٠,٠٢٥$$

تطبيق (٣٠-٢٢):

في دراسة لإستطلاع رأي المشاهدين لبرامج التليفزيون قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية لمعرفة مدى موافقتهم على برنامج معين في فترتين مختلفتين . والمطلوب بمستوى معنوية ٠,٠٥ اختبار ما إذا كان هناك تغير لصالح الموافقة على البرنامج وذلك باستخدام :

أ - اختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

ج - إختبار كا^٢ .

	غير موافق	موافق	الزمن (٢) الزمن (١)
			موافق غير موافق
٣٦	٦	٣٠	
٤٢	٢٤	١٨	
٧٨	٣٠	٤٨	

الحل :

$$١٢ \text{ ح} = ٢١ \text{ ح}$$

$$١٢ \text{ ح} < ٢١ \text{ ح}$$

$$\text{أ - باستخدام إختبار ذي الحدين : } ٢٤ = ١٨ + ٦ =$$

$$\text{ح} = ٢٤(٠,٠٥) = ٠,١٢٣$$

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يتضمن بوجود تغير

لصالح الموافقة على البرنامج .

ب - باستخدام التوزيع الطبيعي

$$ص = \frac{(ك_{١٢} - ك_{٢١} \pm ١)}{\sqrt{ك_{١٢} + ك_{٢١}}}$$

$$٢,٢٤٥ = \frac{١ - ٦ - ١٨}{\sqrt{٦ + ١٨}}$$

$$١,٦٤٥ = (٠,٩٥) ط$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل وهو وجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج .

ج - باستخدام توزيع كا^٢

$$ص = \frac{(ك_{١٢} - ك_{٢١} \pm ١)^2}{ك_{١٢} + ك_{٢١}}$$

$$٥,٠٠٤ = \frac{(١ - ٦ - ١٨)^2}{٦ + ١٨}$$

$$٢,٧٠٦ = (٠,٩٠) كا^٢ = (١ - ٢ - ١)$$

بمستوى ٠,٠٥ نرفض ف٠٠.

تطبيق (٣٠-٢٣):

في مقارنة لنوعين من العلاج تم تجربتهما على عينة من المرضى بحيث يطبق كلا العلاجين على كل مريض في مناسبتين مختلفتين . والجدول التالي يلخص أثر العلاج على الغثيان كأحد الأعراض الجانبية للعلاج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدل الغثيان في كل من نوعي العلاج بمستوى معنوية ٠,٠٥.

حالات الغثيان

	لا يوجد	يوجد	العلاج (أ)
			العلاج (ب)
١٢	٣	٩	يوجد
٨٨	٧٦	١٢	لا يوجد
١٠٠	٧٩	٢١	

الحل:

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط استخدام الإختبارات التقريبية غري متوفرة (٣٠-٤٣)

$$ن = ١٢ + ٣ = ١٥$$

من جدول توزيع ذي الحدين (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي .

$$٠,٠١٧٦ = (٣)١٥٠,٠٥$$

وحيث أن الإختبار في طرفين يكون مستوى المعنوية الحقيقي ضعف هذا

الإحتمال أي ٠,٠٣٥ .

وحيث أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل أي يوجد إختلاف في معدلات الغثيان في كل من نوعي العلاج .

٢-٣-٤ إختبار جارت Gart

قدم جارت J.J. Gart عام ١٩٦٩ إختبار أصلى لمقارنة نسبتي لعينتين مرتبطتين في حالة وجود أهمية للترتيب داخل الأزواج. Pairs ولذا يطلق عليه إختبار جارت لتأثير الترتيب Gart's test for order effects . وفي هذا الإختبار يتم صياغة نموذج على هيئة جدول أو مصفوفة 2×2 ويعتمد في حله على إختبار فيشر الأصلي .

لإيضاح ذلك نرجع للتطبيق (٢٣-٤) حيث تم إستخدام إختبار مكنمار ، بقصد إختبار مدى تساوي فاعلية العلاجين أ ، ب . غير أنه في هذه الحالة نريد بحث عامل آخر جديد ، قد يكون له أثر جوهري على الغثيان ، وهو ترتيب تعاطي العلاجين . وهذا العامل يمثل معلومات هامة تم تجاهلها في إختبار مكنمار ، أو بعبارة أخرى فإن إختبار مكنمار يقدم تقييماً جزئياً للموقف ، حيث أن نتيجة الإختبار كانت " وجود إختلاف في الغثيان في كل من نوعي العلاج " الحالة الآن هي أن المريض يتعاطى كلا النوعين من العلاج (معاملات) بترتيب معين والرمز (أ ، ب) يعني تعاطي العلاج أ أولاً ثم العلاج ب . وتعتمد الإجراءات على عرض جدولين 2×2 بإستخدام أزواج المشاهدات التي لها إستجابات مختلفة .

الجدول الأول : جدول إختبار الترتيب .

الجدول الثاني : جدول إختبار المعاملات .

وسنوضح طبيعة كل جدول في التطبيق التالي :

تطبيق (٣٠-٢٤):

البيانات الواردة في الجدول التالي ، تم إعدادها من دراسة الحالة الوارد بالتطبيق (٢٣-٤) . المطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١- عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

٢- عدم وجود فرق بين العلاجين

جدول إختبار الترتيب

	(ب ، أ)	(أ ، ب)	ترتيب العلاج الغثيان مصاحب
			للعلاج أ للعلاج ب
١٢	٥	٧	
٣	٢	١	
١٥	٧	٨	

الحل:

١- نطبق إختبار فيشر علي الجدول أعلاه . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٥٦٩ وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الرسمي ٠,٠٥ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

٢- لإختبار الفرض الثاني نقوم بإعادة عرض الجدول بالصورة الموضحة أدناه، مع تطبيق إختبار فيشر . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٤١ . وحيث أنه أقل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود فرق بين العلاجين (معدل الغثيان أكبر في أ).
جدول إختبار المعاملات

	(ب ، أ)	(أ ، ب)	ترتيب العلاج الغثيان مصاحب
			للعلاج الأول للعلاج الثاني
٩	٢	٧	
٦	٥	١	
١٥	٧	٨	

تطبيق (٣٠-٢٥):

في التجربة الواردة بالتطبيق (٢٣-٤) الخاصة بمقارنة نوعي العلاج أ ، ب وأثرها على الغثيان ، نفرض أن نتائج التجربة كانت كما يلي:

	(ب ، أ)	(أ ، ب)	ترتيب العلاج الغثيان مصاحب
			للعلاج أ للعلاج ب
١٢	١٠	٢	
٢	٠	٣	
١٥	١٠	٥	

والمطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١- عدم وجود فرق بين العلاجين.

ب - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

الحل:

تطبيق إختبار فيشر الحقيقي على الجدول المعطى يمكن إختبار الفرض (٢) .
بالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٢٢ وحيث أنه أقل
من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود معدلات غثيان أكبر مع
العلاج الثاني عنه مع العلاج الأول.

وبإعادة ترتيب البيانات لإختبار الفرض (١) نحصل على الجدول التالي
وبالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٩٥ وحيث أنه
أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود فرق
بين العلاجين.

	ترتيب العلاج		الغثيان مصاحب
	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
٢	٠	٢	للعلاج الأول
١٣	١٠	٣	للعلاج الثاني
١٥	١٠	٥	

٣٠-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة

٣٠-٤-١ اختبار فرض قيم لعدة نسب

توجد حالات بحثية كثيرة يكون فيها للمتغير عدة قيم أو صفات وهذه الحالة تتبع توزيع أعم من توزيع ذي الحدين binomial يطلق عليه التوزيع متعدد الحدود Multinomial ، ويكون الفرض المطلوب إختباره هو :

ف٠ : $Q = Q_0$ ، $R = 1, 2, \dots, M$

ف١ : ليست كل النسب في المجتمع تساوي النسب المحددة .

حيث $Q = Q_0 = 1$

إن الإختبار الحقيقي معقد ، وغالباً يستخدم كا^٢ كتقريب .

الفئات	التكرار المشاهد	التكرار المتوقع
١	ك١	ك١
...
م	ك م	ك م
	ن	ن

إحصاء الإختبار

$(K - K_0)^2$

(٣٠-٥٠)

$\frac{\text{مجم} = \text{كا}^2}{K}$

(٣٠-٥١)

حيث $K = N \cdot Q_0$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا^٢ يتبع توزيع ك^٢ بدرجات حرية م - ١ .

تطبيق (٣٠-٢٦)

سحبت عينة عشوائية حجمها ١٢٠ أسرة من مجتمع الأسر ذات الثلاثة أبناء ، فيما يلي توزيع عدد الذكور .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣
عدد الأسر (التكرار)	٢١	٣٧	٤٤	١٨

هل تؤيد هذه العينة نظرية علم الوراثة والتي تقضي بأن احتمال ولادة ذكر تساوي احتمال ولادة أنثى وأن الحدثين مستقلان عن بعضهما.

الحل :

الإختبار المناسب هو إختبار كا^٢ . للحصول على التكرارات المتوقعة تبعاً للنظرية ، يجب الحصول على التوزيع الإحتمالي لعدد الذكور في الأسر ذات الثلاثة أبناء . إن عدد الذكور يتبع توزيع ذي الحدين حيث $n = 3$ ، $q = 0.5$. وبالرجوع لجدول توزيع ذي الحدين (جدول ٨) نحصل على التوزيع الإحتمالي :

$$8/1 ، 8/3 ، 8/3 ، 8/1$$

$$ف. ٠ : ق. ٠ = 8/1 ، ق. ١ = 8/3 ، ق. ٢ = 8/3 ، ق. ٣ = 8/1$$

التكرار المشاهد	٢١	٣٧	٤٤	١٨
التكرار المتوقع	١٥	٤٥	٤٥	١٥

بإستخدام الصيغة (٣٠ - ٥٠)

$$٢١ = ٤,٤٤٤$$

بالرجوع لجدول (٥) كا (٠,٩٥) = ٧,٨١٥

لا نستطيع رفض فرض العدم ، ونقبل النظرية.

٣٠-٤-٢ اختبار فرض تساوي عدة نسب

بفرض وجود عدد م من المجتمعات ، وكل وحدة في المجتمع تأخذ إحدى قيمتين : (نجاح - فشل (أي أن المجتمع ثنائي . ويمكن عرض الحالة فيما يلي:

المجتمع	١	٢	م	المجموع
عدد حالات النجاح	ك١	ك٢		ك١م	أ
عدد حالات الفشل	ك٢	ك٢		ك٢م	د - أ
مجموع	ن			م	ن
نسبة النجاح	ق١ = س١/ن			قم	ق = أ/ن

فرض العدم : ق١ = ق٢ = = قم

الفرض البديل : النسب أعلاه غير متساوية.

إحصاء الاختبار

$$\chi^2_{\text{مج}} = \frac{(K - K^2)}{K} \quad (30-52)$$

حيث K هي التكرارات الفعلية ، K^2 هي التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة:

$$\chi^2_{\text{ر.ك.ج}} = \frac{\sum \frac{(K_{ij} - K_{ij}^2)}{K_{ij}}}{n} \quad (30-53)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء χ^2 أعلاه ، يتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $m - 1$.
ملحوظة : يتطلب اختبار χ^2 كما سبق ذكره في العديد من المناسبات أن لا يقل التكرار المتوقع في أي خلية عن ٥ .

تطبيق (٣٠-٢٧)

في إحدى تجارب بحوث السرطان ، تم تقسيم مجموعة من فئران التجارب المصابة بالمرض إلى أربعة مجموعات بصورة عشوائية ، وتم علاج كل مجموعة منها بجرعات مختلفة من الإشعاع . والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب اختبار فرض تساوي معدلات الشفاء في المجموعات المختلفة بمستوى معنوية ٠,٠٠١ .

جرعات الإشعاع (RADS)	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	مجموع
عدد حالات الشفاء	١٠	٣٢	٣٧	٣٢	١١١
حالات عدم الشفاء	٣٢	٩	٢	٨	٥١
العدد الكلي	٤٢	٤١	٣٩	٤٠	١٦٢

الحل:

$$٠ ق : ١ ق = ٢ ق = ٣ ق = ٤ ق$$

٢١٨ = ٥٥,٦٤٨ باستخدام الصيغة (٣٠-٥٢).

من جدول (٥) كا (٠,٩٩) = ١١,٣٤٥

وبذلك نرفض فرض عدم ونقبل الفرض البديل بمعنى أن احتمالات الشفاء غير متساوية في الجرعات . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١.

٣٠-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة

في كثير من الحالات يكون للمتغير أكثر من قيمتين ، فمثلاً في حالة مقارنة أنواع العلاج قد تكون نتيجة التطبيق (تحسن ، لا تغير ، أسوأ) ومتغير آخر مثلاً معدل إستهلاك السجائر قد يكون [صفر ، ١ - ١٠ ، ١١ - ٢٠ ، ٢١ فأكثر].

ويفرض فيما يلي الاختبارات المناسبة لهذه الحالات:

١- إختبار بوكر ١٩٤٨.

٢- إختبار ستيوارت ١٩٥٥.

٣- إختبار كوكران ١٩٥٠.

٣٠-٥-١ اختبار بوكير:

قدم بوكير Bowker عام ١٩٤٨ اختباراً يعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار لمقارنة النسب المرتبطة في النموذج متعدد المستويات (م × د . multilevel model) إن الهدف من إختبار مكنمار في النموذج ٢ × ٢ هو إختبار الفروض التالية:

١- إختبار فرق متساوي النسب الهامشية المرتبطة (٣٠ - ٤١) .

٢- إختبار فرض تماثل إحتتمالات التغير (٣٠ - ٤٢) .

ويعتبر إختبار بوكير إمتداداً لهذا الإختبار الثاني ، وفيما يلي عرض للجدول التكراري يليه عرض للإحتتمالات في المجتمع (م = د) .

الزمن (٢)

المستوى	١	٢	ل	د	
١	ك١١	ك٢١	ك١ل	ك١د	ك١٠
٢					
الزمن (١)					
ر	ك١ر		ك١رل	ك١رد	ك١٠ر
م	ك١م		ك١مل	ك١مد	ك١٠م
	ك١٠	ك٢٠	ك١٠ل	ك١٠د	ن

المستوى	١	٢	ل	د	
١	ح ١١	ح ٢١	ح ١ل	ح ١د	ح ١٠
٢					
الزمن (١)					
ر	ح ١ر		ح ١رل	ح ١رد	ح ١ر٠
م	ح ١م		ح ١مل	ح ١مد	ح ١م٠
	ح ١٠	ح ٢٠	ح ١٠ل	ح ١٠د	ن

فرض العدم

ف ٠ : ح رل = ح ل ر ر < ل

ف ١ : ليست كل الإحتمالات أعلاه متساوية

إحصاء الاختبار

$$\text{ك٢} \sim \frac{\text{ش ست } ٢}{\text{ر } \pm \text{ل ت}} \quad (٥٤-٣٠)$$

$$\text{ك} \sim \frac{(\text{ك ر ر} - \text{ن ح ر ل}) ٢}{\text{ر } \neq \text{ل ن ح ر ل}} \quad (٥٥-٣٠)$$

وغالباً لا تكون إحتمالات المجتمع ح رل معلومة . وقد اقترح بوكر المقدرات التالية لها .

$$\text{ح ر ل} = \frac{(\text{ك ر ل} + \text{ك ل ر})}{\text{ن}^2} \quad (30-56)$$

وبذلك يصبح الإحصاء:

$$\text{كا}^2 = \frac{(\text{ك ل ل} - \text{ك ل ل})^2}{\text{ر كل} (\text{ك ر ل} + \text{ك ل ر})} \quad (30-57)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا² الموضح في الصيغة (30-57) يؤول إلى توزيع كا² بدرجات حرية د. ح حيث :

$$\text{د ح} = \text{م} - \text{د} = \text{م} - \left(\frac{\text{د}}{2} \right) \quad (30-58)$$

ملحوظة : في حالة م = د = 2 فإن إحصاء بوكر يكون مماثلاً لإختبار مكنمار (كا²) غير المصحح .

تطبيق (30-28):

في دراسة لتطور الأحوال الإقتصادية بالدولة ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة لعدد من المشروعات الإقتصادية القائمة في فترتين زمنيتين مختلفتين، مع بيان الشكل القانوني للمشروع في كل فترة . والمطلوب إختبار فرض تساوي احتمالات التغير بين القطاعات بمستوى معنوية 1% .

الشكل القانوني للمشروع

	خاص	مشترك	عام	حكومي	١٩٩٠
					١٩٧٠
٣٠	٥	٨	٩	٨	قطاع حكومي
٥٠	٠	٢٠	١٨	٢	قطاع عام
٢٠	٥	١١	٢	٢	قطاع مشترك
٤٠	٣٥	٣	٢	٠	قطاع خاص
١٣٠	٥٥	٤٢	٣١	١٢	

الحل:

فرض العدم H_0 : $H = H_L$ $R < L$

H_1 : $H \neq H_L$

إستخدم الصيغة $(57 - 30)$

$$K_1 = \frac{2(0 + 5)}{0 + 5} \frac{2(2 + 8)}{2 + 8} \frac{2(2 + 9)}{2 + 9}$$

$$K_2 = \frac{2(3 - 5)}{3 + 5} \frac{2(2 - 10)}{2 + 10} \frac{2(2 - 20)}{2 + 20} = 33,615$$

$$\text{بإستخدام الصيغة } (58 - 4) = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{من جدول } (5) \text{ كما } K_{12} = (0,99) = 26,217$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض بأن احتمال التغير من قطاع R إلى

قطاع ل لا يساوي احتمال التغير بالعكس . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

تطبيق (٢٩-٣٠):

في دراسة للحراك الإجتماعي في أحد المجتمعات ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة حجمها ٢٠٠ شخص والبيان يعرض طبقة كل شخص في فترتين مختلفتين . والمطلوب اختبار فرض تساوي احتمالات التغير بين الطبقات بمستوى معنوية ٠,٠١ .

الطبقة الإجتماعية

	منخفضة	متوسطة	مرتفعة	١٩٩٠ ١٩٧٠
٣٩	٠	١١	٢٨	مرتفعة
٧٢	٦	٣٧	٢٩	متوسطة
٨٩	٤٠	١٨	٣١	منخفضة
٢٠٠	٤٦	٦٦	٨٨	

الحل:

$$\chi^2_{٤٧,١} = \frac{2(٦-١٨)}{٦+١٨} + \frac{2(٠-٣١)}{٠+٣١} + \frac{2(١١-٢٩)}{١١+٢٩} = ٢٤$$

$$\text{درجات الحرية} = \frac{٣}{٢} = ٣$$

$$\chi^2_{٠,٩٩} = ١١,١٤٥$$

نرفض فرض تماثل احتمالات التغير بين الطبقات.

٣-٥-٢ اختبار ستيوارت

قدمه ستيوارت Stuart عام ١٩٥٥ لإختبار فرض تجانس النسب الهامشية المرتبطة . ويعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات) (multilevel لإختبار مكنمار . وللملائمة نعرض البيانات في جدولين ، أحدهما تكراري والآخر احتمالي وبصورة مماثلة لما سبق عرضه في إختبار بوكسر (٣٠ - ٥ - ١) .

فرض العدم:

$$F : H_0 = H_1$$

ويمكن عرضه على الصورة:

$$F : H_0 = H_1 - H_0 = \text{صفر}$$

$$\text{أو } F : H_0 = H_1 - H_0 = \text{صفر} \quad (30-59)$$

إحصاء الإختبار

يوجد عدة إحصاءات لإختبار الفرض السابق . غير أنها معقدة نوعاً ما - وكإجراء أسهل - في حال الجدول ٣×٣ قدمه فلايس وإفريت Fleiss and Everitt عام ١٩٧١ وهو كما يلي:

$$-K_{11}^2 + -K_{22}^2 + -K_{33}^2$$

$$\text{كا}^2 = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{y}_j + \bar{x})^2}{(n-1)(n-1)} \quad (30-60)$$

$$\text{حيث } - \text{ك رز} = \frac{\text{ك ل} + \text{ك ل}}{2} \quad (30-61)$$

هي التكرارات المتوقعة:

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع كا² بعدد من درجات الحرية قدره إثتان.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كان:

$$\text{كا} > (1 - \alpha) \quad (30-62)$$

المقارنات المتعددة

في حالة رفض فرض العدم ، فإن الخطوة التالية في التحليل تكون في إيجاد الفئات التي تؤدي إلى الفروق المعنوية . ويمكن إجراء ذلك عن طريق ضغط الجدول الأصلي في جدول 2×2 وتطبيق اختبار مكنمار ، وقد سبق عرضه في القسم (30-3-1)

تطبيق (30-30):

تم عرض مائة مريض على إثتان من الأطباء بصورة مستقلة ، والجدول التالي يعرض نتائج تشخيص كل منهما والمطلوب اختبار فرض تساوي احتمالات التشخيص بمستوى معنوية 0,01 .

تشخيص المرض

	الطبيب (ب)			الطبيب (أ)
	فصام	اضطرابات	أخرى	
٤٠	٣٥	٥	٠	فصام
٤٠	١٥	٢٠	٥	اضطرابات نفسية
٢٠	١٠	٥	٥	أخرى
١٠٠	٦٠	٣٠	١٠	

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة ك رل (٦١ - ٣٠)

نحسب الفروق در (٥٩ - ٣٠)

$$١٠ = ٤٠ - ٣٠ = ١٠ \quad ٢٠ = ٦٠ - ٤٠ = ٢٠ \quad ١٠ = ٣٠ - ٢٠ = ١٠$$

نحسب الإحصاء (٦٠ - ٣٠)

$$\chi^2 = \frac{١٥ + ٥}{٢} = ١٠ \quad \chi^2 = ٣١ \quad \chi^2 = ٣٢ \quad ٥ = ٣٢$$

$$\chi^2 = \frac{١٠(١٠) + ٢٠(٢٠) + ١٠(١٠)}{(٥ \times ٥ + ٥ \times ١٠ + ٥ \times ١٠)} = ٢١$$

$$٩,٢١٠ = (٠,٩٩) \quad \text{كا}$$

نرفض تساوي احتمالات التشخيص

لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١.

تطبيق (٣٠-٣١):

في دراسة الحراك الاجتماعي الموضحة في التطبيق (٣٠-٢٩) .
المطلوب بمستوى معنوية ١ % اختبار فرض تساوي الاحتمالات الهامشية ،
أي احتمال الطبقة متساو في الفترتين.

الحل:

نحسب التكرارات المتوقعة (٣٠ - ٦١)

$$٢١ = ٢٠ ، ٣١ = ١٥,٥ ، ٣٢ = ١٢$$

نحسب الفروق در (٣٠ - ٥٩)

$$١٢ = ٤٩ ، ٢٠ = ٦٠ ، ٣٣ = ٤٣$$

نحسب الإحصاء (٣٠ - ٦٠)

$$\chi^2 = \frac{٢٠(٤٣-٣٣) + ١٢(٦٠-٢٠) + ١٥,٥(٣٢-١٢)}{٧٢٦} = ٩,٢١٠$$

$$\chi^2 = ٩,٢١٠ = (٠,٩٩)$$

نرفض فرض تساوي الاحتمالات الهامشية لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي
أقل من ٠,٠٠١ .

٣-٥-٣٠ اختبار كوكران

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٥٠ ويعتبر إمتداداً (من ناحية تعدد
المتغيرات) multivariable لإختبار مكنمار - ويستخدم لإختبار ما إذا كانت
عدة مجموعات - مرتبطة أو متناظرة (matched ثلاث فأكثر) من

التكرارات أو النسب - تختلف معنوياً مع بعضها . والتناظر قد يكون أساسه خواص معينة للوحدات المختلفة أو على أساس إستخدام نفس الوحدات تحت ظروف أو معاملات مختلفة . ومن الأمثلة على ذلك:

١- تقييم فعالية عدة أنواع من العلاج (معاملات) - عن طريق تجربة كل منها على المريض.

٢- إختبار ما إذا كانت أسئلة أو بنود إختبار (المجموعات أو المعاملات) مختلفة من ناحية الصعوبة.

٣- قد يكون لدينا بند واحد ونود مقارنة إستجابات عدة أشخاص تحت عدة ظروف ، مثلاً بصدد الإنتهايات نقوم بسؤال كل شخص في الشريحة Panel المختارة من المنتخبين أيهما يفضل من الإثنان المرشحين - وذلك في عدة أوقات مختلفة : قبل الحملة الإنتخابية ، أثناء الحملة الإنتخابية ، قبل التصويت مباشرة ، بعد إعلان النتيجة . ويحدد إختبار كوكران ما إذا كانت هذه الظروف المختلفة لها تأثير على الإختيار.

وفيما يلي نعرض البيانات الخاصة بالحالة محل البحث والرموز المتعلقة بها وإجراءات الإختبار.

	المعاملات				الوحدات
	د	ل	٢٠	١	
س ١	س ١ د	س ١ ل	س ٢١	س ١١	١
					٢
س ٢	س ٢ د	س ٢ ل		س ١ ر	ر
س ٣	س ٣ د			س ١ م	م
س ٤	س ٤ د	س ٤ ل		س ١٠	مجموع
ق	ق د	ق ل		ق ١	النسبة

فرض العدم:

ف٠ : احتمال النجاح واحد من كل المعاملات أو المعاملات تأثيرها متماثل .
إحصاء الاختبار

$$ص = (١ - ك) \times \frac{ك \text{ محسب } ٢ - ١٠٠ \text{ س } ٢}{ك \text{ س } ١٠٠ - ١٠٠ \text{ س } ٢}$$

توزيع المعاينة:

ص يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ك - ١ .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـ نرفض فرض العدم إذا كان

$$ص < كا^2_{١-ك} \quad (١ - م)$$

تطبيق (٣٠-٣٢):

في مقارنة لثلاثة أنواع من العلاج تم تطبيقها على مجموعة من المرضى ، حيث يتقاضى كل مريض كل الأنواع ولكن في فترات مختلفة مناسبة بحيث لا يكون للترتيب أي أثر . والجدول التالي يعرض النتائج في صورة القيم ١ ، صفر لحالة ما إذا كان العلاج فعال أم غير فعال . والمطلوب اختبار فرض تساوي فعالية الأنواع الثلاثة بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

المرضى	العلاج أ	العلاج ب	العلاج ج	س ر	س ٢ ر
١	١	٠	١	٢	٤
٢	١	١	٠	٢	٤
٣	١	١	٠	٢	٤
٤	١	١	١	٣	٩
٥	١	٠	١	٢	٤
٦	٠	٠	٠	٠	٠
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	١	١	١	٣	٩
٩	٠	١	٠	١	١
١٠	١	١	٠	٢	٤
١١	١	٠	١	٢	٤
١٢	١	١	١	٣	٩
س.ل	١٠	٧	٧	٢٤	٦٥
س.٢	١٠٠	٤٩	٤٩	١٩٨	
ل.					

$$ص = \frac{3(198) - 224}{3(24) - 56} \times (1-3) = 2,25$$

$$كا^2 = (0,95) = 0,991$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن أنواع العلاج الثلاثة على نفس الدرجة من الفعالية.

تطبيق (٣٠-٣٣):

لتحديد أفضل طريقة لعرض الدروس قام أحد المدرسين بعرض الثلاث طرق المتاحة على عينة من الطلبة . وقد تم جمع البيانات عن كل طريقة [فهم (١) ، لم يفهم (٠)] والبيان التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار ما إذا كان هناك فرق بين الطرق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الطالب	الطريقة			س.ر.٠	س.ر.٠
	أ	ب	ج		
١	٠	٠	٠	٠	٠
٢	١	٠	١	٢	٤
٣	١	٠	١	٢	٤
٤	١	٠	١	٢	٤
٥	١	٠	٠	١	١
٦	١	١	١	٣	٩
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	٠	٠	١	١	١
٩	٠	٠	٠	٠	٠
١٠	١	١	١	٣	٩
١١	١	١	١	٣	٩
١٢	١	٠	١	٢	٤
١٣	١	٠	١	٢	٤
١٤	١	٠	٠	١	١
١٥	١	٠	١	٢	٤
١٦	٠	٠	١	١	١
١٧	٠	٠	٠	٠	٠
١٨	١	٠	١	٢	٤
س.ل	١٣	٣	١٣	٢٩	٦٣
س.٢ ل.	١٦٩	٩	١٦٩	٣٤٧	

$$ص = \frac{٨٤١ - (٣٤٧) ٣}{٦٣ - (٢٩) ٣} \times (١-٣) = ١٦,٦٦٧$$

$$٩,٢١٠ = (٠,٩٩) ٢ كا$$

نرفض فرض العدم ، ونقبل وجود إختلاف بين الطرق.

ملحوظة : مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

الفصل ٣١

الاستقراء عن التشتت

Dispersion

٣١-١ الاستقراء عن التباين

٣١-١-١ اختبار الفرض حول تباين المجتمع

٣١-١-٢ تقدير تباين المجتمع

٣١-٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٣١-٢-١ اختبار - ف F

٣١-٢-٢ اختبار مود Mood

٣١-٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة

٣١-٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

٣١-٤-١ اختبار هارتلي Hartley

٣١-٤-٢ اختبار كوكران (C) Cochran's

٣١-٤-٣ اختبار بارتلت Bartlett

الفصل الواحد والثلاثون

الاستقراء حول التشتت

التشتت يعد الخواص الهامة التي تكون دائماً محل إهتمام الباحث ، وعلى سبيل المثال فإن مشكلة التدريس لفصل متجانس في القدرات تختلف عنه في فصل آخر به خلاقات كبيرة من الطلاب ، حتى ولو كان الفصلان متساويان في متوسط هذه القدرات.

كما أن هناك العديد من الأساليب الإحصائية لا يجوز تطبيقها إلا بعد توافر شروط معينة عن التباين أو التباينات في المجتمع محل الدراسة . ويتطلب الأمر إختبار مدى توفر هذه الشروط قبل تطبيق مثل هذه الأساليب ، مثال ذلك إختبار ت ، وإختبارات تحليل التباين.

ونعرض في الفصول القادمة مجموعة من أساليب الاستقراء الهامة تحت التقسيمات التالية:

-الاستقراء حول تباين المجتمع.

-مقارنة التشتت في مجتمعين.

-مقارنة التشتت في عدة مجتمعات.

٣١-١ الإستقراء عن التباين

٣١-١-١ اختبار الفرض حول تباين المجتمع

توجد حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام نحو اختبار قيمة معينة لتباين المجتمع ، كحالات مراقبة جودة الإنتاج حيث يكون الإهتمام بأن تكون المنتجات متجانسة من ناحية المواصفات [طول - عرض - قطر - وزن -] ولا يسمح فيها بأن يزيد التباين عن قيمة معينة.

فرض العدم:

$$\sigma^2 = \sigma_0^2$$

وهذا يكافئ تماماً استخدام الصيغة $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ أو $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.

الفرض البديل

وهو يأخذ أحد الصور التالية :

$$\text{أ - ف ١ : } \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$\text{ب - ف ١ : } \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$\text{ج - ف ١ : } \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

إحصاء الاختبار:

$$\chi^2(1-n)$$

$$\text{ص} = \frac{\chi^2(1-n)}{\sigma_0^2} \quad (1-31)$$

حيث ن حجم العينة ، χ^2 تقدير العينة لتباين المجتمع (٢٨-٦).

توزيع المعاينة

بافتراض أن المعاينة عشوائية وأن توزيع المجتمع طبيعي فإن الإحصاء (٣١-١) يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ن - ١ حيث ن حجم العينة.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وهي تختلف حسب الفرض البديل كما يلي:

أ - ص < كا ^٢	(١ - م)	ن - ١	(٢ - ٣١)
ب - ص > كا ^٢	(م)		(٣ - ٣١)
ج - ص < كا ^٢	(١ - م / ٢)		(٤ - ٣١)
أو ص > كا ^٢	(م / ٢)		(٥ - ٣١)

تطبيق (٣١ - ١):

ماكينة تنتج إحدى قطع الغيار بقطر قدره ٢/١ بوصة ويتبع التوزيع الطبيعي تباينه ٠,٠٠٠٤٢. يوجد إدعاء من أحد المنتجين بتقديم ماكينات جديدة تنتج بنفس المواصفات ولكن تشتت أقل . وقد تقرر شراؤها في حالة التحقق من صحة الفرض بمستوى معنوية ٥ % بأن التباين أقل . تم إنتاج عينة حجمها ٢٥ وحدة باستخدام الماكينات الجديدة وقد وجد أن تباين العينة قدره ٠,٠٠٠٢٨. فما هو القرار بشأن شراء الآلات.

الحل:

$$٠.٠٠٠٠٤٢ = {}^2\sigma : \text{ف.}$$

$$٠.٠٠٠٠٤٢ = {}^2\sigma : \text{ف. ١}$$

بإستخدام الصيغة (١-٣٠)

$$\text{ص} = \frac{(١-٢٥) (٠.٠٠٠٢٨)}{٠.٠٠٠٠٤٢} = ١٦$$

$$١٣,٨٤٨ = (٠.٠٥) {}^2\text{كا}$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وبالتالي فإن القرار هو عدم شراء الماكينات الجديدة.

٢-١-٣١ تقدير تباين المجتمع

كما سبق عرضه ، فإن الإحصاء (١-٣٠) بشروط عينة يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ن - ١ . وعلى ذلك فإنه يمكن تقدير تباين المجتمع (أو إنحرافه المعياري) بمستوى ثقة ١ - م باستخدام الصيغة:

$$\text{ح [كا}^2 \text{ (١-م/٢) < } \frac{٢(١-ن)}{{}^2\sigma} \text{ < كا}^2 \text{ (م/٢)]} = ١-م$$

(٦-٣١) ١-ن ٢٥

ومن ذلك يمكن الحصول على الصيغة التالية:

$$ح \quad \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} < 2\sigma < \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} \\ \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} < 2\sigma < \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} \\ \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} < 2\sigma < \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}}$$

وبأخذ الجذر التربيعي في الصيغة أعلاه ، نحصل على تقدير للانحراف المعياري بفترة ثقة ١-٢ كما يلي:

$$ح \quad \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} < 2\sigma < \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}}$$

$$(1-\alpha) \cdot 2\sigma = \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}} \\ (1-\alpha) \cdot 2\sigma = \frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{\sqrt{\frac{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}{(1-\alpha) \cdot 2\sigma}}}$$

تطبيق (٢-٣١)

سحبت عينة عشوائية حجمها ٢٥ وكان أفضل تقدير للتباين هو ٧٥ .
أوجد ٩٥ % فترة ثقة لتقدير كل من تباين المجتمع وإنحرافه المعياري.
الحل:

حدي الثقة : من الصيغة (٧-٣٠)

$$\frac{24}{(75)} \leq \sigma \leq \frac{24}{(75)}$$

$$\frac{24}{(0.975)} \leq \sigma \leq \frac{24}{(0.025)}$$

$$\frac{1800}{39.36} \leq \sigma \leq \frac{1800}{12.40}$$

$$45.7 \leq 2\sigma \leq 145.2$$

حدي الثقة للانحراف المعياري (٨-٣٠)

$$6.76 \leq 2\sigma \leq 12.05$$

٣١-٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٣١-٢-١ اختبار - ف F

توجد حالات بحثية يشترط أسلوب حلها ضرورة تساوي تبايني المجتمع محل الدراسة ، كما في حالة اختبار ت - فيشر (٢٨-٣-٢) .
وهذا القسم يعرض إجراءات اختبار ف ويسمى أحياناً نسبة التباين - والغرض منه اختبار تساوي تباينين σ^2_1 ، σ^2_2 من مجتمعين ١ ، ٢ يتبعان التوزيع الطبيعي، وذلك من عينتين مستقلتين حجمهما ن ١ ، ن ٢ على الترتيب.

فرض العدم:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$\text{أو } [1 = \sigma_1^2 / \sigma_2^2]$$

وهذا يكافئ إستخدام الصيغة $\sigma_2^2 \geq \sigma_1^2$ أو $\sigma_2^2 \leq \sigma_1^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.

الفرض البديل

$$\text{أ - } \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

$$\text{أو } [\sigma_1^2 < \sigma_2^2]$$

$$\text{ب - } \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$\text{أو } [\sigma_1^2 > \sigma_2^2]$$

$$\text{ج - } \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\text{أو } [\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2]$$

إحصاء الاختبار

F

$\frac{1}{2}$

$$F = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$

(٩-٣١)

حيث $F_{\alpha, 2, 2}$ هو تقدير العينة لتباين المجتمع σ^2 (σ^2) ويحسب بالصيغة (٣-٦).

توزيع المعاينة

الإحصاء (٩-٣١) أعلاه يتبع توزيع * ف بدرجات حرية $n_1 - 1$ ، $n_2 - 1$.
والجداول الإحصائية المرفقة (جدول ٤) يعرض بعض القيم الحرجة.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة t في منطقة الرفض
وهي تختلف حسب الفرض البديل:

- أ - $t < -t_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$ (١-٣١)
ب - $t > t_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$ (١١-٣١)
ج - $t < -t_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$ (١٢-٣١)
أو $t > t_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$ (١٣-٣١)

ملاحظات : بعض القيم الغير موجودة بالجداول الإحصائية ، يمكن الحصول عليها من العلاقة.

$$t_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} = 1 / t_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1} \quad (١٤-٣١)$$

تطبيق (٣-٣١):

مجموعتان من الطلبة يدرسون مادة الإحصاء بطريقتين مختلفتين ، غير
أن الاختبار واحد . سحبت عينة حجمها ٦١ من المجتمع الأول ، ١٢١ من
المجتمع الثاني فوجد أن تباين درجات الاختبار في العينة ١٠٠ ، ٢٢٥ ،
على الترتيب والمطلوب اختبار فرض تساوي التشتت بين الطلبة مع الطريقتين،
وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

$$ف. \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$ف. \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$100$$

$$ص = \frac{0,444}{225} = 0,00197$$

من الجداول الإحصائية جدول ٤ نجد أن:

$$ف. 60,120 = (0,975) 1,53$$

$$ف. 60,120 = (0,025) 1,53 / 1 = (0,975) 120,60$$

من الصيغة (٣١-١٤)

$$= 1,58 / 1 = 0,633$$

منطقة الرفض : ص < 1,53 أو ص > 0,633

وحيث أن ص تقع في منطقة الرفض - نرفض فرض تساوي التشتت في الطريقتين.

تطبيق (٣١-٤):

في دراسة لمقارنة كفاءة نوعين من طرق التخدير على أساس الوقت اللازم لتخدير المرضى ، تم تطبيق كل نوع على عينة عشوائية حجمها ١٣ مريضاً وكان تباين النسبة الأولى ٦٤ والثانية ١٦ والمطلوب اختبار فرض أن التشتت بالعينة الأولى أكبر من الثانية بمستوى معنوية ٥ %

الحل:

$$ف. \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$ف. \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

$$z = \frac{64}{16} = \frac{2}{2} = 1$$

$$F_{0.95}(12, 12) = 2.69$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل.

٣١-٢-٢ اختبار Mood

قدمه Mood عام ١٩٥٤ لإختبار تساوي التشتت في مجتمعين.

الإفراضات

- 1 - عينتان عشوائيتان س ١ ، س ٢ ، سن ، ص ١ ، ص ٢ ، صن ، من المجتمعان ١ ، ٢ على التوالي ، ن ١ > ن ٢.
- 2 - العينتان مستقلتان.
- 3 - توزيعا المجتمعان مستمراً.
- 4 - مستوى القياس ترتيبى.
- 5 - المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي التشتت).

فرض العدم:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

والمقصود بالرمز هنا إعتباره مقياس عام للتشتت وليس الإنحراف المعياري فقط.

وهذا الفرض يرادف استخدام الصيغة $\sigma^2 \geq \sigma^2$ أو $\sigma^2 \leq \sigma^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.
الفرض البديل : واحد مما يلي:

أ - ف-١ : $\sigma^2 < \sigma^2$

ب - ف-١ : $\sigma^2 > \sigma^2$

ج - ف-١ : $\sigma^2 \neq \sigma^2$

إحصاء الاختبار

$$\text{ص} = \frac{\text{م} - \text{رل}}{\frac{1 + 5}{2}} = \frac{\text{م} - \text{رل}}{3} \quad \text{ن} = 10 \quad \text{ل} = 1 \quad (31-15)$$

حيث رل هي رتبة المشاهدة رقم ل في قيم س (العينة الصغيرة) وذلك في مجموعة الرتب المشتركة لكلا المتغيران ، $n = n_1 + n_2$.
وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء. وإذا كانت حجوم العينات كبيرة ($n \geq 20$) يمكن استخدام التوزيع الطبيعي وذلك للإحصاء:

$$\text{ط} = \frac{\text{ص} - \text{ص}^-}{\text{صص}} \quad (31-16)$$

حيث:

$$\text{ص} = \frac{n_1 (n_2 - 1)}{12} \quad (31-17)$$

$$\text{ص}^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 1)}{(n_2 - 1)^2} \quad (31-18)$$

القيم المكررة:

عندما يكون n صغيرة ، فإن التكرارات تؤثر على قيمة s ولكن إذا كانت
الحجوم n كبيرة مع وجود عدد قليل من التكرارات فإنه يمكن حذف القيم
المكررة.

تطبيق (٣١-٥)

في دراسة للمرضى بإحدى المستشفيات تم تسجيل البيانات التالية وهي
من عينتان من الرجال والنساء المرضى بمرض معين والبيانات تمثل فترة
العلاج بالمستشفى والمطلوب اختبار فرض تساوي التشتت في فترة العلاج
بمستوى معنوية ١ %

نساء	٣٠	١٣	١٤	٢٢	٢٤	٧	١٩	٥	٢٠	٩	
رجال	٢٥	١١	٦	٨	١٢	٢٨	١٠	١٧	٢٣	١٦	٢٧

الحل:

نرتب فترة العلاج لكل المرضى ترتيباً تصاعدياً ونعطي لكل منها رتبة ١ ، ٢ ،
٣ ، وفيما يلي الرتب لكل مجموعة.

نساء	١	١٠	١١	١٦	١٨	٤	١٤	٢	١٥	٦	
رجال	١٩	٨	٣	٥	٩	٢١	٧	١٣	١٧	١٢	٢٠

$$s = \frac{1}{n} \left[(1-1)^2 + (1-10)^2 + \dots + (1-19)^2 \right] = 3.55 \quad (31-15)$$

$$s = \frac{1}{n} \left[(1-21)^2 + (1-21)^2 + \dots + (1-21)^2 \right] = 366.667 \quad (31-17)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left[(1-1)^2 + (1-10)^2 + \dots + (1-19)^2 \right] = 5875.222 = 180 / (4-21) \quad (31-18)$$

$$ص = ٥٨٧٥,٢٢٢ = ٧٦,٦٥٠$$

$$ط = \frac{٣٦٦,٦٧ - ٣٥٥}{٧٦,٦٥٠} = -٠,١٥٢ = (١٦ - ٣١)$$

منطقة الرفض $١,٩٦ > ط > -١,٩٦$

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، والذي يقضي بتساوي تشتت فترة العلاج بين النساء والرجال.

٣١-٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات

مرتبطة

توجد حالات بحثية تكون فيها البيانات محل المقارنة مرتبطة ، ومن الأمثلة على ذلك حالة المجموعات المتناظرة matched وحالة استخدام العينة الواحدة والحصول منها على قيمتين في مناسبتين مختلفتين ، وكما سبق تفصيله في القسم (٢٨-٢-١).

في هذه الحالة يكون هناك ارتباط بين التباينين ، وبالتالي لا نستطيع تطبيق اختبار - ف ، وفيما يلي إجراءات الاختبار المناسب لهذه الحالة ، وهي تشابه الحالة المعروضة في اختبار ف بالإضافة إلى كون البيانات مرتبطة ، وأن حجم العينة (ن) في المجموعتين.

الفروض:

كما هي في اختبار ف.

إحصاء الاختبار:

$$ص = \frac{\sqrt{24} - 24}{\sqrt{24} - 24} = \frac{24 - 24}{24 - 24} = \frac{0}{0} = 0$$

حيث:

ر معامل ارتباط بدون بين المتغيرين ، وحسب بالصيغة (٦-١) ، 24 ، 24 ، تقدير التباين في المجتمعان.

والصيغة أعلاه ترادف تماماً الصيغة السهلة التالية:

$$ص = \frac{(مج س ١ - مج س ٢) \sqrt{24} - 24}{\sqrt{24} - 24} = \frac{(مج س ١ - مج س ٢) \sqrt{24} - 24}{\sqrt{24} - 24} = \frac{0}{0} = 0$$

حيث تمثل س إنحرافات القيم من متوسطها الحسابي.

توزيع المعاينة

الإحصاء (٣١ - ١٩) يتبع التوزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ .

تطبيق (٦-٣١):

في دراسة تحليلية لنتائج الاختبارات تم سحب عينة من ١٣ طالب وتم تسجيل معدلهم التراكمي مقارناً بمعدلهم في العام السابق . وتم إعداد المؤشرات التالية:

العام الأول	العام الثاني	
٥١	٤٢	المتوسط
١٦٥	٣٦	التباين
	٠,٤٧	معامل الارتباط

والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلاب في العامين بمستوى معنوية ١٪
الحل:

$$ص = \frac{\sqrt{2-13} \sqrt{(36-165)}}{\sqrt{2} \sqrt{165} \sqrt{36} \sqrt{1-0,47}} = 3,145$$

$$ت ١١ (٠,٩٩٥) = 3,106$$

نرفض فرض تساوي التشتت بين الطلبة في العامين.
ملحوظة : إن تطبيق إختبار ف على هذه الحالة يعطي نتيجة مخالفة للنتيجة أعلاه ، وبالتالي لا يعتبر صحيحاً حيث أنه يفترض أن الدرجات مستقلة في العامين ، وكما يتضح مما يلي:

$$ص = \frac{\frac{165}{36}}{\frac{16}{9}} = 4,58 = \frac{165}{36} - 9$$

$$ف ١٢ (٠,٩٩٥) = 4,91$$

وبالتالي نقبل فرض تساوي التشتت.

٣١-٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

في هذا الفصل نقدم عدد من الإختبارات الخاصة بمقارنة التشتت (التباين) في عدة مجتمعات . وهذه الإختبارات يطلق عليها إختبارات تجانس التباينات Homogeneity أو إختبارات عدم التجانس . Heterogeneity والفرض المطلوب إختباره هو:

$$\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \dots = \sigma^2_m = \sigma^2$$

ويوجد عدد كبير من الإختبارات تستخدم لهذا الغرض منها ما يلي :

1- إختبار هارتلي. 1950 Hartley

2- إختبار كوكران. 1941 Cochran

3- إختبار بارنلت. 1937 Bartlett

4- إختبار بوكس. 1953 Box

5- إختبار ليفين. 1960 Levene

6- إختبار Jackknife 1958

ونعرض فيما يلي الإختبارات الثلاث الأولى ، وهي شائعة الإستخدام ، غير أنها حساسة إزاء شرط التوزيع الطبيعي وفي حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي يفضل إستخدام الإختبارات الأخرى.

٣١-٤-١ إختبار هارتلي

قدمه هارتلي Hartley عام ١٩٥٠ ويسمى أيضاً إختبار فالكيري. Fmax

إحصاء الاختبار:

$$ص = \frac{ع_2^2}{ع_1^2} \quad (21-31)$$

حيث:

ع₁ أكبر تباين في المجموعات

ع₂ أقل تباين في المجموعات

توزيع المعاينة

الإحصاء عالية لا يتبع توزيع ف العادي ، بل يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء هارتللي أو توزيع ف الكبرى (ف_أ) بدرجات حرية م ، ن حيث م عدد المجموعات ، ن عدد المشاهدات بكل مجموعة.

وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع ، وكنموذج لها (جدول - ٢٠) بالجدول الإحصائية المرفقة:

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية م نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

$$ص < ف_{\alpha}(م، ن)$$

تطبيق (٧-٣١):

في دراسة مقارنة لثلاث أنواع من التغذية لتسمين الأغنام تم تخصيص ٩ من الأغنام لكل منها عشوائياً وسجلت الزيادة في الوزن . والمطلوب اختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ١ % إذا علم أن تباين العينات المختلفة كان كما يلي ٥ ، ٨ ، ١٠.

الحل:

$$ص = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

وفي جدول (٢٠) ومراعاة م = ٣ ، ن = ٩ ، م = ٠,٠١ .

نجد أن فأ (٣,٩)(٠,٠١) = ٨,٥

أي لا يوجد دليل على وجود إختلاف في التباين بين أنواع التغذية.

٣١-٤-٢ إختبار كوكران Cochran's (C)

يسمى Cochran's Test تمييزا له عن إختبار كوكران لمقارنة النسب المرتبطة (القسم ٣٠-٥-٣)

وقد قدمه كوكران Cochran عام ١٩٤١ ، وهو معد لمعالجة الحالات التي يكون فيها أحد التباينات أكبر بكثير من التباينات الأخرى إذ أن هذه الحالة يكون لها تأثير سلبي على صلاحية تحليل التباين.

إحصاء الإختبار:

$$ص = \frac{ع_٢}{مج ع_٢} (٢٢-٣١)$$

حيث ع_ هو أكبر تباين في المجموعات

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص بعاليه يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء كوكران (كم،ن) -
ولهذا التوزيع جداول لتسهيل الحصول على القيم الحرجة ، انظر جدول - ٢١
بالجداول الإحصائية المرفقة ، وهي تعرض المئينات ٩٥ ، ٩٩ ، ولحالة
تساوي درجات الحرية (د) للتباينات في كل المجموعات.

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية مـ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

$$ص < كم،د(١-م)$$

تطبيق (٣١-٨)

استخدم إختبار كوكران لإجابة المطلوب في التطبيق (٣١ - ٧).

الحل:

$$ص = \frac{١٠}{١٠+٨+٥} = ٠,٤٣٥$$

$$٠,٦٣٣٣ = (٠,٩٩)٣,٨ ك،٨$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات في المجموعات الثلاث.

٣١-٤-٣ إختبار بارتلت Bartlett

قدمه بارتلت Bartlett عام ١٩٣٧ ، ويطلق عليه أيضاً إختبار كا ٢ - لتجانس
التباينات.

إحصاء الإختبار

$$(٣١-٢٣)$$

ص = ص / ت

حيث:

ص الإحصاء المصحح Corrected Statistic

ص الإحصاء غير المصحح

$$\text{ص} = ٢,٣٠٢٦ (\text{لو ع}^2 - \text{مجد د لو ع}^2) \quad (٢٤-٣١)$$

$$\text{ع}^2 = \text{مجد د ع}^2 / \text{مجد د}$$

$$(٢٥-٣١)$$

لو تعني اللوغاريتم للأساس ١٠

$$\text{ت} = ١ + (\text{مجد د} / ١ - \text{مجد د}) / ٣ (\text{م} - ١) \quad (٢٦-٣١)$$

والمقدار (ت) هو معامل التصحيح ويقترّب من الواحد الصحيح ويمكن تجاهله إلا في الحالات التالية:

١ - عندما تقع قيمة الإحصاء غير المصحح أعلى بقليل من القيمة الحرجة.

٢ - عندما يراد الحصول على تقدير دقيق عن مستوى المعنوية الحقيقي.

وفي حالة تساوي حجوم العينات في المجموعات تصبح المقادير ص ، ع ، ت كما يلي:

$$\text{ص} = ٢,٣٠٢٦ \text{ د} (\text{م لو ع}^2 - \text{مجد لو ع}^2) \quad (٢٧-٣١)$$

$$\text{ع}^2 = \text{مجد ع}^2 / \text{م} \quad (٢٨-٣١)$$

$$\text{ت} = ١ + (\text{م} + ١) / ٣ \text{ دم} \quad (٢٩-٣١)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء ص أعلاه يتبع توزيع كاي^٢ بدرجات حرية م - ١.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية م نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

تطبيق (٩-٣١):

في أحد البحوث الزراعية تم إجراء تجربة لإنتاج الأرز تحت ثلاث معاملات مختلفة لدرجة الحرارة وكان حجم العينة المستخدم في كل معاملة ٢٠ وقد تم قياس الناتج ويتمثل في إرتفاع النبات بالسنتيمتر . والمطلوب إختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ٥ % علماً بأن التباين المحسوب من العينات كان على التوالي ١١,٥ ، ١٧,٧ ، ١٠,١ .

الحل:

درجات الحرية د = ٢٠ - ١ متساوية في كل المجموعات ، لذا نستخدم الصيغ

$$(٢٧-٣١) \text{ إلى } (٢٩-٣١)$$

$$\bar{C} = 2 = 3 / (10,1 + 17,7 + 11,5) = 13,1$$

$$\text{ص} = 2,3026(19) - 3(13,1) - (11,5 + 17,7 + 10,1) = 2,3026(19) - 3(13,1) - (38,3) = 2,3026(19) - 39,9 = 4,50094$$

وبالرجوع لجدول ٥ - بالجدول الإحصائية المرفقة نجد أن $\chi^2_{(0,95)} = 3,84$ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم (التباينات متساوية).

تطبيق (١٠-٣١):

في تجربة لمقارنة أربعة طرق لتدريب العمال ، تم الحصول على البيانات التالية وهي تمثل إنتاج العمال في كل عينة . والمطلوب إختبار فرض تجانس التباينات في المجموعات بمستوى معنوية ٥ %

المجموعة (١)	٦٠	٦٩	٧٨	٥٢	٦٣	٤٥	٥٠	٣٥
المجموعة (٢)	٤٦	٤٢	٣٣	٤٧	٥٠			
المجموعة (٣)	٣٩	٤٢	٥١	٥٧	٧٥			
المجموعة (٤)	٤٩	٤٨	٦٧	٧٥	٥٣	٣٣		

الحل:

المجموعة	د	ع	د ع	لو ع	د لو ع	د/١
١	٧	١٩٠,٠	١٣٣٠,٠٠	٢,٢٧٨٧٥	١٥,٩٥١٢٥	٠,١٤٢٨
٢	٤	٤٣,٣	١٧٣,٢	١,٦٣٦٤٩	٦,٥٤٥٩٦	٠,٢٥٠
٣	٤	٢٠٥,٢	٨٢٠,٨	٢,٣١٢١٨	٩,٢٤٨٧٢	٠,٢٥
٤	٥	٢٢٢,٦	١١١٣,٠	٢,٣٤٧٥٣	١١,٧٣٧٦٥	٠,٢
	٢٠		٣٤٣٧		٤٣,٤٨٣٥٨	٠,٨٤٢٨

$$ع-٢ = ٣٤٣٧ / ٢٠ = ١٧١,٨٥$$

$$ص = ٢,٣٠٢٦ (لو ١٧١,٨٥ مج د - ٤٣,٤٨٣٥٨)$$

$$= ٢,٣٠٢٦ (٢,٢٣٥١٥ - (٢٠) (٤٣,٤٨٣٥٨ - (٢٠) = ٢,٨٠٨$$

$$من جدول ٥ نجد أن : كا٣ = (٠,٩٥) = ٧,٨١٥$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات.

ملحوظة : بهذه النتائج لا يوجد مبرر لإستخدام معامل التصحيح (٥-٢٦) غير

أننا سنجري التصحيح لإستكمال خطوات الحساب في الحالات التي تتطلب ذلك.

$$ت = ١ + (٠,٨٤٢٨ - ١ / ٢٠) / ٣ (١ - ٤) = ١,٠٨٨$$

$$ص = ٢,٥٨١ = ١,٠٨٨ / ٢,٨٠٨$$

الفصل ٣٣

الاستقراء عن الارتباط

Correlation

- ٣٣-١ الاستقراء حول معامل ارتباط وجيد
- ٣٣-١-١ الارتباط بين متغيران كميان (معامل بيرسون)
- ٣٣-١-١-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط
- اختبار بيرسون
- اختبار - ت
- ٣٣-١-١-٢ اختبار فرض قيمة معينة $r = 0$
- ٣٣-١-١-٣ تقدير معامل ارتباط بيرسون
- ٣٣-١-٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل سبيرمان)
- ٣٣-١-٢-١ اختبار سبيرمان
- ٣٣-١-٢-٢ اختبار - ت
- ٣٣-١-٣ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما)
- ٣٣-١-٣-١ اختبار جاما
- ٣٣-١-٣-٢ تقدير معامل ارتباط جاما
- ٣٣-١-٤ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل كرامير)
- ٣٣-١-٤-١ اختبار كا^٢
- ٣٣-١-٤-٢ اختبار بيتز كا^٢

- ٣-٤-١-٣٢ اختبار فيشر
- ٥-١-٣٢ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)
- ٦-١-٣٢ الارتباط بين متغيران (ظروف متنوعة)
- ١-٦-١-٣٢ معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric
- ٢-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلسلتان Biserial
- ٣-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point biserial
- ٤-٦-١-٣٢ معامل ارتباط السلاسل المتعددة Multiserial
- ٥-٦-١-٣٢ نسبة الارتباط Correlation Ratio
- ٦-٦-١-٣٢ معامل ارتباط ثنائي Theta Coefficient θ
- ٢-٣٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)
- ١-٢-٣٢ الارتباط المتعدد Multiple Correlation
- ٢-٢-٣٢ معامل كندال للاتفاق Kendall's Concordance Coefficient
- ٣-٣٢ مقارنة معاملي ارتباط
- ١-٣-٣٢ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)
- ٢-٣-٣٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)
- ٤-٣٢ مقارنة عدة معاملات ارتباط

الفصل الثاني والثلاثون

الاستقراء عن الارتباط

Correlation

نعرض في هذا الباب مجموعة من أساليب الاستقراء حول معاملات

الارتباط وهي مقسمة تبعاً لما يلي:

- 1 - الهدف من الاستقراء : اختبار فرض أو تقدير.
- 2 - مستوى القياس للمتغيرات.
- 3 - عدد المعاملات محل الاستقراء.

٣٢-١ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيده

٣٢-١-١ الارتباط بين متغيران كميان

نعرض فيما يلي إجراءات اختبار الفرض حول معامل ارتباط المجتمع

(ر) ويلي ذلك إجراءات تقدير معامل الارتباط في المجتمع.

٣٢-١-١-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط

اختبار بيرسون

هذا الاختبار موجه لاختبار فرض الاستقلال أو عدم وجود ارتباط وهذا

الفرض يكون محل إهتمام الكثير من الباحثين خاصة في البحوث الاستكشافية

أو الإستطلاعية . ويعتبر هو الإختبار الأصلي Exact حيث يستخدم توزيع
معامل ارتباط بيرسون.

الإفتراضات:

- 1- عينة عشوائية من الأزواج (س ، ص).
 - 2- المتغيران (س ، ص) يتبعان التوزيع الطبيعي الثنائي bivariate normal .
- الفروض:

ف ٠ : $r = \text{صفر}$

ف ١ : (أ) $r < \text{صفر}$ أو

(ب) $r > \text{صفر}$ أو

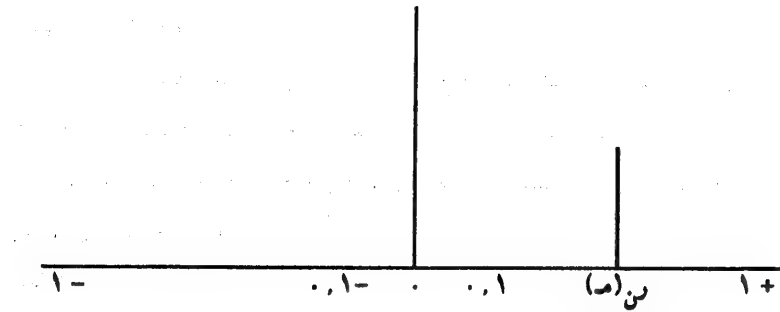
(ج) $r \neq \text{صفر}$

إحصاء الإختبار

ص = ر (١-٣٢)

وهو معامل ارتباط * بيرسون (ر) المحسوب من العينة كما هو موضح
بالصيغة (١-٣١) توزيع المعاينة:

الإحصاء (ر) له توزيع معاينة خاص يسمى توزيع معامل ارتباط بيرسون
وباعتبار الفرض بأنه معامل الارتباط في المجتمع ر = صفر يكون هذا التوزيع
متماثلاً ويبدو شكله كما يلي ، وذلك لحجم عينة معين (ن).



وهذا التوزيع له جداول خاصة (جدول - ١٥) بالجدول الإحصائية المرفقة -
وهو يعرض القيم الحرجة عند مستويات المعنوية (—) ، ٠.٢٥ ، ٠.٠٥ ، ٠.٠١ ، ٠.٠٠٥ .

قاعدة القرار:

باعتبار أن مستوى المعنوية (م) ، نرفض فرض العدم حسب القواعد التالية
وهي تختلف تبعاً للفرض البديل:

(أ) نرفض إذا كان : $r < r_{\alpha}(n)$

(ب) نرفض إذا كان : $r > r_{\alpha}(n)$

(ج) نرفض إذا كان : $|r| > r_{\alpha/2}(n)$

والصيغة الأخيرة تكافئ الرفض في حالة:

$r < r_{\alpha/2}(n)$

أو $r > r_{\alpha/2}(n)$

تطبيق (٣٢-١)

في دراسة للعلاقة بين الأجر والإنتاج قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من العمال حجمها ٣٠ ووجد أن معامل ارتباط بيرسون ٠,٣٢ والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود ارتباط بين المتغيرين في المجتمع وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل:

ف٠ : ر = صفر

ف١ : ر ≠ صفر

من جدول ١٥ نجد أن ر٣٠ (٠,٠٢٥) = ٠,٣٦١

وحيث أن ر = ٠,٣٢ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين المتغيرين.

تطبيق (٣٢-٢)

بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق السابق ، المطلوب إختبار فرض عدم وجود ارتباط - إذا كان الباحث يفترض وجود ارتباط طردي.

الحل:

ف٠ : ر = صفر ، ف١ : ر < صفر

الإختبار في هذه الحالة يعتبر في جانب واحد ، - بالرجوع لجدول - ١٥ نجد أن ر٣٠ (٠,٠٥) = ٠,٣٠٦

وحيث أن ر المحسوبة من العينة ٠,٣٢ لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود معامل ارتباط طردي بين الأجر والإنتاج.

إختبار ت:

يمكن أيضاً إختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بالإجراءات التالية:

إحصاء الإختبار:

$$\chi^2 = \frac{(n-1) \sum \frac{f_{ij}^2}{f_{i.} f_{.j}} - n}{n-1} \quad (3-32)$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 1$ وذلك بإفتراض

أن S ، V يتبعان التوزيع الطبيعي وأن $R = 0$ صفر.

قاعدة القرار:

نفس الإجراءات المستخدمة مع إختبار - ت والسابق عرضه في القسم (٢٨ - ٢-٢-١).

تطبيق (٣-٣٢):

المطلوب استخدام إختبار - ت - لإختبار الفرض الوارد بالتطبيق

(١-٣٢).

الحل:

$$\chi^2 = \frac{(n-1) \sum \frac{f_{ij}^2}{f_{i.} f_{.j}} - n}{n-1} \quad n = 30, \quad \chi^2 = 1,787$$
$$n = 28, \quad \chi^2 = 2,048 = (0,975)$$

لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين الأجر والإنتاج.

٣٢-١-١-٢ اختبار الفرض حول قيمة معامل الارتباط

في حالة رفض فرض العدم $r = 0$ صفر فإن الإهتمام يتجه نحو فرض قيمة معينة r_0 لمعامل الارتباط . وفي هذه الحالة فإن توزيع (r) لا يكون متماثلاً ويتم تحويله باستخدام تحويل فيشر . Fisher's transformation

الفروض:

$$F_0: r = r_0$$

$$F_1: r < r_0 \quad \text{أو}$$

$$r > r_0 \quad \text{أو}$$

$$r = r_0$$

إحصاء الاختبار

$$V = \frac{(1 - \frac{1}{n-1}) - \frac{1}{n-1}}{2} \quad (3-32)$$

$$\frac{2}{r-1} \quad \frac{2}{r} \quad \frac{2}{r-1}$$

حيث لو هو اللوغاريتم الطبيعي أساسه ٢,٧١٨٣ ، r ، r_0 هي معامل الارتباط المحسوب من العينة والمعامل المفترض على الترتيب ويمكن إختصار الصيغة أعلاه لتصبح.

$$V = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) \quad (3-32)$$

حيث لو ترمز للوغاريتم المعتاد أساسه ١٠.

توزيع المعاينة:

الإحصاء أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

قاعدة القرار:

نفس الإجراءات المستخدمة مع الاختبار الطبيعي والسابق عرضه في القسم (١-٢-١-٢٨).

تطبيق (٤-٣٢):

تدعي إحدى دور النشر بوجود ارتباط طردي قدره ٠,٦ على الأقل بين سعر الكتاب وعدد صفحاته . ولتأييد ذلك قامت بسحب عينة من ٢٨ كتاب ووجدت أن معامل الارتباط ٠,٧ . والمطلوب اختبار فرض دور النشر بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

$$٠,٦ = ر$$

$$٠,٦ < ر$$

$$ص = ١,١٥١٣ \sqrt{٣ - ٢٨} \text{ لو } ٠,٧+١ \text{ (} ٠,٦-١ \text{) } = ٠,٨٧١$$
$$٠,٦+١ \quad ٠,٧-١$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٩٥) = ١,٦٥

لا نستطيع رفض الفرض العدم.

٣٢-١-١-٣ تقدير معامل ارتباط بيرسون

يعتبر معامل ارتباط بيرسون المحسوب من العينة تقديراً بقيمة لمعامل الارتباط بالمجتمع . وللحصول على تقدير بفترة بدرجة ثقة ١-٠٠ نستخدم الصيغة التالية ، وهي تعطي حدي الثقة (ر٢ ، ر١) لمعامل الارتباط في المجتمع.

$$(ر١ ، ر٢) = ف^{-١} (ف(ر) \pm ط (١-٢/٢) / \sqrt{٣-٢}) \quad (٥-٣٢)$$

حيث : ف (س) هو مقدار تحويل فيشر للقيمة س ،
ف-١ هي الدالة العكسية للدالة ف ،

$$ف(س) = ١,١٥١٣ لو ١+س / ١-س \quad (٦-٣٢)$$

حيث لو هو اللوغاريتم المعتاد ، أساسه ١٠
وهذه القيم يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول - ١٤ (تحويل فيشر).

تطبيق (٥-٣٢)

عينة عشوائية حجمها ١٢ سحبت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ، وبحساب معامل الارتباط وجد أنه ٠,٦ والمطلوب تقدير معامل الارتباط في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ %.

الحل:

$$\text{نستخدم الصيغة (٥-٣٢)} \\ \text{حدي الثقة} = ف^{-١} (ف(٠,٦) \pm ط (١-٩٧٥) / \sqrt{١٢-٣})$$

$$= F^{-1} (0,6931 \text{ } 1,96 / 3)$$

$$= F^{-1} (0,6931 \text{ } 0,653)$$

$$= F^{-1} (0,346 \text{ } 0,040)$$

$$= (0,88 \text{ } 0,04)$$

تطبيق (٣٢-٦)

باستخدام البيانات الواردة بالتطبيق السابق ، المطلوب تقدير معامل الارتباط ف المجتمع بمستوى ثقة ٩٥ % إذا كان حجم العينة ٣٩.

الحل:

$$\text{حدي الثقة} = F^{-1} (0,6 \text{ } 1,96 / 3-39)$$

$$= F^{-1} (0,963 \text{ } 0,327)$$

$$= F^{-1} (0,020 \text{ } 0,366)$$

$$= (0,77 \text{ } 0,35)$$

٣٢-١-٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل سبيرمان):

٣٢-١-٢-١ اختبار سبيرمان:

قدمه سبيرمان عام ١٩٠٤ لإختبار فرض الإستقلال بين متغيرين.

الإفتراضات:

1 - عينة عشوائية حجمها ن من القيم لمتغير ثنائي (س ، ص).

2 - مستوى القياس ترتيبي.

الفروض:

نفس الفروض الواردة في إختبار بيرسون (١-١-١-٣٢).

إحصاء الإختبار

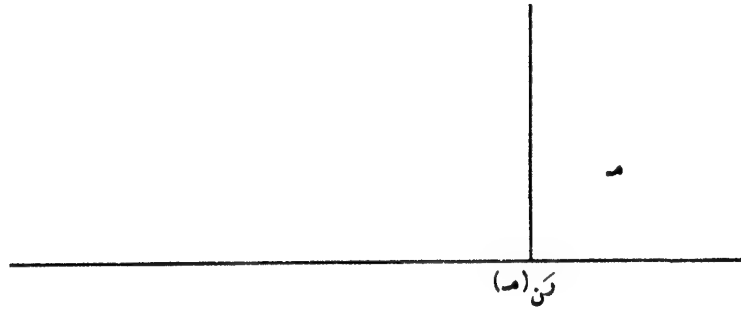
$$(٧-٣٢)$$

$$ص = ر /$$

وهو معامل إرتباط * سبيرمان المحسوب من العينة ، كما هو وارد في الصيغة (١-٣٢).

توزيع المعاينة:

الإحصاء (ر /) أعلاه يتبع توزيع خاص (جدول - ١٦) يسمى توزيع معامل إرتباط سبيرمان.



قاعدة القرار

نفس الإجراءات الموضحة في إختبار بيرسون ، بإستخدام ر بدلاً من ر.

القيود:

في حالة وجود قيود Ties أو قيم مكررة فإنه يلزم إستخدام معامل للتصحيح * ، ويمكن إهماله في حالة ما إذا كانت القيود قليلة.

إختبار ت:

يمكن إستخدام إختبار - ت السابق تقديمه في القسم (٣٢-١-١) لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وذلك بإستخدام ر بدلاً من ر ، وهذا الإختبار يعطي نتائج تقريبية ذلك لأن إفتراض التوزيع الطبيعي المطلوب في إختبار ت لا يتحقق بالنسبة للرتب ، وعلى أي حال فإن التقريب يكون كافياً إذا كان حجم العينة أكبر من ١٠.

تطبيق (٣٢-٧):

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة من عشرة أسر ، وبحساب معامل إرتباط سبيرمان بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة وجد أنه ٠,٨٣ ، والمطلوب إختبار فرض الباحث بوجود إرتباط طردي بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية ٥ %

الحل:

$$٠ : ر / = \text{صفر}$$

$$١ : ر / < \text{صفر}$$

$$\text{من جدول } - ١٦ \text{ نجد أن } ر / ١٠ = (٠.٥) = ٠,٥٥٢$$

وحيث أن ر المحسوبة ٠,٨٣ ، نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود إرتباط طردي بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة.

تطبيق (٣٢-٨):

المطلوب حل السؤال السابق بإستخدام إختبار - ت.

الحل:

بإستخدام الصيغة (٦-٢) مع وضع ر بدلاً من ر.

$$\text{ص} = ٠,٨٣ = \frac{٢-١٠}{\sqrt{٢(٠,٨٣)-١}}$$
$$٤,٢٠٩ =$$

من جدول - ٣ ، ت٨ (٠,٩٥) = ١,٨٦٠

وحيث أن قيمة ص أكبر من ١,٨٦٠ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل.

٣٢-١-٣٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما):

معامل جاما تم عرضه باختصار* في الباب الأول.

٣٢-١-٣-١ اختبار جاما:

يستخدم لإختبار الفرض بأن معامل الارتباط في المجتمع يساوي قيمة

معينة.

الإفتراضات:

1 - عينة عشوائية بسيطة.

2 - مستوى القياس ترتيبى.

الفروض:

ف٠ : جا = جا٠

ف١ : جا < جا٠ أو

جا > جا٠ أو

جا ≠ جا٠

إختبار الإختبار:

$$\text{ص} = (\text{جا} - \text{جا} \cdot ٠) \sqrt{\frac{\text{أ} + \text{خ}}{\text{ن} (\text{جا} - ١)}}$$

(٨-٣٢)

وهذه الصيغة قدمها العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٦٣.

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع تقريباً التوزيع الطبيعي المعياري ، ويكون التقريب كافياً إذا كان حجم العينة:

$$\text{ن} \leq ١٠$$

(٩-٣٢)

قاعدة القرار

تستخدم إجراءات مماثلة لما يتبع في الإختبار الطبيعي (راجع القسم ١-٢٨-١-٢).

تطبيق (٩-٣٢):

اختبر فرض وجود ارتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة، وذلك بمستوى معنوية ١ % باستخدام التوزيع التالي:

متوسط	منشئين	مرتفع	معدل الجريمة / مستوى العقوبة
٢	١٣	٤	شديد
٦	٩	١٠	متوسط
٤	٧	٣٠	خفيف

الحل:

ف ٠ : جا \leq صفر

ف ١ : جا $>$ صفر

أ = ٢٨٨ ، خ = ١٢١٦

$$\text{جا} = \frac{١٢١٦ - ٢٨٨}{١٢١٦ - ٢٨٨} = -٠,٦٢$$

$$\text{ص} = (-٠,٦٢ - ٠) \sqrt{\frac{١٢١٦ + ٢٨٨}{[٨٥ - ١] (-٠,٦٢)^2}} = ٣,٣٢٤$$

من جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠١) = - ط (٠,٩٩) = - ٢,٣٣ ، وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود ارتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة.

٣١-٣-٢ تقدير معامل ارتباط جاما

يمكن تقدير فترة ثقة لمعامل ارتباط جاما في المجتمع بدرجة ثقة ١-

م ، ويكون حدي الثقة (جا ١ ، جا ٢) كما يلي:

(جا ١ ، جا ٢) : جا ١ ل σ جا (١٠-٣٢)

$$\text{حيث } \sigma \text{ جا} = \sqrt{\frac{ن (١ - \text{جا}^٢)}{أ + خ}} \quad (١١-٣٢)$$

ل معامل الثبات ، نحصل عليه من التوزيع الطبيعي وهو يعتمد على درجة الثقة.

تطبيق (١٠-٣٢):

أوجد فترة ثقة ٩٥ % لمعامل ارتباط جاما باستخدام البيانات الواردة في

التطبيق (٩-٣٢).

الحل:

$$\sigma \text{ جا} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{12161288}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{12161288}}} = 0,186$$

حدي الثقة = $0,62 \pm 0,96(0,186)$

$$0,365 \pm 0,62 =$$

$$(-0,255 - 0,985) =$$

٣٢-١-٤ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل كرامير):

لإختبار معنوية معامل ارتباط كرامير يستخدم إختبار كا^٢.

وينطبق ذلك أيضاً علي الكثير من معاملات الارتباط التي تستخدم لنفس الفرض

مثل معامل التوافق لبيرسون Contingency Coefficient ومعامل فاي Phi

ومعامل تشبرو Tschuprow.

٣٢-١-٤-١ إختبار كا^٢

قدمه عالم الإحصاء بيرسون K. Pearson عام ١٩٠٠ ويستخدم

لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود ارتباط ، وقد سبق عرض هذا الإختبار

في مناسبات مختلفة من هذا الكتاب ، ويمكن الرجوع للقسم (٢-٣-١) لمزيد من الإيضاح ولمتابعة الصيغ والرموز المستخدمة.

الإفتراضات:

- 1 - مستوى القياس إسمي.
 - 2 - المعاينة عشوائية بسيطة.
 - 3 - المشاهدات مستقلة عن بعضها.
- لا توجد قيود على حجم التكرارات المشاهدة ، بينما يشترط أن لا تكون التكرارات المتوقعة صغيرة ، والرأي الغالب هو أن لا يقل التكرار المشاهد عن ٥ ، وفي حالة وجود تكرارات متوقعة صغيرة يمكن دمج الفئات مع بعضها حتى تزيد التكرارات المتوقعة إلى الحجم المطلوب.

تطبيق (٣٢-١١)

في دراسة تجريبية لأنواع العلاج المختلفة وتأثيرها على حالة المريض تم إعداد التوزيع التالي . والمطلوب اختبار الفرض بعدم وجود ارتباط بين العلاج والنتيجة بمستوى معنوية ١ %

العلاج	أ	ب	ج	النتيجة
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٥	٧٧	٨١	٢٤٠

الحل:

توجد التكرارات المتوقعة باستخدام الصيغة (٣١-١٣) وهى كما

يلي:

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

نوجد قيمة كا^٢ باستخدام الصيغة (٣٢-١٢).

$$كا^2 = \frac{(44,8 - 47)^2}{44,8} + \dots + \frac{(8,4 - 16)^2}{8,4} = 18,27$$

من جدول ٥ وبدرجات حرية $2 \times 2 = 4$ نجد أن كا^٢ = (٠,٩٩) = ١٣,٢٨ وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط.

٣٢-١-٤-٢ اختبار بيتز - كا^٢

في حالة الجداول التكرارية 2×2 يمكن حساب كا^٢ باستخدام الصيغة (٣٧-٤) . ويلاحظ أننا لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . ويمكن التخلص من هذه المشكلة بزيادة حجم العينة وفي حالة عدم إمكان ذلك نستخدم تصحيح بيتز Yates ، حيث أدخل عام ١٩٣٤ تحسناً على صيغة كا^٢ بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية ، وقد سبق عرضه في (٢٩-٣٨) أو (٢٩-٣٩) وبهذا التصحيح يكون التقريب جيداً ، غير

أن ذلك يشترط أن يكون عدد المشاهدات كبيراً (٥٠ فأكثر).

تطبيق (٣٢-١٢):

في دراسة للعلاقة بين اليد المستخدمة في الكتابة (اليمنى أو اليسرى)
والعين الأقوى إبصاراً (اليمنى أو اليسرى) تم سحب عينة عشوائية من ٦٠
شخص ، ونظمت البيانات كما في الجدول التالي . والمطلوب إختبار فرض
وجود ارتباط بين التعبيرين بمستوى معنوية ٥ %

اليد \ العين	اليمنى	اليسرى	
اليمنى	١٦	١٢	٣٨
اليسرى	٨	٢٤	٣٢
	٢٤	٣٦	٦٠

الحل:

باستخدام الصيغة (٣٨-٢٩).

$$\chi^2 = \frac{60 \left(\frac{2}{60} - \frac{16 \times 8 - 24 \times 12}{32 \times 38 \times 36 \times 24} \right)^2}{3,8}$$

من جدول ٥ نجد أن $\chi^2_{0,95} = (٠,٩٥)$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض الإستقلال أو عدم وجود ارتباط بين اليد
المستخدمة في الكتابة والعين الأكثر إبصاراً.

لاحظ أن تطبيق إختبار كا^٢ بدون تصحيح بيتز يعطي نتيجة مخالفة لذلك ، ولذا ينصح بإستخدام تصحيح بيتز في الجداول 2×2 بصفة دائمة طالما أن عدد المشاهدات أكبر من ٥٠.

٣٢-١-٤-٣ إختبار فيشر

إذا كان عدد المشاهدات أقل من ٥٠ فإن تصحيح بيتز لا يعطي نتائج دقيقة . وهنا يجب إستخدام إختبار فيشر الأصلي Fisher's exact Test وقد سبق عرضه بالقسم (٢٩-٢-١).

٣٢-١-٥ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)

معامل ارتباط لامدا (λ) *يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع (ص) من المتغير المستقل أو المقدر (س) ، ويستخدم معامل الارتباط في العينة (ل م س) حسب الصيغة (١٦-١) كإحصاء عند إختبارات الفروض حول معامل ارتباط المجتمع (λ) ، إذا كان حجم العينة كبيراً (٥٠ فأكثر).

إختبار الفرض : $\lambda = 0$: ف = صفر

نقبل ف . إذا كانت قيمة ل = صفر ونرفض إذا كانت قيمة ل - صفر.

إختبار الفرض : $\lambda = 1$: ف = ١

نقبل ف . إذا كانت ل = ١ ونرفض إذا كانت ل - ١ .

إختبار الفرض : $\lambda = 0$: ل = ٠

لإختبار الفرض $\lambda = 0$: ل = ٠ حيث $0 < \lambda < 1$. نستخدم الإحصاء التالي وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

$$\begin{array}{c} \text{ص} = (\text{ل م ر د} - \text{ل} \cdot \text{و}) \\ \text{ص} = (\text{ن} - \text{ك} \cdot \text{ص})^2 \\ \text{ص} = (\text{ل م ر د} - \text{ل} \cdot \text{و}) \\ \text{ص} = (\text{ن} - \text{ك} \cdot \text{ص})^2 \\ \text{ص} = (\text{ل م ر د} - \text{ل} \cdot \text{و}) \\ \text{ص} = (\text{ن} - \text{ك} \cdot \text{ص})^2 \end{array}$$

حيث مج ك تمثل مجموع تكرارات الفئات المنوالية المتواجدة بالصف (أو العمود الذي يمثل الفئة المنوالية للمتغير ص.

تطبيق (٣٢-١٣):

في دراسة لأحوال العمل ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التالي وهو يعرض العلاقة بين التخصص العلمي والتخصص الوظيفي ، والمطلوب إختبار الفرض بأن معامل ارتباط لامدا في المجتمع هو ٠,٥ وذلك بمستوى معنوية ١٪

التخصص العلمي والتخصص الوظيفي

التخصص الوظيفي	إداري	اجتماعي	هندسي	أخرى	التخصص العلمي
إدارة	٣٦٠	٤٠	٠	٠	٤٠٠
علوم اجتماعية	١٩٠	٢٠	٤٠	٥٠	٣٠٠
قانون	١٢٥	٥	٠	٠	١٣٠
هندسة	٤	١٣٠	٠	٦	١٤٠
أخرى	٢١	٥	٠	٤	٣٠
	٧٠٠	٢٠٠	٤٠	٦٠	١٠٠٠

الحل:

$$\text{ك مرس} = \frac{\hat{\text{مج ك}} - \hat{\text{ك ص}}}{\hat{\text{ن ك ص}}} \text{ من (١٦-١)}$$

$$\hat{\text{مج ك}} = ٣٦٠ + ١٣٠ + ٤٠ + ٥٠ = ٥٨٠$$

$$\text{ل مرس} = \frac{٤٠٠ - ٥٨٠}{٤٠٠ - ١٠٠٠} = ٠,٣٠$$

$$\text{إختبار الفرض} = \text{ل مرس} = ٠,٥٠$$

$$\text{ص} = (٠,٥ - ٠,٣) \sqrt{\frac{٣(٤٠٠ - ١٠٠٠)}{[(٣٦٠) ٢ - ٤٠ + ٥٨٠] (٥٨٠ - ١٠٠٠)}} = ٨,٩ -$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠٠٥) = - ط (٠,٩٩٥)
 = -٢,٥٨ وبذلك نرفض فرض العدم وإعتبار أن معامل الارتباط في المجتمع أقل من ٠,٥ .

٣٢-١-٦ الارتباط بين متغيران (ظروف متنوعة):

٣٢-١-٦-١ معامل الارتباط الرباعي:

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صفة الإستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ويتم حسابه من جدول ٢×٢ :

أ	ب
ج	د

بالصيغة التالية والسابق عرضها بالفصل الأول * (١٧-١).

$$r + = \frac{180}{1 + \sqrt{\frac{a}{d} - \frac{b}{c}}}$$

وتعد هذه الصيغة تقريب للصيغة الأصلية إذا كان حجم العينة كبيراً ، كما أن التقسيم لكلا المتغيران يجب أن يكون قريباً من ٠,٥٠ .
لإختبار الفرض $r + =$ صفر فإننا نستخدم الإحصاء.

$$ص = \frac{r + - r -}{\sigma_{r +}}$$

(١٣-٣٢)

وهو يقترب من التوزيع الطبيعي بزيادة حجم العينة . حيث $s + r$ هو الخطأ المعياري لمعامل الارتباط الرباعي ، وصيغته معقدة جداً ويمكن إستخدام الصيغة التقريبية التالية:

$$ع - r + = \frac{\sqrt{\frac{c}{k} - \frac{d}{l}}}{\sqrt{\frac{a}{n}}}$$

(١٤-٣٢)

ويمكن توضيح الرموز بالشكل التالي:

	ق	ك	ن
ق	أ	ب	
ك	ج	د	

حيث:

ق = نسبة التكرارات (أ+ب) للتكرار الكلي (ن)

ق/ = نسبة التكرارات (أ+ج) للتكرار الكلي (ن)

$$ك = ١ - ق$$

$$ك/ = ١ - ق/$$

أ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ، ك.

أ/ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق/ ، ك/.

تطبيق (٣٢-١٤):

في إحدى الدراسات ، تضمنت إستمارة البحث السؤالين التاليين:

سؤال (١) هل تستمتع بتعارفك بمعظم الناس ؟

سؤال (٢) هل تفضل العمل مع الآخرين أكثر من أن تعمل منفرداً ؟

وقد تم تنظيم إجابات العينة في التوزيع التالي:

	لا	نعم	سؤال (١) سؤال (٢)
نعم	١٦٧	٣٧٤	٥٤١
لا	٢٠٣	١٨٦	٣٨٩
	٣٧٠	٥٦٠	٩٣٠

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين المتغيرين محل القياس بمستوى معنوية ١٪

الحل:

ف٠ : لا يوجد إرتباط بين المتغيرين.

ف١ : يوجد إرتباط.

الحل:

$$ق = \frac{٥٤١}{٩٣٠} = ٠,٥٨٢ \quad ك = ٠,٤١٨$$

$$ق/ = \frac{٥٦٠}{٩٣٠} = ٠,٦٠٢ \quad ك/ = ٠,٣٩٨$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي نجد أن $أ = ٠,٣٩٠$ ، $أ = ٠,٣٨٦$

$$ر = + \quad \begin{array}{|l} ١٨٠ \\ \hline +١ \end{array} \quad \begin{array}{|l} أ/د \\ \hline ج/ب \end{array}$$

$$= \text{جنا} \frac{180}{(186)(167) / (203)(374)} + 1$$

$$= \text{جنا} 70,24 = 0,338$$

$$= \text{ع ر} + \frac{\text{ق ق} / \text{ك ك}}{\text{أ ن}}$$

$$= \frac{(0,582)(0,602)(0,418)(0,398)}{(0,386)(0,39)} - 930$$

$$\text{ص} = \frac{0,338}{0,053} = 6,377$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من ط (0,995) = 2,58 ، لذا نرفض فرض العدم.

٣٢-٦-١-٢ معامل ارتباط السلسلتان *Biserial*

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين أحدهما كمي والآخر إسمي - ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي.

وقد سبق عرض صيغة هذا المعامل في الباب الأول * (صيغة ١-١٨).
 وإذا كان حجم العينة كبير ، وكلا من ق ، ك ليست صغيرة ، أي ق ، ك ≤ ٠,١ فإن الإحصاء.

$$\text{ص} = \frac{r - r}{\sigma r} \quad (١٥-٣٢)$$

يقترّب من التوزيع الطبيعي ، حيث
 ر " هو معامل ارتباط السلسلتان في المجتمع.

$$\sigma r = \frac{\sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{n}} \quad (١٦-٣٢)$$

تطبيق (١٥-٣٢):

في بحث لإيجاد العلاقة بين مستوى القلق ومستوى التحصيل تم
 الحصول على البيانات التالية حيث تم التعبير عن مستوى القلق بقيمتان فقط
 (كبير ، صغير).
 والمطلوب إختبار فرض عدم وجود ارتباط بين مستوى القلق ومستوى
 التحصيل بمستوى معنوية ٥ . %

مستوى التحصيل	مستوى القلق
٨٧	كبير
٧٦	كبير
٧٣	كبير
٨٢	كبير
٨٤	كبير
٨٦	كبير

مستوى التحصيل	مستوى القلق
١٠٠	صغير
٩٧	صغير
٧٨	صغير
١٠٠	صغير
٦٦	صغير
٩٥	صغير
٨٠	صغير
٩٩	صغير
١٠٠	صغير

الحل:

ف. ٠ : ر" = صفر ، ف. ١ : ر" ≠ صفر
 نعتبر أن (٠ ، ١) تعبر عن مستوى القلق (كبير ، صغير).

$$\begin{aligned} \overline{ص} &= 86,866 & \overline{ص} &= 81,333 \\ ك &= 0,6 & ق &= 10/6 = 0,4 \\ \overline{صص} &= 10,763 & أ &= 386 \end{aligned}$$

ومن الصيغة (١٨-١)

$$ر = \frac{\overline{ص} - \overline{ص} \times ق}{\overline{ص} - أ}$$

$$\overline{ص} = \frac{0,533 \times 0,4 \times 86,866 - 81,333}{0,386 - 10,763}$$

وباستخدام الصيغة (١٦-٣١)

$$\overline{ص} = \frac{0 - 0,386 / 0,6 \times 0,4}{-10} = 0,328$$

$$\overline{ص} = \frac{0 - 0,533}{0,328} = 1,625$$

ومن التوزيع الطبيعي : ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦
وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (١٦-٣٢):

في دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاجية تم إعداد التوزيع التالي وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين من العمال ، الأولى مدربة ، والثانية غير مدربة

(لم تستكمل برنامج التدريب) والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين التدريب والإنتاجية بمستوى معنوية ١ %

الإنتاج	المجموعة المدربة ك	المجموعة غير المدربة	المجموع ك
٦٠-٥٥	١	١٦	١٧
٦٥-٦٠	٠	٢١	٢١
٧٠-٦٥	١	١٩	٢٠
٧٥-٧٠	٦	٢٧	٣٣
٨٠-٧٥	٦	١٩	٢٥
٨٥-٨٠	٢	١٦	١٨
٩٠-٨٥	٥	٦	١١
	٢١	١٢٤	١٤٥

الحل : $\bar{ص} = ٧٧$ $\bar{ك} = ٧١,٣٥$

ق = ٠,١٤٥ ك = ٠,٨٥٥ $\sigma_{صك} = ٨,٨٠$

أ = ٠,٢٢٨

ر = $\frac{\bar{ص} - \bar{ك} \times ق}{\sigma_{صك}}$ = $\frac{٧٧ - ٧١,٣٥ \times ٠,١٤٥}{٨,٨}$ = ٠,٤١

$\sigma_{صك} = ٨,٨$ أ

$\sigma_r = \frac{٠,٢٢٨}{\sqrt{١٤٥ \times ٠,٨٥٥ \times ٠,١٤٥}} = ٠,١٢٨$

$$\text{ص} = \frac{0,41}{0,128} = 3,203$$

من جدول التوزيع الطبيعي : ط (0,995) = 2,58
وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين التدريب والإنتاجية.

٣٢-١-٦-٣ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point biserial:

قدمه العالمان ريتشارد سون وستالكر Richarardson and Stalnaker عام ١٩٣٣ لقياس الارتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي وثنائي أصيل ، مثل الجنس (ذكر ، أنثى) ، الحالة الزوجية (متزوج - غير متزوج).
ويقدر هذا المعامل * من العينة باستخدام الصيغة:

$$r = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}}{\text{ع ص}} \sqrt{1 - \frac{\text{ق}^2}{\text{ق}^2}}$$

(١٧-٣٢)

حيث:

- ص ١ المتوسط الحسابي للمتغير ص ١ وهو المناظر للقيمة (١) للمتغير الثنائي
- ص ٠ المتوسط الحسابي للمتغير ص ٠ وهو المناظر للقيمة (٠) للمتغير الثنائي
- ق ١ نسبة مفردات المتغير ص ١
- ق ٠ نسبة مفردات المتغير ص ٠

عـ ص تقدير تباين المتغير ص في العينة.
ولإختبار الفرض بأن معامل الارتباط يساوي صفر ، نستخدم إختبار - ت
حيث يكون الإحصاء:

$$ص = ر = \frac{ن-1}{ن-1-ر} \sqrt{\frac{ن-1}{ن-1-ر}}$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢.

تطبيق (٣٢-١٧):

البيان التالي يعرض العلاقة بين الإنتاج والتدريب لعينة من العمال
(خصص الرقم ١ للعامل المدرب والرقم ٠ للعامل غير المدرب).
والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين الإنتاج والتدريب في المجتمع
بمستوى معنوية ٥ ٪.

٢٠	٢٥	٢١	٢٥	٣٠	٢٤	٢٢	٢٤	٢٨	٢٦	الإنتاج
٠	١	٠	٠	١	١	٠	٠	١	٠	التدريب

الحل:

		٢٥	٣٠	٢٤	٢٨	الإنتاج للعامة المدربة(ص١)
٢٠	٢١	٢٥	٢٢	٢٤	٢٦	الإنتاج للعامة غير المدربة(ص٠)

$$ر = ص = \frac{ن-1}{ن-1-ر} \sqrt{\frac{ن-1}{ن-1-ر}}$$

$$0,598 = \sqrt{(0,6)(0,4)} \sqrt{\frac{23-26,75}{3,064}} =$$

$$ص = ر = 0,598 = \sqrt{\frac{2-ن}{2-1}} \sqrt{\frac{2-ن}{2-1}} = \sqrt{\frac{2-10}{2(0,598)-1}} = 2,11$$

وباستخدام جدول - ت نجد أن ت = ٨ (٠,٩٧٥) = ٢,٣٠٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقض بعدم وجود ارتباط بين الإنتاج والتدريب.

٣٢-٦-٤ معامل ارتباط السلاسل * المتعددة Multiserial:

قدمه جاسبين Jaspen عام ١٩٤٦ لقياس الارتباط بين متغير كمي وآخر ترتيبي . ويفترض أن المتغير الترتيبي يتضمن الإستمرارية ويتبع التوزيع الطبيعي.
وصيغة معامل الارتباط ر# هي:

$$ر\# = \frac{[ف - مج س]}{مجم س - مج ن ف} \quad (١٩-٣٢)$$

$$حيث : ف = \frac{أ - أ}{ق} \quad (٢٠-٣٢)$$

أ إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفئة.
أ - إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفئة.
ق نسبة الحالات في الفئة.

ولإختبار فرض عدم وجود إرتباط $R = \#$ = صفر

نستخدم الإحصاء:

$$ص = \frac{\sqrt{R} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$$

(٣٢-٢١)

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 2$

تطبيق (٣٢-١٨):

فيما يلي درجات عينة من الطلاب في الإختبار النهائي وفي أعمال السنة ، وكان القياس في الإختبار الأول كمي أما في أعمال السنة كان القياس ترتيبى . والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين درجات الإختبارين بمستوى معنوية ٠,٠١.

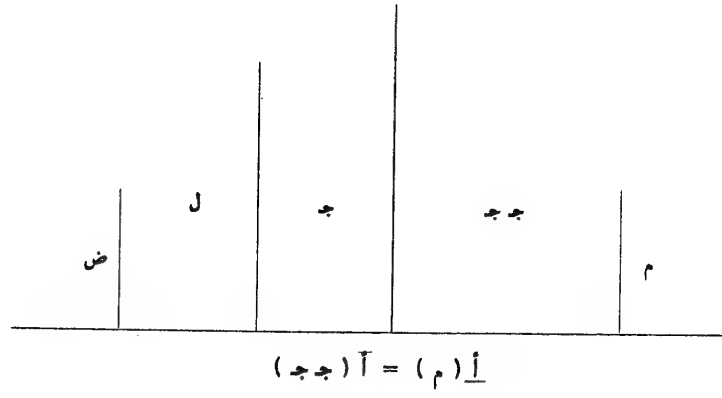
أعمال السنة	م	م	م	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	ل	ل	ض
الاختبار النهائي	١٩	١٨	٢٢	١٩	٢٠	١٨	١٨	١٦	١٥	١٢	١٣	١٦	٦	٨	٥		

الحل:

ف٠ : $R = \#$ = صفر

ف١ : $R \neq \#$ = صفر

ص	س	ر	س	س ^۲
م	۱۹	۱	۴	۱۶
م	۱۸	۲	۳	۹
م	۲۲	۳	۷	۴۹
جـ	۱۹	۱	۴	۱۶
جـ	۲۰	۲	۵	۲۵
جـ	۱۸	۳	۳	۹
جـ	۱۸	۴	۳	۹
جـ	۱۶	۱	۱	۱
جـ	۱۵	۲	۰	۰
جـ	۱۲	۳	۳	۹
جـ	۱۳	۴	۲-	۴
جـ	۱۶	۵	۱	۱
ل	۶	۱	۹-	۸۱
ل	۸	۲	۷-	۴۹
ض	۵	۱	۱۰-	۱۰۰
	۲۲۵			۳۷۸



ل	مجس	ن	ق	أ	أ	ف	ف	ف	ف	ن
م	١٤	٣	٠,٢٠٠	٠,٢٨٠٠	٠,٠٠٠٠	١,٤	١,٩٦	١٩,٦	٥,٨٨	٠,٧٨٠
ج ج	١٥	٤	٠,٢٦٧	٠,٣٩٧٤	٠,٢٨٠٠	٠,٤٤	٠,١٩٤	٦,٦	٠,٧٨٠	٠,٧٨٠
ج	٣	٥	٠,٣٣٣	٠,٢٨٠٠	٠,٣٩٧٤	٠,٣٥٠	٠,١٢٢	١,٠٥	٠,٦١	٠,٦١
ل	١٦	٢	٠,١٣٣	٠,١٢٦٨	٠,٢٨٠٠	١,١٥٠	١,٣٢	١٨,٤٠	٢,٦٤	٢,٦٤
ض	١٠	١	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠٠	٠,١٢٦٨	١,٨٩٠	٣,٥٧	١٨,٩٠	٣,٥٧	٣,٥٧
		١٥						٦٤,٥٥	١٣,٤٨	١٣,٤٨

$$٠,٩٠ = \frac{٦٤,٥٥}{(٣٧٨)(١٣,٤٨)} = \#$$

$$٧,٤٤ = \frac{٢-١٥}{٢(٩)-١} = \#$$

ومن جدول (٣) نجد أن ت١٣ = (٠,٩٧٥) = ٣,٠١٢ وبذلك نرفض فرض العدم.

٩٠٧

٣٢-١-٦-٥ نسب الارتباط:

قدم نسبة الارتباط عالم الإحصاء بيرسون K. Pearson عام ١٩٠٥ ،
وهي تستخدم لقياس الارتباط في حالة العلاقة غير الخطية* ، وتحسب نسبة
الارتباط (η) في المجتمع من الصيغة التالية:

$$\eta^2 = \frac{\sigma^2_{\text{مر}} - \sigma^2_{\text{مر س}}}{\sigma^2_{\text{مر}}} \quad (٣٢-٢٢)$$

وتقدر من العينة باستخدام الصيغة.

$$\eta^2 = \frac{E^2_{\text{مر}} - E^2_{\text{مر س}}}{E^2_{\text{مر}}} \quad (٣٢-٢٣)$$

ويتم حساب نسبة الارتباط η^2 بصيغ مختلفة حسب طبيعة البيانات.

البيانات الخام:

قد تكون البيانات مقدمة على هيئة مصفوفة بها عدد (م) من الأعمدة تمثل قيم
المتغير المستقل س ، وكل قيمة منها تعرض قيم ص المختلفة ، وفي هذه الحالة
نقوم بحساب $E^2_{\text{مر}}$ وتمثل تقدير تباين المتغير ص من العينة ، وذلك حسب
الصيغة (٣-٦) ، ويتم حساب $E^2_{\text{مر س}}$ بالصيغة

$$E^2_{\text{مر س}} = \text{مجم} (ن - ١) E^2_{\text{مر س ر}} / ن - م \quad (٣٢-٢٤)$$

حيث $E^2_{\text{مر س}}$ تمثل تباين العينة لقيم ص بالعمود المخصص للقيمة سر
ويستخدم في ذلك الصيغة (٣٢-٦).

بيانات تحليل التباين:

إذا كانت الحالة تمثل تجربة يستخدم فيها تحليل التباين فإنه يمكن استخدام صيغة

أخرى أكثر ملائمة . ففي حالة التصميم كامل العشوائية ، نستخدم الصيغة التالية:

راجع الرموز بجدول تحليل التباين بالقسم (٣-٥-١).

$$(25-32) \quad \frac{ع_ك^2 - ع_خ^2}{ع_ك} = ٢٢$$

$$(26-32) \quad \text{حيث : } ع_ك = ١ - ن / ك$$

وتمثل تقدير لتباين المجتمع باستخدام كل قيم ص.

ويمكن أيضاً استخدام الصيغ التالية:

$$(27-32) \quad \frac{م - (١-م) ع_خ^2}{ك} = ٢٢$$

$$(28-32) \quad \frac{(١-م) (١-ف)}{ف (١-م) + (١-ن) م} = ٢٢$$

حيث ف هي النسبة الأخيرة

وهذه الصيغة الأخيرة من المفيد استخدامها في حالة التقارير المنشورة حيث

تكون النسبة ف الأخيرة معروضة دون التفاصيل الأخرى كمجموع المربعات

ومتوسط المربعات.

الإفتراضات:

١- عينة عشوائية بسيطة.

٢- متغير فترى والآخر إسمى

إختبار الفرض:

ف٠ : ي = صفر

ف١ : ي < صفر

ويلاحظ أن الإختبار موجه ذلك أن نسبة الارتباط لا تكون سالبة.
في حالة إستخدام بيانات تحليل التباين ، فإن نسبة الارتباط ي تكون معنوية
عندما تكون النسبة ف معنوية كما سبق إيضاحه (القسم ٣-٥-١).
في حالة إستخدام البيانات الخام ، نستخدم الإحصاء:

$$ص = \frac{ي^2(ن-١) + (م-١)}{(١-م) (١-ي)} = \frac{(٢٩-٣٢)}{(١-٢) (١-٢)}$$

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م).

تطبيق (٣٢-١٩)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق (٣٧-٢٨).
المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين طرق التدريب والإنتاج بمستوى
معنوية ٥ % وذلك:

أ - بإستخدام بيانات تحليل التباين.

ب - بإستخدام البيانات الخام.

الحل:

أ - بالرجوع إلى حل التطبيق (٣٧-٢٨) ، وجدول تحليل التباين نجد أن

النتيجة معنوية - ولذا فإن النتيجة هنا أيضاً تكون معنوية ، بمعنى أننا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط.
ب - ويمكن أيضاً استخدام الصيغة الخاصة بالبيانات الخام.

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣
٠,٦٦٧	٠,٦٦٧	٠,٦٦٧

ع^٢ ص من ر

$$ع^٢ ص = ١,٢٧٢$$

$$ع^٢ ص س = (٠,٦٦٧)^٣ + (٠,٦٦٧)^٣ + (٠,٦٦٧)^٣ = (٣-١٢) / (٠,٦٦٧)^٣ = ٠,٦٦٧$$

$$ي^٢ = \frac{٠,٦٦٧ - ١,٢٧٢}{١,٢٧٢} = ٠,٤٧٦$$

$$ص = \frac{(١-٣) + (١٢-٣) \cdot ٠,٤٧٦}{(١-٣) (٠,٤٧٦ - ١)} = ٦$$

وهي مماثلة لنفس النتيجة في (أ).

٣٢-١-٦-٦ معامل ثيتا *Theta Coefficient*

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس قوة الارتباط بين متغير إسمي وآخر ترتيبى . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسمى - تقديراً أعلى للمتغير الترتيبى - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمى.*
ولغرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمى رقم معين إختياري ولنتصور المستويان ر ، ل حيث $r > l$. ويتم حساب معامل ثيتا باستخدام الصيغة التالية:

$$\theta = \frac{\text{مجم } أ ر ر - \text{مجم } ب ر ر}{\text{مجم } ن ر - \text{مجم } ن ل}$$

حيث:

أ ر ر عدد المرات التي تكون فيها وحده فى المستوى ر أعلى من بعض الوحدات فى المستوى ل.

ب ر ر عدد المرات التي تكون فيها وحده فى المستوى ر أقل من بعض الوحدات فى المستوى ل.

ن ر عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)

ن ل عدد وحدات المستوى ل.

ملاحظات:

(1) θ هو حرف يوناني وينطق ثيتا. Theta

(2) معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفراً في حالة عدم وجود ارتباط وواحد في حالة الارتباط التام.

تطبيق (٣٢-٢٠):

المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى (القيم مرتبة تصاعديا).

	القدرة على التهجى					الجنس	
	٥	٤	٣	٢	١	ذكر	١
٣	١		١		١		
٢		١		١		انثى	٢

الحل : عدد المرات التي يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى:

$$٣ = ٢ + ١ + ٠ = ٣$$

عدد المرات التي تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر:

$$٣ = ١ + ٢ = ٣$$

$$\text{مجا} = ٢١ \text{ أ} - ٢١ \text{ ب}$$

$$= 0$$

$$\text{مجا} = ١ - ٢$$

$$\text{صفر} = \frac{٣ - ٣}{٦} = \frac{٣ - ٣}{(٢)٣}$$

تطبيق (٣٢-٢١):

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان كما هو موضح أدناه ،
المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى.

	القدرة على التهجى					الجنس
	٥	٤	٣	٢	١	
١	٣		١	١	١	ذكر
٢	٢	١	١			أنثى

الحل : أ ٢١ = صفر

ب ٢١ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦

$$\theta = \frac{|6-0|}{6} = 1$$

تطبيق (٣٢ - ٢٢) :

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات الأتية : الإكتئاب ، السرقة ، الشرود ، الكذب ، وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بدءاً من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . باستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس الارتباط بين الأعراض والتشخيص.

	التشخيص					الأعراض
	١	٢	٣	٤	٥	
١٤	٢	١	١	٣	٧	١ شرود
١٩	٥	٦	٤	٤	٢	٢ كذب
٢٠	٣	٢	٨	٥	٢	٣ سرقة
١٢	٦	٢	٣	٠	١	٤ اكتئاب

الحل:

$$١٨٠ = (٥) + (٥+٦) + (٥+٦+٤) ٣ + (٥+٦+٤+٢) ٧ = ٢١١$$

$$١٨٠ = (٢)٣ + (٢+٢)١ + (١+٢+٤)١ + (٢+٢+٤+٦)٢ = ٢١١$$

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ، ويمكن تلخيص النتائج في الجدول

التالي:

ر ل	أرل	برل	أبـ	نرئل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

$$\theta = \frac{622}{1062} = 0.40$$

اختبارات المعنوية:

تستخدم الاختبارات التالية:

(أ) اختبار ولكوكسون مان وتني

يستخدم إذا كان المتغير الاسمي يحتوي على مستويين فقط وقد سبق عرضه في القسم (٣-٣-٤).

(ب) اختبار كروسكال واليز

يستخدم إذا كان المتغير الاسمي يحتوي على أكثر من مستويين وقد سبق عرضه في القسم (٣-٥-٢).

٣-٣٣ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة

متغيرات)

٣٢-٢-١ الارتباط المتعدد

معامل الارتباط المتعدد يقيس قوة العلاقة بين متغير تابع (س١) وعدة متغيرات مستقلة . وصيغة المعامل هي كما يلي بفرض وجود متغيرين مستقلين س٢ ، س٣ .

$$\frac{r^2 + 31^2 - 32 \cdot 31}{32 - 1} = 32.1$$

حيث رأب تعنى معامل ارتباط بيرسون بين ساً ، سب ومن الواضح أن هذا المعامل يستخدم في حالة المتغيرات الكمية وقيمة المعامل تتحصر بين صفر وواحد.

ولاختبار الفرض بأن معامل الارتباط المتعدد في المجتمع ر = صفر (ضد الفرض ر < صفر) نستخدم الاحصاء

$$r^2 / ك = \frac{(32-32)}{(32-32)} = 0$$

$$(1-2) ن - ك - 1$$

حيث ك عدد المتغيرات المستقلة

وهذا الاحصاء يتبع توزيع ف بدرجات حرية ك ، ن - ك - 1

تطبيق (٢٣-٣٢)

في دراسة عن الجريمة والعوامل المؤثرة فيها ، تم حساب معامل

ارتباط بيرسون بين كل متغيرين:

المتغيرين	معامل بيرسون
معدل الجريمة وحجم المجتمع	٠,٦
معدل الجريمة ومعدل البطالة	٠,٧
حجم المجتمع ومعدل البطالة	٠,٨

(أ) أوجد معامل الارتباط الكلي بين معدل الجريمة والمتغيرات الأخرى المؤثرة فيها.

(ب) اختبار فرض عدم وجود ارتباط بمستوى معنوية ١% بفرض أن حجم العينة المستخدمة في البحث ٢٣.

الحل:

نستخدم س ١ ، س ٢ ، س ٣ للمتغيرات معدل الجريمة ، حجم المجتمع ، معدل البطالة على الترتيب ، وبذلك يكون:

$$ر_{١,٢} = ٠,٦ ، ر_{١,٣} = ٠,٨ ، ر_{٢,٣} = ٠,٧$$

$$(أ) ر_{١,٢,٣} = ٢١,٣٢$$

$$(أ) ر_{١,٢,٣} = \frac{٢(٠,٦) + ٢(٠,٧) - ٢(٠,٨)(٠,٦)(٠,٧)}{٢(٠,٨) - ١} = ٣٢,١٢ = ٠,٤٩$$

$$(ب) ف : ٠ : ر_{١,٢,٣} = ٣٢,١٢ = صفر ف : ١ : ر < صفر$$

$$(ج) ص =$$

$$(ج) ص = \frac{٢ / ٠,٤٩}{(١ - ٢ - ٢٣) / (٠,٤٩ - ١)} = ٩,٦٠٧$$

$$\text{ومن جدول توزيع ف نجد أن ف } ٢٠,٢ = (٠,٩٩) = ٥,٨٥$$

لذا نرفض فرض عدم ونقبل فرض وجود ارتباط كلي بين الجريمة والعوامل المذكورة وهي معدل البطالة وحجم المجتمع.

٣٢-٢-٢ معامل كندال للاتفاق

قدمه كندال عام ١٩٣٩ ويستخدم لقياس درجة الاتفاق بين عدة مجموعات من الرتب ، وهو يعد نافعا بصفة خاصة في دراسات التحكيم ، لتوضيح درجة الاتفاق بين عدة محكمين في تقييمهم للأشياء أو الأشخاص مثلاً عند اختيارهم للوظائف أو الأشياء أو لتقييم المديرين أو المشرفين أو العمال أو اللاعبين الخ.

وقد سبق عرض صيغة معامل الاتفاق بالباب الأول (صيغة ١-١٠). وفي حالة وجود قيود أي قيم مكررة فإننا نعطي كل منها رتبة تعادل متوسط رتب الوحدات المكررة . وإذا كانت نسبة القيم المقيدة قليلة فإن ذلك لا يستدعي إجراءات خاصة ، بينما إذا كانت النسبة كبيرة فإن الأمر يتطلب بعض التعديلات في الصيغ المستخدمة. وفي حالة ما إذا كان عدد المحكمين إثنا فقط يمكن استخدام معامل سبيرمان. الافتراضات

(١) البيانات تتكون من مجموعات كامنة من المصفوف عددها (ق) من المشاهدات (قياسات - تقديرات) الموجهة نحو عدد (م) من المجموعات (أفراد - أشياء. ...)

(٢) مستوى القياس ترتيبي.

الفروض:

ف٠ : لا يوجد إتفاق بين الرتب في المجموعات.

ف١ : يوجد إتفاق بين الرتب.

إحصاء الاختبار:

توجد ثلاثة احصاءات يمكن استخدامها:

(1) الاختبار الأصلي : يستخدم (و) معامل الاتفاق (١-١٠) ، وكافئ ذلك استخدام (ع) تبعاً للصيغة (٢٨-٦٧) . وكما سبق ذكره مع اختبار فريدمان (٢٨-٦-٢) فإن هذا الإحصاء له توزيع خاص وجدول معده لتسهيل الوصول على القيم الحرجة بالجدول الاحصائية المرفقة (جدول ١٣ القسم الأول).

(2) تقريب توزيع فيشر : لجميع القيم الغير واردة بالجدول المشار إليها في (١) يمكن استخدام تقريب مبنى على توزيع فيشر Fisher's Z-distribution وتوجد جداول يمكن استخدامها مباشرة وهي تعطي قيم ع الحرجة عند مستويات معنوية ٥ % ، ١ % إذا كان عدد الصفوف (المحكمين) يقع بين ٣ إلى ٢٠ (الجدول ١٣ ، القسم الثاني).

تطبيق (٣٢-٢٤):

في مقابلة لمجموعة من المتقدمين لإحدى الوظائف ، حددت الشركة ثلاثة من المديرين لإجراء المقابلة ، وكان ترتيبهم للمتقدمين كما هو موضح والمطلوب حساب معامل الاتفاق ، واختبار الفرض بعدم وجود اتفاق بين المديرين بمستوى معنوية ٥ %.

المتقدمين المختبرين	أ	ب	ج	د	هـ	و
المدير س	١	٦	٣	٢	٥	٤
المدير ص	١	٥	٦	٤	٢	٣
المدير ع	١	٣	٢	٥	٤	١

الحل:

مجموع الرتب $R = 8, 11, 11, 11, 14, 8$ ، $R^- = 10,5$

$$E = \text{مجم} (R - R^-) = 2(8 - 10,5) + 2(11 - 10,5) + 2(11 - 10,5) + 2(11 - 10,5) + 2(14 - 10,5) + 2(8 - 10,5) = 25,5$$

$$25,5 = (10,5 - 8) + \dots$$

$$\text{معامل الاتفاق (و)} = \frac{E}{\frac{1}{2} C (M - 3)} = \frac{25,5}{\frac{1}{2} (6 - 3) (3)^2} = 0,16$$

$$0,16 = \frac{25,5}{159,30}$$

وبالرجوع لجدول ١٣ الجزء الثاني ، وبمستوى معنوية ٠,٠٥ نجد أن قيمة ع الحرجة هي ١٠٣,٩ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضى بعدم وجود اتفاق بين المديرين.

تطبيق (٣٢-٢٥):

تم عرض سبعة طرق للتدريس على ١٨ محكماً ، أعطى كل منهم رتباً لهذه الطرق . وقد وجد أن قيمة $E = 1620$ أوجد معامل الاتفاق مع اختبار معنويته بمستوى ١٪ .

الحل:

باستخدام الصيغة (١٠-١)

$$0,179 = \frac{12 (1620)}{18 (7 - 3)^2} = \text{و}$$

لاختبار الفرض بعدم وجود اتفاق يمكن استخدام جدول - ١٣ الجزء الثاني ،
عند مستوى معنوية ١% نجد أن:

عند $Q = ١٥$ تكون قيمة E الحرجة ١١٢٩,٥

عند $Q = ٢٠$ تكون قيمة E الحرجة ١٥٢١,٩

وحيث أن قيمة E المشاهدة ١٦٢٠ ، لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود اتفاق.

(س) تقريب كا٢

إذا كان عدد الأعمدة $M < ٧$ يمكن استخدام اختبار تقريبي سهل ، يستخدم الإحصاء ص السابق تعريفه بالصيغة (٣-٦٨) أو (٣-٦٩) ويمكن كتابته أيضاً على الصورة:

$$ص = ق (م - ١) و (٣٣-٣٢)$$

وهذا الاحصاء يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية $M - ١$

تطبيق (٣٢-٢٦):

تم عرض ١٣ شخص على ٢٨ محكماً وقد أعطى كل منهم رتبة لكل شخص وقد وجد أن قيمة $E = ١١٤٤٠$ والمطلوب حساب معامل الإتفاق واختبار معنويته بمستوى معنوية ١% .
الحل : باستخدام الصيغة (١-١٠)

$$و = \frac{١٢ (١١٤٤٠)}{٢٨ (١٣ - ٢١٣)} = ٠,٠٨$$

ولاختبار الفرض نستخدم الصيغة (٣٢ - ٣٣):

$$ص = ٢٨ (١ - ١٣) (٠,٨) = ٢٦,٩$$

وبالرجوع لجدول كا^٢ نجد أن كا^٢_{١٢} = (٩٩,٠) و٢٦,٢١٧ < ٩٩,٠ وبذلك نرفض فرض عدم وجود ارتباط.

٣٢-٣٣ مقارنة معاملي ارتباط

٣٢-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)

لمقارنة معاملا ارتباط بيرسون في مجتمعين ، يتم تحويلهما حسب تحويل فيشر ثم نستخدم الاختبار الطبيعي.

الفروض:

$$ف٠ : ر١ = ر٢$$

$$ف١ : ر١ - ر٢$$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{ف١ - ف٢}{\frac{١}{ن١-٣} + \frac{١}{ن٢-٣}} \quad (٣٢-٣٤)$$

حيث : ف١ ، ف٢ هما تحويل فيشر لمعاملي الارتباط المحسوبة من العينة ر١ ، ر٢ ويتم التحويل من جدول ١٤ من الجداول الاحصائية المرفقة ، كما يمكن استخدام الصيغة التالية:

$$F = \frac{1}{2} \frac{1}{r+1} \frac{1}{r-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{r^2-1}$$

(٣٥-٣٢)

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعي ، أساسه (٢,٧١٨٣) .

تطبيق (٢٧-٣٢):

في دراسة مقارنة بين الريف والحضر تم سحب عينتان عشوائيتان من الأسر ، وتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين عدد سنوات التعليم لكل من الزوج والزوجة ، والمطلوب اختبار فرض تساوى معاملات الارتباط بمستوى معنوية ٥.٠ %

المنطقة	حجم العينة	معامل ارتباط
الريف	٤٤	٠,٣١
الحضر	٤٢	٠,٥٤

الحل:

المنطقة	ن	ر	ف
الريف	٤٤	٠,٣١	٠,٣٢١
الحضر	٤٢	٠,٥٤	٠,٦٠٧

ف هي قيمة تحويل فيشر لمعامل الارتباط:

$$\text{ف} = \frac{1}{2} \text{ لو } \frac{1}{r+1} - \frac{1}{r-1}$$

بالنسبة للريف:

$$= \frac{1}{2} \text{ لو } \frac{1}{0.31+1} - \frac{1}{0.31-1} = \frac{1}{2} \text{ لو } \frac{1}{1.31} - \frac{1}{-0.69} = 1.898$$

$$= \frac{1}{2} (0.64) = 0.32$$

وهكذا بالنسبة للحضر

$$0.321 - 0.607$$

$$\text{ص} = \frac{1}{39} + \frac{1}{41}$$

$$0.286$$

$$= \frac{1.279}{0.256+0.244}$$

من جدول التوزيع الطبيعي ط (0.975) = 1.96 لذا لا نستطيع رفض فرض
العدم والذي يقضي بتساوى معاملات الارتباط.

٣٢-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)

لاختبار فرض تساوى معاملى ارتباط جاما يجب أن يكون كلا الجدولين
لهما نفس الفئات.

الفروض:

$$٠ : ج١ = ج٢$$

$$١ : ج١ : ج٢ \neq ١ : ج٢ \text{ أو } ج١ < ج٢ \text{ أو } ج١ > ج٢$$

$$١ : ج١ < ج٢ \text{ أو } ج١ > ج٢$$

$$ج١ > ج٢$$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{ج١ - ج٢}{\sqrt{ج١ + ج٢}} = \frac{ج١ - ج٢}{\sqrt{ج١ + ج٢}} = \frac{ج١ - ج٢}{\sqrt{ج١ + ج٢}}$$

$$حيث \sigma = \frac{ن(١-ج١)}{١+ج١}$$

وقد سبق عرضها بالصيغة (٣٢-١١)

توزيع المعاينة

الاحصاء ص عالية يتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت حجوم العينات
كبيرة.

٣٢-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط

لمقارنة عدة معاملات ارتباط لاختبار تجانسهم ، نستخدم الاختبار

التالى:

الافتراضات:

(1) عينات عشوائية بسيطة.

(2) كل عينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي Bivariate ت normal

(3) مستوى القياس فترى. Interval

الفرض:

$$\text{ف} : 0 : 1 = 2 = 3 = \dots = \text{م}$$

ف ١ : ٠ ف غير صحيح

احصاء الاختبار

$$\text{ص} = \text{مج} - (\text{ن} - 3) (\text{ف} - \text{ف}) \quad (32-37)$$

ف : تحويل فيشر لمعامل ارتباط بيرسون (ر)

ف : المتوسط الحسابي المرجح لقيم ف ويحسب من:

$$\text{ف}^- = \frac{\text{مج} - \text{ف} (\text{ن} - 3)}{\text{مج} - (\text{ن} - 3)} \quad (32-38)$$

توزيع المعاينة:

الاحصاء ص عاليه يتبع توزيع كا ٢ بدرجات حرية م - ١

ملحوظة:

في حالة عدم رفض فرض العدم وقبول أن معاملات الارتباط متجانسة ، فإن ذلك يبرر تقدير معامل الارتباط في المجتمع على أساس تجميعي Pooled estimate يكون هذا التقدير أكثر دقة من أي من التقديرات الفردية والنتيجة من كل عينة على حده . ويكون التقدير بإعادة تحويل ف باستخدام الدالة العكسية لتحويل فيشر - وبذلك نحصل على التقدير المتجمع ر أي أن:

$$r = f^{-1}(f) \quad (32-39)$$

وقد سبق عرض صيغة دالة تحويل فيشر (32-36) كما يمكن استخدام جدول - ١٤ مباشرة للحصول على التحويل من ر إلى ف وبالعكس.

تطبيق (32-38)

في دراسة مقارنة لثلاث مجتمعات تم سحب عينة عشوائية من كل منها وفيما يلي بيان بأحد المؤشرات التي تم حسابها وهو معامل ارتباط بيرسون بين مستوى التعليم ودرجة التحضر.

العينة	حجم العينة	معامل ارتباط
١	١٠٢	٠,٦٣
٢	١٠٢	٠,٧٨
٣	١٠٢	٠,٦٧

والمطلوب اختبار فرض تجانس معاملات الارتباط.

الحل : ف : ٠ : ١ = ٢ = ٣

العينة	ن	ر	ف	ن-٣	ف-٣(ن-٣)	ف-٢(ن-٢)	ن-٣(ف-٢)
١	١٠٢	٠,٦٣	٠,٧٤١٤	٩٩	٧٣,٣٩٩	٠,٠١٥	١,٤٨٥
٢	١٠٢	٠,٧٨	١,٠٤٥٤	٩٩	١٠٣,٤٩٥	٠,٠٣٢	٣,١٦٨
٣	١٠٢	٠,٦٧	٠,٨١٠٧	٩٩	٨٠,٢٥٩	٠,٠٠٣	٠,٢٩٧
				٢٩٧	٢٥٧,١٥٣		٤,٩٥

$$\bar{f} = 257,153 \div 297 = 0,866$$

من جدول كاي نجد أن كاي^٢ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهد ص = ٤,٩٥ لذا لا نستطيع رفض فرض العدم.

الفصل ٣٣

الاستقراء عن التقدير

Prediction

٣٣-١ تمهيد

٣٣-٢ نموذج الانحدار الخطي البسيط

٣٣-٣-١ النموذج الإحصائي

٣٣-٣-٢ اختبار فرض الاستقلال

٣٣-٣-٣ اختبار الفرض حول معامل الانحدار

٣٣-٣-٤ تقدير معامل الانحدار في المجتمع

٣٣-٣-٥ اختبار الفرض حول أ

٣٣-٣-٦ تقدير أ

٣٣-٣-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

٣٣-٣-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع

الفصل الثالث والثلاثون

الاستقراء عن التقدير

Prediction

٣٣-١ تمهيد

نماذج التقدير تستخدم لوصف شكل أو طبيعة العلاقة بين المتغيرات ، بهدف إكمال تقدير المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى المرتبطة بها . وبذلك فإن هذه النماذج تعد الأساس في إنشاء العديد من القوانين والنظريات . ويمكن تقسيم هذه النماذج إلى نوعين رئيسيين:

(1) نماذج الانحدار Regression

(2) السلاسل الزمنية Time Series

وهذا الباب يعرض فقط نماذج الانحدار ، وهذه تمكن من تحديد شكل العلاقة بين متغير ما ، يسمى المتغير التابع Dependent وبين متغير آخر أو أكثر وتسمى المتغيرات المستقلة . Independent وهذه العلاقة تعرض في صيغ رياضية تسمى معادلات الانحدار .

ونماذج الانحدار متعددة ويمكن تصنيفها تبعاً للعديد من العوامل أهمها:

(1) عدد المتغيرات : وهناك تقسيم شائع:

أ - نماذج الانحدار البسيط : في حالة بحث العلاقة بين متغيرين فقط .
ب - نماذج الانحدار المتعدد : في حالة وجود أكثر من متغيرين .

(2) مستوى القياس للمتغيرات.

(3) شكل العلاقة بين المتغيرات : وكنقسم رئيسي يتم التمييز بين العلاقة الخطية Linear والعلاقة غير الخطية. Non Linear
ويقتصر العرض في هذا الباب على نموذج الانحدار البسيط Simple Linear regression model .

٣٣-٢ نموذج الانحدار الخطي البسيط

٣٣-٢-١ النموذج الإحصائي

(1) في نموذج الانحدار السببي نفترض أن المتغير التابع (١) ص ر
Dependent variable له علاقة خطية مع المتغير المستقل س ر
Independent على الصورة:

ص ر = أ + ب س ر + خ ر ، ر = ١ ، ٢ ، ... ن (٣٣-١)

(2) س ١ ، س ٢ ، ... سن قد تكون متغيرات عشوائية وقد تكون قيم ثابتة تحدد
بمعرفة الباحث.

(3) خ ١ ، خ ٢ ، ... خن متغير غير معروف وغير مرئي
Unobservable ويفترض أن هذه الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي
بمتوسط صفر وتباين غير معلوم σ^2 .

(4) أ ، ب معالم المجتمع وهي غير معروفة.

٣٣-٢-٢ اختبار فرض الاستقلال

غالباً ما يثار اختبار فرض الاستقلال بين متغيران س ، ص . ويعتبر

المتغير ص مستقلاً عن س إذا كان توزيع ص لا يتغير مهما كانت قيمة س .
وهذا يعني أن متوسط ص يكون هو نفسه لكل قيمة من قيم س ، ويعني ذلك ،
في حالة الانحدار الخطي أن ب = صفر .
الفروض:

ف ٠ : ب = صفر

ف ١ : ب > صفر أو

ب < صفر أو

ب ≠ صفر

أحصاء الاختبار

في حالة توفر شروط النموذج فإن توزيع المعاينة للمقدر (ب) وهو معامل
الانحدار المحسوب من العينة - يتبع التوزيع الطبيعي متوسطة (ب) وهو
معامل الانحدار في المجتمع - وانحراف معيارى:

$$\sigma_{\text{ب}} = \frac{\sigma_{\text{خ}}}{\sqrt{\text{مج} (س - س)}} \quad (2-33)$$

حيث $\sigma_{\text{خ}}$ الانحراف المعياري للخطأ العشوائي ويطلق عليه البعض : الخطأ
المعياري للتقدير Standard error of estimate أو الانحراف المعياري
للمتغير ص لقيم ثابتة للمتغير س Standard deviation of y for fixed x
وغالباً لا يكون $\sigma_{\text{خ}}$ معلوماً ويتم تقديره من العينة باستخدام أي من الصيغ
التالية:

$$\frac{\frac{b \pm s}{\sqrt{n-1}}}{\frac{b \pm s}{\sqrt{n-1}}} =$$

حيث s الانحراف المعياري المقدّر من العينة ويحسب من الصيغة (٣-٣١)
توزيع المعاينة
الإحصاء s بعاليه يتبع توزيع t بدرجات حرية $n - 2$ ، وإذا كان σ^2 معلوماً فإن الإحصاء s يتبع التوزيع الطبيعي.

تطبيق (٣-٣١)

البيان التالي يعرض العلاقة بين مصروفات الدعاية وإيرادات المبيعات:

٥	٤	٣	٢	١	مصروفات الدعاية (ألف)
٤	٢	٢	١	١	إيرادات المبيعات (مليون)

والمطلوب اختبار فرض الاستقلال بين مصروفات الدعاية والمبيعات بمستوى معنوية ٥٪

الحل : نعتبر s هو المتغير المستقل (مصروفات الدعاية) ، s المتغير التابع (المبيعات) .

ف٠ : $b =$ صفر

ف١ : $b -$ صفر

س	ص	س ٢	ص ٤	ص	٢(ص-ص)
١	١	١	١	٠,٦	٠,١٦
٢	١	٤	١	١,٢	٠,٠٠٩
٣	٢	٩	٤	٢,٠	٠,٠٠٠
٤	٢	١٦	٤	٢,٧	٠,٤٩
٥	٤	٢٥	١٦	٣,٤	٠,٣٦
١٥	١٠	٥٥	٢٦		١,١

$$(٣١-٣)$$

$$١,٥٨١ = \text{ء س}$$

$$(٢٣-١)$$

$$٠,٧ = \text{ب}$$

$$(٢٤-١)$$

$$١- = \text{أ}$$

$$(٢٢-١)$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

$$٠,٧ + ١- = \text{س}$$

$$(٣-٣٣)$$

$$٠,٣٦٧ = ٣ / ١,١ = \text{ء}$$

$$٠,٦٠٥ = \text{ء خ}$$

$$٠,٧ \sqrt{١,٥٨١} / ٤$$

$$(١١-٣٣)$$

$$\text{ص} = \frac{٣,٦٥٩}{٠,٦٠٥}$$

$$\text{ومن جدول توزيع ت نجد أن ت ٣ (٠,٩٧٥) = ٣,١٨٢}$$

وبذلك نرفض فرض الاستقلال.

٣-٢-٣٣ اختبار الفروض حول معامل الانحدار

بصفة عامة لاختبار الفرض بأن معامل الانحدار يساوى قيمة معينة ،
نستخدم الاحصاء الموضح بالصيغة (٩-٣٣) ويمكن عرضها أيضاً كما يلي:

$$ص = \frac{(ب-ب) \sqrt{١-ن}}{٦} = \frac{(١٢-٣٣)}{٦}$$

وهذا الإحصاء يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢.

تطبيق (٢-٣٣)

يقوم أحد مراكز التحليل المالي بإحدى المؤسسات بدراسة بشأن تحديد
تكلفة الوحدة المنتجة . ولهذا الفرض تم جمع البيانات التالية من عينة عشوائية
وهي تعبر عن الانتاج الشهرى والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الانتاج .
والمطلوب اختبار الفرض بأن نصيب الوحدة من التكلفة المتغيرة (معامل
الانحدار يزيد عن ٢٦٠ جنيهاً.

حجم الانتاج	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية (ألف)	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل : ليكن س المتغير المستقل وهو حجم الإنتاج ، ص المتغير التابع وهو
التكلفة الكلية.

$$ف : ٠ : ب = ٠,٢٦٠$$

$$ف١ : ب < ٠,٢٦٠$$

$$ع = ١٨,٧٠٨ (٣١-٣)$$

$$ب = ٠,٢٦٥٧ (٢٣-١)$$

$$ع = (٢ - ١) \text{ محص } ٢ = (٠,٩٩ - ١)(٢١٠٥) = ٢١,٠٥ (٦-٣٣)$$

$$ص = \frac{\sqrt{١-٦} \times ١٨,٧٠٨ \times (٠,٢٦٠ - ٠,٢٦٥٧)}{٤,٥٨٨} = ٠,٠٥٢$$

من الصيغة (١٢-٣٣)

$$وباستخراج جدول ت نجد أن ت٤ = (٠,٩٧٥) = ٢,٧٧٦$$

وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم والذي يعني أن التكلفة ٢٦٠ أو أقل.

٣٣-٢-٤ تقدير معامل الانحدار في المجتمع

لتقدير معامل الانحدار في المجتمع بفترة ثقة ١ - م نستخدم الحدود

التالية:

$$(١٣-٣٣) \quad (ب١, ب٢) = ب \pm ت-٢ (١ - م / ٢) ع ب$$

(٢٣-١) حيث ب معامل الانحدار من العينة ويحسب بالصيغة

(٨-٣٣) ع ب الانحراف المعياري للمعامل ب ويحسب بالصيغة

ت-٢ معامل الثبات من توزيع ت بدرجات حرية ت-٢.

تطبيق (٣-٣٣)

المطلوب تقدير نصيب الوحدة المنتجة من التكاليف المتغيرة في التطبيق

(٢-٣٣) وذلك بدرجة ثقة ٩٠٪

الحل:

باستخدام الصيغة (١٣-٣٢) والنتائج التي تم التوصل إليها عند حل التطبيق

(٢-٣٣) فإن حدى الثقة لمعامل الإنحدار.

$$\text{حدى الثقة} = ٠,٢٦٥٧ \pm \text{ت} ٤ (٠,٩٥) \text{ عب}$$

$$= ٠,٢٦٥٧ \pm ٢,١٣٢ (٠,١٠٩٧)$$

$$= ٠,٢٦٥٧ \pm ٠,٢٣٣٩$$

$$= (٠,٠٣٢, ٠,٥)$$

$$\text{حيث عب} = \text{ع} / \text{خ} - \text{ن} ١ \quad (٨-٣٣)$$

$$= ٤,٥٨٨ / ٠,١٠٩٧ = ٤١,٨$$

٥-٢-٣٣ اختبار الفرض حول أ:

لاختبار الفرض أ = أ٠ نستخدم الإحصاء:

$$\text{أ} - \text{أ}٠$$

$$(١٤-٣٣)$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{أ}}$$

$$\text{حيث أ} = \text{ص} - \text{ب} \text{ س} \quad (٢٤-١)$$

$$(١٥-٣٣)$$

$$\text{ع} = \text{أ} \text{ خ} \sqrt{\frac{١}{\text{ن}} + \frac{\text{س}^٢}{\text{ع}^٢} - \text{ن}} \quad (١-٣٣)$$

حيث ع خ سبق تعريفها في (٣-٣٣) - (٦-٣٣)

والإحصاء ص يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢.

٦-٢-٣٣ تقدير أ

لتقدير المعامل أ بفترة ثقة ١ - م نستخدم الصيغة:

$$(أ١، أ٢) = أ \pm ت ن-٢ (١ - م / ٢) ع أ \quad (١٦-٣٣)$$

حيث أ هو قيمة المعامل كما نحصل عليها من العينة بالصيغة:

$$(٢٤-١)، ع أ الخطأ المعياري للمعامل أ \quad (١٥-٣٣)$$

٧-٢-٣٣ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

يعد تقدير متوسط قيمة التابع ، أو الاستجابة (ص) لقيمة معينة للمتغير المقدر أو المستقل (س٠) من أهم أهداف الباحث في تحليل الانحدار . والصيغة التالية تعرض حدود فترة الثقة ١ - م لتقدير متوسط الاستجابة ص:

$$(ص١، ص٢) = ص ١ ت ن-٢ (١ - م / ٢) عص \quad (١٧-٣٣)$$

$$\text{حيث ص} = أ + ب س٠ \quad (١٨-٣٣)$$

$$ع ص = ع \sqrt{\frac{١}{ن} + (س٠ - س) / (س٠ - س) ع٢ / (ن-١)} \quad (١٩-٣٣)$$

حيث ع خ سبق عرضها في (٣-٣٣) - (٦-٣٣)

تطبيق (٤-٣٣)

في التطبيق (٣٣ - ٢) الخاص بالعلاقة بين التكلفة وحجم الانتاج ، المطلوب تقدير متوسط التكاليف الكلية لإنتاج حجمه ٣٣ وحده ، وذلك بدرجة

ثقة ٩٥ %

الحل:

يراجع حل التطبيق (٣٣ - ٢)

$$ب = ٠,٢٦٥٧$$

$$أ = \overline{ص} - \overline{ب س}$$

$$٨,٨٦٧ = (٣٥) ٠,٢٦٥٧ - ١٨,١٦٧ =$$

إذا كان حجم الانتاج ٣٣ وحدة فإن التكاليف الكلية تقدر كالاتي (٣٣ - ١٨)

$$ص^أ = أ + ب س$$

$$١٧,٦٣٥ = (٣٣) ٠,٢٦٥٧ + ٨,٨٦٧ =$$

$$عص^أ = ٤,٥٨٨ + ٦/١ (٣٥-٣٣) + ٣٤٩,٩٨٩ / (٥) = ١,٨٨٦$$

وباستخدام الصيغة (٣٢-١٧) تكون:

$$\text{حدود الثقة} = ١٧,٦٣٥ \pm ٢,٧٧٦ (١,٨٨٦)$$

$$٥,٢٣٥ + ١٧,٦٣٥ =$$

$$= (١٢,٤ ، ٢٢,٨٧) .$$

٣٣-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع:

لاختبار الفرض بأن القيمة المقدرة ص تساوى قيمة معينة ص نستخدم الإحصاء

ص:

$$ص = \frac{ص^أ - ص}{ع ص^أ} \quad (٣٣-٢٠)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن-٢

حيث ء ص سبق تعريفها في (١٩-٣٣)

ص^٨ = أ + ب س كما سبق تعريفها بالصيغة (٢٢-١) وهي تكافئ:

$$\text{ص}^{\text{٨}} = \overline{\text{ص}} + \text{ب} (\text{س} - \overline{\text{س}}) \quad (٢١-٣٣)$$

الفصل ٣٤

الاستقراء حول البيانات

Data

١-٣٤ العشوائية

١-١-٣٤ الدفعات

٢-١-٣٤ اختبار الدفعات

٣-١-٣٤ الاختبار الطبيعي

٢-٣٤ القيم المتطرفة

١-٢-٣٤ اختبار ديكنسون

الفصل الرابع والثلاثون

الاستقراء حول البيانات

Data

من البيانات نحصل على المعلومات ، وحتى تكون الأخيرة صحيحة يجب أن تكون الأولى صالحة . وبحصر إهتمامنا نحو قضية الاستقراء نجد العديد من المتطلبات والشروط التي يجب توفرها في البيانات المقدمة لهذا الغرض . مثل شرط التوزيع الطبيعي ، وتجانس التباينات ، والعلاقة الخطية ، ... الخ.

وقد عرضنا في هذا الكتاب الكثير من الأساليب الموجهة للتحقق من هذه الشروط.

ولا تزال البيانات في حاجة إلى تنقيح وتهذيب Revision فهناك العديد من الموضوعات التي يجب فحصها حتى تطرح البيانات ثماراً ناضجة صالحة، ومن أهم هذه الموضوعات:

-التحقق من العشوائية Randomization

-القيم المتطرفة Outliers

-معالجة البيانات المفقودة Missing data

-البتر Trimming

-التسوية Winsorizing

وفي هذا الباب نكتفى بمعالجة* الموضوعان الأول والثاني ، العشوائية والقيم المتطرفة.

٣٤-١ العشوائية

العشوائية مطلب أساسي في كل أساليب الإستقراء أيا كانت سواء تعلق الأمر بتقدير خصائص المجتمع أو اختبارات الفروض وسواء كانت الأساليب معلمية أو لامعلمية . فالمعينة العشوائية تحقق لنا الموضوعية وتبعدنا عن الذاتية والتحيز ، وهي تقدم لنا عينة يمكن وصفها بأنها ممثلة للمجتمع وتصلح لتعميم النتائج على هذا المجتمع - وتمكن من قياس درجة الدقة في هذه النتائج - وأكثر من ذلك فهي تمكن من التحكم في هذه الدقة وزيادتها إلى الدرجة التي نرغبها - أما في حالة استخدام عينة غير عشوائية فلا نطمح في تحقيق شئ من ذلك.

ولاختبار العشوائية نستخدم الدفعات. Runs

٣٤-١-١ الدفعات Runs

بفرض أن هناك صف انتظار به عشرة أشخاص ، خمسة منهم ذكور (ذ) وخمسة أناث (ث) وبفرض أن ترتيبهم بالصف كان كما يلي:

أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ

بداية لا يعد ذلك ترتيباً عشوائياً حيث أن هذا الترتيب يعرض تبديلاً أو خلطاً Mix كاملاً بين الجنسين.

- لمجموعة من القيم ثم إعطاء كل منها إشارة لتقسيمها مثلاً:
- + لقيم أكبر من أو تساوى الوسيط.
- للقيم أصغر من الوسيط.

٣٤-١-٢ اختبار الدفعات Runs test

يستخدم لاختبار العشوائية.

الإفترضات:

- ١- المعاينة عشوائية (إذا لم تكن المعاينة جزءاً من العملية المطلوب اختبار العشوائية بشأنها.
- ٢- البيانات المتاحة للتحليل تتكون من متسلسلة Sequence من المشاهدات ، مدونة حسب ترتيب حدوثها.
- ٣- من الممكن تقسيم البيانات تقسيماً ثنائياً إلى نوعين ، وليكن n_1 عدد المشاهدات من النوع الأول ، n_2 عدد المشاهدات من النوع الثاني ، $n =$ حجم العينة الكلي.

الفرض : قد يكون من جانبيين (غير موجه)

ف٠ : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة غير عشوائية.

وقد يكون الفرض من جانب واحد (موجه)

ف٠ : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة مختلطة Mixed أو

ف١ : المتسلسلة مُعَنَقَدَة. Clustered

احصاء الاختبار

د : وهو عدد الدفعات الكلي.

توزيع المعاينة

الإحصاء (د) له توزيع خاص - وجداول (جدول - ٢٣) والجدول مقسم إلى مجموعتين : المجموعة الأولى تعطي احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل.

المجموعة الثانية : وتستخدم في حالة $n = 1$ و $n = 2$ ولحجم أكبر من ١٠ ويلاحظ أن الأعمدة هنا مقسمة إلى قسمين:

-الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ ، ٠,٠٠١ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٥ ، تعطي عدد الدفعات د بحيث أن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود.

-الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ ، ٠,٩٧٥ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٥ ، تعطي عدد الدفعات بحيث أن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه أقل من الاحتمالات ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠٥ ، على التوالي.

تطبيق (٣٤-١)

في مصنع لانتاج المواسير الصلب تم قياس قطر الماسورة في عينة من ٥٠ وحدة ، وقد وجد أن هناك ١٤ دفعة أكبر وأقل من الوسيط . والمطلوب اختبار الفرض بأن الماكينة تنتج مواسير تختلف أقطارها بصورة عشوائية.

الحل:

حيث أن نصف المشاهدات أكبر من الوسيط ونصفها الآخر أكبر منه ، فإن $n = 25$

وبالرجوع لجدول ٢٣ نجد أن:

$$١٨ = (٠,٠٢٥) ٢٥,٢٥د$$

$$٣٣ = (٠,٩٧٥) ٢٥,٢٥د$$

وحيث أن عدد الدفعات المشاهدة هو ١٤ ويقع في منطقة الرفض - لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن الاختلافات في الأقطار عشوائية.

تطبيق (٢-٣٤)

أراد أحد الباحثين الاجتماعيين اختبار الفرض بأن الأطفال الصغار بالمدارس الابتدائية يميلون إلى التجمع حسب الجنس وقد لاحظ الباحث صف انتظار الطلبة أمام المقصف وكان تكوينه كما يلي (ذ للذكر ، أ للإنتى).

ذ ذ أ أ أ ذ أ أ أ أ أ ذ ذ أ

والمطلوب اختبار فرض الباحث بمستوى معنوية ٥%

الحل:

ف٠ : تكوين الأطفال في الصف عشوائي.

ف١ : الأطفال يميلون إلى التجمع حسب الجنس.

من تكوين صف الانتظار نجد أن $n = ١٨$ وهو عدد الذكور (اختياري) ،
 $n = ٢ = ١٠$.

عدد الدفعات $d = ٦$

من جدول ٢٣ وعند $n = ١٨$ ، $n = ٢$ ، $d = ٦$ ،

$$٠,٠٤٨ = (d \geq ٦)$$

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض الباحث.

٣-١-٣٤ الاختبار الطبيعي

إذا كانت ن ١ ، ن ٢ كلاهما أكبر من ١٠ فإن الاحصاء:

$$ص = \frac{د - د}{د \sigma} \quad (١-٣٤)$$

يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري ، حيث:

$$د = ١ + \frac{٢ \text{ ن } ١ \text{ ن } ٢}{٢ \text{ ن } + ١ \text{ ن}} \quad (٢-٣٤)$$

$$\Sigma ٢ = \frac{٢ \text{ ن } ١ \text{ ن } ٢ (٢ \text{ ن } - ١ \text{ ن } - ٢ \text{ ن } ١ \text{ ن } ٢)}{(١ - ٢ \text{ ن } + ١ \text{ ن}) - ٢ (٢ \text{ ن } + ١ \text{ ن})} \quad (٣-٣٤)$$

تطبيق (٣-٣٤)

قام أحد المحاسبين بسحب عينة من ٢٥ حساباً لمراجعتها ، وكانت

أرصدها حسب ترتيب اختيارها (بالآلف):

12	35	40	37	38	18	26
28	30	45	57	73	52	47
24	46	38	60	25	29	36
20	36	78	68			

والمطلوب اختبار ما إذا كانت العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥.٠ %

الحل:

١- إيجاد الوسيط:

12	18	20	24	25	26	28
29	30	35	36	36	37	38
38	40	45	46	47	52	57
60	68	73	78			

الوسيط = ٣٧

٢- نعطي إشارة (+) للقيم الأكبر من الوسيط أو تساويه وإشارة (-) للقيم أقل من الوسيط.

-	-	+	+	+	-	-
-	-	+	+	+	+	+
-	+	+	+	-	-	-
			-	-	+	+

عدد الدفعات د = ٨ ، ن١ = ١٢ ، ن٢ = ١٣

$$د = ١ + \frac{(١٢) ٢ (١٣)}{١٢ + ١٣} = ١٣,٤٨$$

$$\Sigma ٢ = \frac{(١٢) ٢ (١٣) - (١٢ - ١٣) (١٣ - ١٢)}{(١٢ + ١٣)^٢ (١ - ١٣ + ١٢)} = ٥,٩٧$$

٢,٤٤٣ = د٥

$$ص = \frac{١٣,٤٨ - ٨}{٢,٤٤٣} = ٢,٢٤٣$$

وهو أقل من - ١,٩٦ ولذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن العينة عشوائية.

تطبيق (٤-٣٤)

في دراسة لدخل الأسرة تم اختيار ٢٥ أسرة ، وسجلت دخولها السنوية وكانت كما يلي (ألف جنيه):

12	16	9	21	5	8
15	13	9	14	18	17
20	6	10	19	16	7
11	12	13	8	17	8
13					

والمطلوب اختبار الفرض بأن العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥.٠ %

الحل:

$$\text{الوسيط} = 13$$

٢- الاشارات

-	+	-	+	-	-
+	+	-	+	+	+
+	-	-	+	+	-
-	-	+	-	+	+

$$ن = 2 = 13$$

$$ن = 1 = 12$$

$$د = 16$$

$$د = 13,48$$

$$\sigma = 2,443$$

$$ص = \frac{16 - 13,48}{2,443} = 1,031$$

وحيث أنه أقل من ١,٩٦ لا نستطيع رفض أن العينة عشوائية.

٣٤-٢ القيم المتطرفة

قبل البدء في تحليل بيانات العينة ، من المفيد التأكد من أن البيانات مقبولة ولا يوجد شك في بعضها باعتبارها متطرفة . هذه القيم المتطرفة قد يصادفها الباحث بعد جمعه للبيانات ، وعليه الحذر بشأنها قبل إجراء أية تحليلات إحصائية . وفي البداية على الباحث أن يقوم بمراجعة إجراءات الحصول على هذه القيم المتطرفة ، فقد يكون هناك أخطاء في إجراءات جمعها أو في قياسها...

فإذا ما تم إكتشاف سبب واضح ومقبول لذلك التطرف ، فإنه يمكن حذفها دون مخاطر . أما إذا لم يكتشف الباحث سبباً مقبولاً لذلك عليه اللجوء إلى الاختبارات الإحصائية . ويوجد عدة اختبارات إحصائية في هذا الصدد . إن القيمة المتطرفة يمكن استبعادها إذا تبين أن هناك احتمال ضئيل لانتسابها للمجموعة.

٣٤-٢-١ اختبار ديكسون

قدمه ديكسون Dixon عام ١٩٥٠ لاختبار القيم المتطرفة.

الفروض:

ف٠ : القيمة المتطرفة تنتمي للمجتمع.

ف١ : القيمة لا تنتمي للمجتمع.

إحصاء الاختبار

إحصاء الاختبار يتكون من نسبة الفرق بين القيمة المتطرفة وقيمة مجاورة إلى المدى (بين المشاهدات كلها أو بعد استبعاد قيمة أو قيمتان) . إن القيم المختارة لحساب هذه النسبة تختلف باختلاف حجم العينة ، وهي موضحة بالجدول ٢٢ والخاص بتوزيع إحصاء ديكسون والذي يعرض عدة مئينيات لتوزيع المعاينة.

ملاحظات:

- ١- قيم س ١ في الجدول يمكن أن تكون أكبر قيمة أو أصغر قيمة في العينة.
- ٢- قيم س قد تكون القيم المشاهدة الفردية أو المتوسطات لعينات متساوية الحجم.
- ٣- المئينات المعروضة بالجدول تفترض أن المشاهدات مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي.

تطبيق (٣٤-٥):

لمجموعة القيم ٣١٦ ، ١٤٧ ، ١٦٧ ، ١٥٩ المطلوب اختبار أن القيمة ٣١٦ تعد متطرفة بمستوى معنوية ٥٪

الحل:

نرتب القيم س ١ ، س ٢ ، س ٣ ، س ٤

٣١٦ ، ١٦٧ ، ١٥٩ ، ١٤٧

بالرجوع لجدول ٢٢ وعند ن = ٤ نجد أن الاحصاء يحسب من الصيغة:

$$Y = \frac{S_2 - S_1}{S_n - S_1}$$

$$= \frac{316 - 167}{316 - 147} = 0,882$$

وحيث أنها أكبر من القيمة الحرجة ٠,٧٦٥ نرفض فرض العدم والذي يقضي أن القيمة ٣١٦ لمجتمع الدراسة.

تطبيق (٦-٣٤):

لمقارنة نوعين من الأغذية ، قام أحد الباحثين بتغذية أزواج متناظرة Pairs من الأرانب - وقد سجلت الزيادة في وزن كل منها . وفيما يلي بيان بالفروق بين الوحدات المتناظرة.

٣ ، ١٨ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٦ ، ٦

وقد لوحظ أن هناك فرق كبير بين أحد الأزواج وهو (-١٨) مما يدعو للشك فيها . والمطلوب اختبار الفرض بأنها تعد قيمة منطرفة وذلك بمستوى معنوية ٥%

الحل:

نرتب القيم س١ ، س٢ ، س ن-١ ، س ن
بالرجوع لجدول ٢٢ حيث ن = ١٠ نجد أن الإحصاء:

$$U = \frac{S_2 - S_1}{S_n - S_1}$$

$$0,833 = \frac{20}{24} = \frac{(18-) - 2}{(18-) - 6} =$$

وهي أكبر من القيمة الحرجة ٠,٤٧٧ ولذا نرفض فرض العدم ونقبل اعتبار هذه القيمة متطرفة ، وأنها لا تنتمي للمجتمع محل الدراسة ويمكن استبعادها.

الجزء الرابع

صنع القرارات

الفصل ٣٥ : نماذج صنع القرارات

الفصل الخامس والثلاثون

نماذج صنع القرارات

مقدمة

تعد وظيفة صنع القرارات أحدث وظائف علم الإحصاء وتتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ،) يراد تحقيقه وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقي . ويجب ملاحظة أن صنع القرار يتميز عن صنع القرارات السابق عرضها كما في حالة التقدير واختبارات الفروض وغيرها ، حيث يوجد هدف يراد تحقيقه . نعرض هنا إطار مختصر لهذه الوظيفة ، حيث تعد خارج نطاق مستوى الكتاب .

إن عملية صنع القرار تستلزم تحديد النموذج الملائم والعناصر التي يلزم توفيرها وهي :

- ١ هدف محدد أو عدة أهداف وغالبا ما يكون هدف اقتصادي (وقد يكون هناك أهداف أخرى لمراعاة الاعتبارات الاجتماعية والنفسية والسياسية)
- ٢ بيان بكل البدائل (الأنشطة) المتاحة
- ٣ العائد outcome المتعلق بكل نشاط
- ٤ الاحتمال المتعلق بكل عائد
- ٥ تقييم للنتائج المتعلقة بكل تشكيلة (خطة) من البدائل وعوائدها

٦ القيود المفروضة على الحل (الطاقة الإنتاجية ، التسويقية ، التخزينية ، العمالة ،)

٧ العلاقة بين القيود والأنشطة

٨ قاعدة لإتخاذ القرار الأمثل criterion for decision

٩ أسلوب لتقييم كل البدائل وفقا لقاعدة القرار

نماذج صنع القرار يتم تقسيمها إلى أربعة مجموعات رئيسية :

(أ) نماذج التأكد certainty ، وفيها تتوفر عائد واحد لكل خطة بديلة والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر عائد ممكن

(ب) نماذج المخاطرة Risk أو النماذج العشوائية Stochastic أو الإحتمالية وفيها يمكن الحصول على عدة عوائد مختلفة للخطة ، ولكن يمكن وصفها بتوزيع إحتمالى والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر قيمة متوقعة للعائد

(ج) نماذج عدم التأكد Uncertainty

العائد من الخطة يكون غير معلوم ، ولا يمكن وصفه بتوزيع إحتمالى وفى هذه النماذج توجد عدة قواعد لإتخاذ القرار ، أهمها :

١ قاعدة التفاؤل Optimism أو أكبر الأكر Maximax (١٩٥١) (Hurwicz,L.

٢ قاعدة التشاؤم Pessimism أو أكبر الأقل Maximin (١٩٤٥) (Wald,A.

٣ قاعدة الأسف Minimax Regret (١٩٥١) Savage L. . ويقصد بالأسف هنا تكلفة الفرصة بمعنى التكلفة التى يتحملها صانع القرار بسبب عدم تمكنه من إختيار أفضل فرصة ، بسبب عدم معرفة بحالة الطبيعة

٤ قاعدة لابلاس : في حالة الجهل التام باحتمالات الأحداث ، يفترض تساوى احتمالات هذه الأحداث ، وبذلك تتحول المشكلة إلى نموذج المخاطرة .

(د) نماذج المنافسة Competition وفيها يواجه صانع القرار بمنافس يعلم سياساته و يتصرف ضده بحكمة .

هذه النماذج تنتمي إلى نظرية المباريات Games Theory .
في بعض نماذج المباريات تستخدم قاعدة التشاؤم Pessimism وفي بعض النماذج الأخرى تستخدم إستراتيجية الخلط Mixed Strategy

النماذج والأساليب الشائعة

* إن صنع القرارات عملية يهتم بها عدة تخصصات ، كلها تتبع علم الرياضيات – وهذه التخصصات هي :

(١) نظرية القرارات الإحصائية Statistical decision theory

(٢) نظرية القرارات Decision theory

(٣) بحوث العمليات Ooerations Research

ويمكن اعتبار نظرية القرارات – والتي تعد إمتدادالنظرية القرارات الإحصائية – تختص بالنظريات والمبادئ أى منطق صنع القرارات . أما بحوث العمليات فهي تحوى النماذج والأساليب التى تستخدم فعلا فى صنع القرارات . أى أنها تعد منفذا لمنطق نظرية القرارات .

المراجع References

- Armitage, P. and Berry, G. (1987), Statistical Methods in Medical Research, Blackwell Scientific Publications, Oxford, London.
- Bailey, J.R. (1981), Statistical auditing, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York.
- Barnett, V. (1982), Comparative Statistical Inference, John Wiley & Sons, Chichester, New York.
- Berger, J.O. (1980) Statistical Decision Theory, Springer Verlag, New York.
- Bhattacharyya, G.R. and Johnson, R.A. (1977), Statistical Concepts and Methods, John Wiley & Sons, New York.
- Berenson, M.L. et al. (1983), Intermediate Statistical Methods and Applications, A Computer Package Approach, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Bishop, Y.M. et al. (1975), Discrete Multivariate Analysis, The MIT Press, Cambridge.

- Blalock, H.M. (1979), Social Statistical, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.
- Bradley, V. (1968), Distribution-Free Statistical Tests, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Bruning, J.L. and Kintz, B.L. (1987), Computational Handbook of Statistics, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, London.
- Bryson, M.C. and Heiny, R.L. (1981), Basic Inferential Statistics, Prindle, Weber & Schmidt, Boston.
- Choi, S.C. (1978), Introductory Applied Statistics in Science, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Crow, E.L. et al. (1960), Statistics Manual, Dover Publications, Inc., New York.
- Conover, W.J. (1980), Practical Non-Parametric Statistics, John Wiley & Sons, New York.

- Daniel, W.W. (1987), *Biostatistics : A Foundation for Analysis in the Health Sciences*, John Wiley & Sons, New York.
- Daniel, W.W. (1978), *Applied Non-Parametric Statistics*, Houghton Mifflin Co., Boston.
- Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1977), *Statistical Methods in Research and Production*, Longman, London and New York.
- Dixon, W.J. and massey, F.J. (1983), *Introduction to Statistical Analysis*, Mc Graw-Hill Book Co., Auckland, London, Tokyo.
- Delaunois, A.L. (ed.), (1973), *Biostatistics in Pharmacology*, Pergamon Press, Oxford, 1973.
- Everitt, B.S. (1977), *The Analysis of Contingency Tables*, Chapman and Hall, London.
- Ferguson, G.A. (1976), *Statistical Analysis in Psychology & Education*, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

- Fleiss, J.L. (1981), Statistical Methods for Rates and Proportions, John Wiley & Sons, New York.
- Fisher, R.A. and Yates, F. (1963), Statistical Tables, Longman, London.
- Garrett, H.E. (1966), Statistics in Psychology and Education, Vakils, Feffer and Simon Ltd., Bombay.
- Gibbons, J.D. (1976), Non-Parametric Methods for Quantitative Analysis, Holt, Rinhart, Winston, New York.
- Glass, G.V. and Stanley, T.C. (1970), Statistical Methods in Education and Psychology, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York.
- Goodman, L.A. and Kruskal, W.H. (1979), Measures of Association for Cross Classification, Springer-Verlag, New York.
- Gomez, K.A. and Gomez, A.A. (1984), Statistical Procedures for Agricultural Research, John Wiley and Sons, New York.

Guenther, W.C. (1973), Concepts of Statistical Inference, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

Goon, A.M. et al. (1983), Fundamentals of Statistics, The World Press Private Ltd., Calcutta.

Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978), Fundamental Statistics in Psychology and Education, Mc Graw-Hill Kogakush, Ltd., Tokyo.

Harshbarger, T.R. (1977), Introductory Statistics, A Decision Map, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Hays, W.L. (1973), Statistics for the Social Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.

Hietzman, W.R. and Mueller, F.W. (1980), Statistics for Business and Economics, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

Hoel, P.G. (1984), Introduction to Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York.

Huntersberger, D.V. and Billingsley, P. (1977), Elements of Statistical Inference, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

- Iman, R.L. and Conover, W.J. (1983), Modern Business Statistics, John Wiley & Sons, New York.
- Kendall, M.G. (1975), Rank Correlation Methods, Charles Griffin & Company Ltd., London.
- Kendall, M.G. and Stuart, A. (1961), The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, Charles Griffin & Co., London.
- Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979), Statistical Methods in Education and Psychology, Springer-Verlag, New York.
- Langley, R. (1979), Practical Statistics, Pan Books, London, Sydney.
- Larson, H.J. (1982), Introduction to Probability Theory and Statistical Inference, John Wiley & Sons, New York.
- Lavalle, I.H. (1978) Fundamentals of Decision analysis, Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Lehmann, E.L. (1959), Testing Statistical Hypotheses, John Wiley & Sons, Inc., New York.

- Levy, S.G. (1968), *Inferential Statistics for the Behavioral Sciences*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.
- Loether, H.J. and McTavish, D.G. (1980), *Descriptive and Inferential Statistics*, Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- Lowe, C.W. (1968), *Industrial Statistics*, Business Book Limited, London.
- Marascuilo, L.K. and Mc Sweeney, M. (1977), *Non-Parametric and Distribution Free Methods for the Social Sciences*, Brooks / Cole Publishing Company Monterey, California.
- Matheson, D.W. et al. (1978), *Experimental Psychology*, Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Maxwell, M.A. (1961), *Analysing Qualitative Data*, Chapman and Hall, London.
- Mc Nemar, Q. (1955), *Psychological Statistics*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

- Mood, A.M. et al. (1974), Introduction to the Theory of Statistics, Mc Graw Hill, Inc., Auckland, London, Tokyo.
- Mosteller, F. and Rourke, R.E. (1973), Sturdy Statistics, Addison-Wesley Publishing Co., California, London.
- Mosteller, F. and Tukey, J.H. (1977), Data Analysis and Regression, Addison-Wesley Publishing Company, California, London.
- Nie, N.H. et al. (1975), SPSS Statistical Packages for the Social Sciences, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- Null, C.H. and Nie, N.H. (1981), SPSS Update 7-9, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- Ostle, B. and Mensing, R.W. (1975), Statistics in Research, Oxford & IBH Publishing Co., New Delhi.
- Pearson, E.S. and Hartley, H.D. (1976), Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1, Biometrika Trust, England.
- Pratt, J.W. and Gibbons, J.D. (1981), Concepts of Non-Parametric Theory, Springer-Verlag, New York, Berlin.

Quenquille, M.H. (1972), Rapid Statistical Calculations,
Griffin, London.

Raiffa, H. and Schlaiffer, R. (1961) Applied Statistical Decision
Theory, Division of Research .Harvard
University, Boston.

Saxina, H.C. and Surendran, P.U. (1967), Statistical Inference,
S. Chand & Co., Delhi, New Delhi.

Siegel, S. (1956), Non-Parametric Statistics, for the
Behavioral Sciences, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd.,
Tokyo.

Silk, J. (1979), Statistical Concepts in Geography, George
Allen & Unwin, London.

Silvey, S.D. (1975), Statistical Inference, Chapman and Hall,
London, New York.

Sprent, P. (1981), Quick Statistics, Penguin Books, England.

- Steel, R.G. and Torrie, J.H. (1980), Principles and Procedures of Statistics, A Biometrical Approach, Mc Graw-Hill Co., Auckland, London.
- Walker, H.M. and Lev, J. (1953), Statistical Inference, Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Walpole, R.E. and Myers, R.H. (1978), Probability and Statistics for Engineering and Scientists, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
- Wetherill, G.B. et al. (1986), Regression Analysis with Applications, Chapman and Hall, London.
- Wonnacott, T.H. and Wonnacott, R.J. (1984), Introductory Statistics for Business and Economics, John Wiley & Sons, New York.

الملاحق

ملحق (١) الرموز

ملحق (٢) الأساليب الإحصائية

ملحق (٣) كشاف التطبيقات

ملحق (٤) الجداول الإحصائية

ملحق (١)

الرموز المستخدمة

أ	عدد حالات الاتفاق في معامل جاما .
أ	الجزء المقطوع من المحور الرأسى في معادلة الانحدار .
أ	إحداثي (ارتفاع) المنحنى الطبيعي المعياري عند نقطة تقسيم .
أ	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفتة .
أ	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفتة .
أ ف م	أصغر فرق معنوي .
ب	معامل الانحدار (البسيط)
ت	ترتيب المجزئ
ت	معامل التصحيح في اختبار بارنلت .
ت	التكرار المتوقع في خلية في الجدول التكراري المزدوج .
ت	معامل التفرطح
ت ن - ١	متغير توزيع ت بدرجات حرية ن - ١ .
ت د ح ب	درجات الحرية الفعالة (اختبار - ت ساترزويت) .
تو	معامل ارتباط كندال .
ث	درجة الثقة (مستوى الثقة أو معامل الثقة أو احتمال الثقة) .
ج	مجموع الرتب المخصصة للمتغير ذو حجم العينة الأصغر (احصاء ولكوكسون - مان وتنى) .

جـ	المجزئ (قد يكون الوسيط- الربيع- العشير- المئين ،....)
ج	نسبة جيني للتركز
جا	معامل ارتباط جاما .
ح	الانحراف الربيعي
ح	الانحراف المتوسط
ح	احتمال .
ح	احتمال الجدول الرباعي المشاهد .
ح	مستوى المعنوية الحقيقي .
ح ن، ق (س)	احتمال س ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
ح ن، ق (س)	الاحتمال المتجمع س أو أقل ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
ح ر	احتمال الفئة بالصف ر
ح . ل	احتمال الفئة بالعمود ل
ح ر ل	احتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .
ح ر ل	احتمال التغير من الحالة ر للحالة ل .
خ	عدد الاختلافات الفعلية
خـ	عدد حالات الاختلاف (في معامل جاما) .
خـ	مجموع مربعات الخطأ (في تحليل التباين) .
د	عدد الدفعات الكلي .
د.أ	دليل الاختلاف الكيفي

د ح	درجات الحرية .
ر	الربيع (يضاف دليل : أحد الأرقام ١ ، ٢ ، ٣)
١ ر	الربيع الأول
٣ ر	الربيع الثالث
ر	معامل ارتباط بيرسون .
ر	معامل ارتباط سبيرمان .
+ ر	معامل الارتباط الرباعي .
ر	معامل ارتباط السلسلتان .
ر	معامل ارتباط السلسلتان الثنائي .
ر ≠	معامل ارتباط السلسلتان للرتب .
ر #	معامل ارتباط السلاسل المتعددة .
ر ١٠٢٣	معامل الارتباط الكلي بين متغير تابع (س ١) ومتغيران مستقلان س ٢ ، س ٣ .
س	متغير ، مركز الفئة
س	المتوسط الحسابي للمتغير س في العينة .
س	المتوسط الحسابي للمتغير س في المجتمع
س	الدرجة المعيارية للقيمة س
س . ل	مجموع قيم المتغير س بالعمود ل
س ر .	مجموع قيم المتغير س بالصف ر
س ..	المجموع الكلي لقيم المتغير س
(س ١ ، س ٢)	حدى الثقة (الحد الأدنى ، الحد الأعلى) .

ش	التكرار المشاهد (الفعلي)
ص	متغير ، إحصاء الاختبار
$\bar{ص}$	المتوسط الحسابي للمتغير ص
$ص^{\wedge}$	معادلة تقدير قيمة ص
$ص^{\wedge}$	قيمة مقدرة للمتغير ص
ط	متغير يتبع التوزيع الطبيعي .
ع ^٢	تقدير تباين المجتمع من العينة
ع ^٢ _م	تقدير التباين من المعاملات .
ع ^٢ _ق	تقدير التباين من القطاعات .
ع ^٢ _خ	تقدير التباين من الخطأ (في تحليل التباين) .
ف	الفرق بين رتب المتغيران
ف	احصاء نسبة التباين .
ف .	فرض العدم
ف ^١	الفرض البديل
ف	دالة تحويل فيشر .
ف	القيمة بعد تطبيق تحويل فيشر .
ف-١	الدالة العكسية لدالة تحويل فيشر .
ق	عدد القطاعات ، عدد الصفوف .
ق	نسبة أو احتمال النجاح في توزيع ذي الحدين .
ق	معامل ارتباط كرامير .
ق	مجموع المربعات بسبب القطاعات .

ق	الرقم القياسي القديم
ق ⁻	الرقم القياسي الجديد
ق.	الرقم القياسي لفترة الأساس
ك	التكرار .
ك	مجموع المربعات الكلي في تحليل التباين .
ك. ل	مجموع التكرارات بالعمود ل
ك ر .	مجموع التكرارات بالصف ر
ك ر ل	التكرار الفعلي بالخلية في الصف ر والعمود ل .
ك ⁻ ر ل	التكرار المتوقع بالخلية في الصف ر والعمود ل .
ك ⁻	التكرار المتوقع .
ل	معامل الثبات.
ل ص س	معامل ارتباط لامدا لتقدير ص من س.
م	المنوال
م	عدد المعاملات ، عدد الأعمدة .
مـ	مستوى المعنوية الإسمي .
م.أ	معامل الاختلاف (C.V.)
ن	عدد المشاهدات ، حجم العينة ، مجموع التكرارات .
ن	حجم المجتمع .
و	معامل ارتباط كندال،
و	إحصاء ولكوكسون ، مجموع الرتب الموجبة
ى	التكرار النسبي للفئة بالمجتمع المعياري .

ى	نسبة الارتباط .
ى	احصاء ديكسون (للقيم المتطرفة)
ىمرس	نسبة الارتباط لإنحدار ص على س
σ	الانحراف المعياري
σس	الانحراف المعياري للمتغير س
σ ^٢ س	تباين المتغير س
σس ⁻	الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي
η	نسبة الارتباط في المجتمع .
∅	معامل ارتباط ثيتا

ملحق (٢)

الأساليب والمقاييس الإحصائية

Analysis of Variance (ANOVA)	تحليل التباين
Analysis of Variance For Ranked Data	تحليل التباين للبيانات المرتبة
Arithmetic Mean	متوسط حسابي
Association , Coefficient of	معامل التوافق
Association , Test For	إختبار التوافق
Average	متوسط
Average Deviation	إنحراف متوسط
Bar Graph	أعمدة بيانية
Bartlett's Test	إختبار بارنلت
Bayes Theorem	نظرية بيز
Bayesian Statistics	إحصاءات بيزيان
Best-Fit Line	خط أفضل توفيق
Beta Distribution	توزيع بيتا
Binomial Distribution	توزيع ذى الحدين
Binomial Test	إختبار ذو الحدين
Biserial Correlation Coefficient	معامل إرتباط السلسلتان
Bivariate Table	الجدول التكرارى المزدوج
Bowker Test	إختبار بوكر

Canonical Correlation	الارتباط الشرعي
Causality Models	نماذج السببية
Centile	مئين
Centile Rank	رتبة مئينية
Central Tendency , Measure of	مقاييس النزعة المركزية
Chi-Square Tesrt	إختبار كا ^٢
Cluster Analysis	التحليل العنقودي
Cluster Sampling	المعاينة العنقودية
Cochran's C	إختبار كوكران (C)
Cochran's Q Test	إختبار كوكران (Q)
Concentration Measures	مقاييس التركيز
Concordance , Coefficient of	معامل الإجماع
Contingency Coefficient	معامل التوافق
Contingency Table	جدول التوافق
Correction for Continuity	تصحيح للاستمرار
Correlated Proportions Test	إختبار النسب المرتبطة
Correlation Coefficient	معامل الارتباط
Correlation Matrix	مصفوفة إرتباطيه
Correlation Ratio	نسبة الارتباط
Covariance Analysis	تحليل التغاير
Cramer's Correlation Coefficient	معامل إرتباط كرامير
Cramer's Correlation Coefficient	معامل إرتباط كرامير

Cumulative Distribution	توزيع تراكمي
Cumulative Frequency	تكرار متجمع
Cumulative Frequency Curve	منحنى تكرارى متجمع
Curve Fitting	توفيق منحنى
Curvilinear Regression	إنحدار غير خطى
Curvilinear Relationship	علاقة غير خطية
Decile	عشير
Decision Making	صنع القرارات
Determination , Coefficient of	معامل التحديد
Discriminant Analysis	تحليل التمايز
Statistical distribution	التوزيع الإحصائى
Dispersion Measures	مقاييس التشتت
Dixon's Test For Outliers	إختبار ديكسون للقيم المتطرفة
Elaboration analysis	التحليل المتقن
Estimation	تقدير
Eta Coefficient	معامل إيتا
F Test	إختبار ف
F max	أكبر نسبة ف
Factor Analysis	تحليل عاملي
F-Distribution	توزيع ف
Fisher's Exact Test	إختبار فيشر الحقيقى
Fisher's Z' transformation	تحويل فيشر

Fourfold Point Correlation	معامل الارتباط الرباعي
Frequency Distribution	توزيع تكرارى
Frequency Polygon	مضلع تكرارى
Friedman's Two-Way Analysis for Ranked Data	تحليل فريدمان للبيانات المرتبة
Gamma Correlation Coefficient	معامل ارتباط جاما
Gamma Test	اختبار جاما
Gart Test	اختبار جارت
Gaussian Curve	منحنى جاوس (الطبعى)
Generalization	التعميم
Geometric Mean	متوسط هندسى
Gini Concentration ratio	نسبة جينى للتركيز
Gompertz Curve	منحنى جومبيرتز
Goodness-of-Fit Test	إختبارات جودة التوفيق
Graphical Presentation	العرض البيانى
Growth Curve	منحنى النمو
H Test	إختبار H
Hartley's Fmax	إختبار هارتلى (ف العظمى)
Histogram	مدرج تكرارى
Homogeneity of Proportions, Test for	إختبار تجانس النسب
Honestly Significant Difference Procedure	فرق معنوية أمين
Hypergeometric Distribution	التوزيع الهيبرجيومترى

Hypothesis Testing	إختبار فرض
Independence, Test for	إختبار الإستقلال
Index of qualitative Variation	دليل الإختلاف الكيفي
Index numbers	الأرقام القياسية
Induction	الإستقراء
Interquartile Range	المدى الربيعي
Interval Estimation	تقدير فترة
Kendall's Coefficient of Concordance	معامل كندال للإجماع
Kendall's Rank Correlation Coefficient	معامل إرتباط الرتب لكندال
Kolmogorov-Smirnov Tests	إختبار كولموجوروف
Kruskal-Wallis H Test	إختبار كروسكال واليز
Kurtosis	تفرطح
Lambda Correlation Coefficient	معامل إرتباط لامدا
Least Squares , Method of	طريقة المربعات الصغرى
Lilliefors Test	إختبار ليليفورز
Line Graph	خط بياني
Line of Best Fit	خط أفضل توفيق
Linear Correlation	إرتباط خطي
Linear Multiple Correlation	إرتباط خطي متعدد
Linear Regression	إنحدار خطي
Linear Transformation	تحويل خطي

Log Linear Models	النماذج اللوغاريتمية الخطية
Lorenz Curve	منحنى لورنز
Mann-Whitney U Test	إختبار مان ويتنى (U)
Matched-Pairs Signed- Ranks test	إختبار الرتب المؤشرة للأزواج المتناظرة
Maximum Likelihood Estimate	تقدير أكبر فرصة
McNemar Test	إختبار مكنمار
Mean	متوسط
Mean Deviation	إنحراف متوسط
Measures Position	مقاييس الموضع
Median	وسيط
Median Test	إختبار الوسيط
Mesokurtosis	تقرطح معتدل
Mode	منوال
Mood Test	إختبار مود
Multiple Comparison test	إختبار المقارنات المتعددة
Multiple Correlation	إرتباط متعدد
Multiple Regression	إنحدار متعدد
Multiserial	معامل ارتباط السلاسل المتعددة
Multistage Sampling	المعاينة متعددة المراحل
Multivariate Statistics	إحصاءات تعدد المتغيرات

Multivariate tables	الجدول المركبة (متعددة المتغيرات)
Nondetermination , Coefficient of	معامل عدم التحديد
Nondirectional Test	إختبار غير موجه
Nonlinear Regression	إنحدار غير خطى
Normal Curve	منحنى طبيعى
Normal Distribution	توزيع طبيعى
Normal Test	الاختبار الطبيعى
Normalization	تطبيع (تحويل للتوزيع الطبيعى)
Ogive	توزيع تكرارى متجمع
Outliers Test	إختبار القيم المتطرفة
Paired comparison	المقارنة الزوجية
Part Correlation	إرتباط الجزء
Partial Correlation	إرتباط جزئى
Path Analysis	تحليل المسار
Pearson Correlation	معامل إرتباط بيرسون
Percentile	مئين
Percentile Rank	رتبة مئينية
Phi Coefficient	معامل فاي
Point Biserial Correlation Coefficient	معامل إرتباط السلسلتان الثنائى
Point Estimation	تقدير بنقطة
Poisson Distribution	توزيع بواسون

Prediction Measures	مقاييس التقدير
Probability	الإحتمال
Product-Moment Correlation Coefficient	إرتباط ضرب العزوم
Pure Significance test	إختبار المعنوية البحتة
Quartile	ربيع
Quartile Deviation	الإنحراف ربعي
Quartile Range	المدى الربيعي
Random Numbers	أعداد عشوائية
Random Sampling	المعاينة العشوائية
Random Test	إختبار العشوائية
Range	المدى
Rank-Correlation Coefficient	معامل إرتباط الرتب
Rates	المعدلات
Ratios	النسب
Regression Analysis	تحليل إنحدار
Relative Change Measures	مقاييس التغير النسبي
Relative Position	مقاييس المركز النسبي
Reliability Index	مؤشر الثبات
Runs Test	إختبار الدفعات
Runs Test	إختبار الدفعات
Sample size	حجم العينة

Semi-Interquartile Range	شبه المدى الربيعي (الإحتراف الربيعي)
Semipartial Correlation	إرتباط شبه جزئي (إرتباط الجزء)
Shppard's Correction	تصحیح شبرد
Significance test	إختبار المعنوية
Sign Test	إختبار الإشارة
Signed-Ranks Test	إختبار الرتب المؤشرة
Simple random sampling	المعاينة العشوائية البسيطة
Skewness Measures	مقاييس الالتواء
Smirnov Test	إختبار سميرونوف
Spearman Test	إختبار سبيرمان
Standard Deviation	إنحراف معياري
Standard Normal Distribution	التوزيع الطبيعي المعياري
Standard Score	درجة معيارية
Stratified Sampling	المعاينة الطبقيّة
Stuart Test	إختبار ستوارت
Student's t Test	إختبار ت - ستودنت
Systematic Sampling	المعاينة المنتظمة
T - Test	إختبار - ت
Tau Coefficient	معامل تو
Tchebychev's theory	نظرية تشيبشيف

Tetrachoric Correlation	معامل الارتباط الرباعي
Theta Coefficient Θ	معامل ارتباط ثيتا
Time Series	السلاسل الزمنية
Trend Analysis	تحليل الاتجاه
U Test	إختبار U
Variance	تباين
Variance Ratio	نسبة التباين
Variation , Coefficient of	معامل الاختلاف
Wald-Wolfowitz Runs Test	إختبار الدفع والد-ولفويتز
Weighted arethmetic mean	المتوسط الحسابي المرجح
Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test	إختبار ويلكوكسون للأزواج المتناظرة للرتب المؤشرة
Wilcoxon Rank-Sum Test	إختبار ويلكوكسون لمجموع الرتب
Wilcoxon Signed-Ranks Test	إختبار ويلكوكسون للرتب المؤشرة
Yule's Q	معامل يول (للتوافق)
z Score	درجة معيارية

ملحق (٣)

تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

- التطبيقات تم تصنيفها وتوزيعها حسب منظورات مختلفة ، وهى:
- ١ - تصنيف رئيسى حسب وظائف علم الإحصاء: جمع البيانات ، وصف البيانات ، وصف المجتمع ، صنع القرارات ، وهى موزعة حسب أجزاء الكتاب .
 - ٢ - تصنيف فرعى يعرض التطبيقات حسب الأساليب والمقاييس الإحصائية عند كل وظيفة من وظائف الإحصاء .
 - ٣ - من خلال التصنيفات أعلاه يأتى تصنيف فرعى آخر حسب التخصص، لتوضيح كيف يمكن الاستفادة من علم الإحصاء فى كل مجال من المجالات ومع كل أسلوب ، لىخدم الدارسين والباحثين والعاملين فى كل المجالات : إدارة ، علوم إجتماعية ، علوم طبية ، إقتصاد ، زراعة ، هندسة ، مكتبات ، علوم أمنية ، قضاء ، تاريخ ، تربية ،

والملحق أدناه مزدوج حيث يشير إلى مجالات التطبيق عند كل أسلوب أو مقياس إحصائي وكذا يشير إلى الأساليب الإحصائية المستخدمة عند كل مجال .

مكتبات	مراجعة	مكتبات	مكتبات	مكتبات	مكتبات	مكتبات
2	4	1	3	1	2	4 المعايير العشوائية
7	5				3	
	6				7	
					8	
4	3	1	5		1	5 الجدول التكراري
	6	2			2	
					4	
					5	
	2	3	1	4	3	6 العرض البياني
		5	2		4	
			6		5	
					6	
				2	1	7 النسب والمعدلات
					2	
6	21	12	1	5	1	8 المتوسطات
9	24		2	6	2	
13			3	7	3	
15			4	9	4	
19			8	12	5	
20			14	20	6	
22			16	22	8	

الفصل (الأساليب)						
إجتماعية علوم	علوم طبية	إدارة	تربية	مراجعة ومحاسبة	مكتبات	معرفة
10			17			23
11			18			25
12			26			
14			27			
16						
17						
18						
20						
27						
28						
9 مقاييس الموضوع						
3	7		3			1
4			4			2
5			5			
6			6			
7						
10 مقاييس التشتت						
12	22	12	3	18	15	1
13		13	5		21	2
14			8		24	4
19			9		25	6
20			10			7
23			11			16
						17
11 مقاييس المركز النسبي						
18			2			1
22			5			3
			6			4

مؤلف	مكتبة	مراجعة	تربية	إدارة	علوم طبية	علوم اجتماعية	الفصل (الأساليب)
8			7				
11			9				
12			10				
1				4	1		12 الأرقام القياسية
2				5	2		
3				6	3		
4				7	4		
6					6		
7					7		
8					8		
			1		1		13 مقاييس الإلتواء
			1		1		14 مقاييس التفرطح
1			2		1		15 مقاييس التركيز
3					2		
			2	1	1		16 الجدول التكراري المزدوج
			3		3		
1	28		3	14	10	2	17 مقاييس الارتباط
11	34		4	16	15	5	
12	35		6	17	23	7	
24	36		9	45	25	8	

الفصل (الأساليب)

علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية ومراجعة	محاسبة	مكتبات	مقارنة
15	31	46	13		41	26
16	32	47	15		43	29
	42		18		44	33
19			20		49	
25			21			
29			22			
30			23			
32			27			
			37			
			38			
37			39			
48			40			
50			42			
			48			

3	2	12	2	9	1	18 مقاييس التقدير
4	3	13	3	15	7	الإنحدار
5	5	14	5	16	14	
10	6		6	17		
11	7		8			
	8		10			
	10					
	11					
	12					

1	3	1	3	7	1	19 مقاييس التقدير
2	4		4		2	السلاسل الزمنية

الفصل (الأساليب)

علوم اجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	مراجعة محاسبية	مكتبات	متنوعة
5						5
6						6

20 الارتباط

21 السببية

22 نظرية الاحتمالات

1	11	3	2	9	1
2	13	12	6	10	4
3		15	7	14	5
4		26	8	23	8
5		35	11	24	16
6		46	13	30	27
			25	32	28
			28	34	29
17			33	39	34
18			40	42	37
19				44	38
20				47	40
21					41
22					45
25					49
27					
29					
31					
36					
38					

١٠٠٠

الفصل (الأساليب)	علوم اجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	مراجعة ومحاسبة	مكتبات	منوعة
							40
							41
							43
							48
							49
23 توزيع المعاينة	1						
	2						
24 الاستقراء الإحصائي							
25 منطق التقدير	1	16	1		1	9	1
	3		11		2	15	2
	4		12		11		3
	5		14		12		4
	6				14		5
	7						6
	8						7
	10						8
	13						13
	16						16
26 منطق إختبارات الفروض	2	2	1				2
	3	3	2				3
	5	5	4				5
	7	7	6				8
	9	9	7				9

الفصل (الأساليب)	علوم إحصائية	علوم طبية	إدارة	تربية	مراجعة محاسبية	مكتبات	مقوعة
	10	9					10
							11

27 تصنيف أساليب الاستقراء

28 الاستقراء عن التوزيع الإحتمالي	2	1	5	4	1
	4	5	7	8	
	5	9	10	11	
	6				
	7				
	8				
	10				
	11				

29 الاستقراء عن المتوسطات	2	1	1	11	6	1
	3	5	2	12	7	2
	4	10	5	14	8	3
	11	16	6	18	9	4
	12	19	7	20	10	5
	14	21	8	22	13	6
	19	25	9	23	34	7
	20	26	13	35	40	9
	21	27	17	42		10
	22	28	24	46		15
	23		29			16
	24		30			17

الفصل (الأساليب)	إجمالي عدد الأساليب	عدد الأساليب	إشارة	تسمية	مراجعة	محاسبة	مكتبات	تقنية
25	31	25						
26	32	26						
27	33	27						
31	34	28						
32	36	29						
33	37	30						
34	38	35						
36	40	41						
37	43	42						
38	44							
40	45							
43	46							
44								
45								

6	1	15	1	2	16	30 النسب والمعدلات
7	4	33	3	7	19	
11	5		4	10	21	
12	8		5	13	22	
21	9		8	14	26	
28			9	17	29	
				18	31	
				20	33	
				23		
				24		
				25		
				27		
				30		

مؤونة	مكتبات	محاسبة ومراجعة	تربية	إدارة	علوم طبية	علوم إجتماعية	الفصل (الأساليب)
2		1	3	1	4	3	31 النشئت
7			6	10	5	10	
8							
9							
5	4		12	1	11	1	32 الإستقراء عن الارتباط
6			13	2	15	2	
9			14	3	22	3	
23			15	4		7	
24			18	13		8	
26			20	16		9	
28			21	17		10	
			25	19			
			27				
5		2	21	1			33 التقدير
		3		2			
		4		3			
				4			
4		1		1	6	2	34 الإستقراء حول البيانات
5		3				4	
							35 صنع القرارات

المجداول الإحصائية

- ١ أعداد عشوائية
- ٢ التوزيع الطبيعي المعياري
- ٣ توزيع ت
- ٤ توزيع ف
- ٥ توزيع كا^٢
- ٦ التوزيع الهيجرجيومتري
- ٧ احتمالات الجداول الرباعية
- ٨ توزيع ذي الحدين المتجمع
- ٩ توزيع بواسون المتجمع
- ١٠ توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة
- ١١ توزيع إحصاء ولكوكسون . مان . وتنى لمجموع الرتب
- ١٢ توزيع إحصاء إختبار كروسكال واليز
- ١٣ توزيع إحصاء معامل كندال للاتفاق وإحصاء فريمان لتحليل التباين
- ١٤ تحويل فيشر
- ١٥ توزيع معامل ارتباط بيرسون
- ١٦ توزيع معامل ارتباط سبيرمان
- ١٧ توزيع إحصاء كولموجوروف
- ١٨ توزيع إحصاء ليليفورز
- ١٩ توزيع إحصاء سميرنوف $n_1 = n_2$
- توزيع إحصاء سميرنوف $n_1 \neq n_2$
- ٢٠ توزيع إحصاء هارتلي F_{max}
- ٢١ توزيع إحصاء كوكران
- ٢٢ توزيع إحصاء ديكسون للقيم المتطرفة
- ٢٣ توزيع إحصاء عدد الدفعات الكلى

جدول (١)
أعداد عشوائية
Random numbers

(٥٠-٤٦)	(٤٥-٤١)	(٤٠-٣٦)	(٣٥-٣١)	(٣٠-٢٦)	(٢٥-٢١)	(٢٠-١٦)	(١٥-١١)	(١٠-٦)	(٥-١)	
١٤٤٥٤	٤٥٨٦٩	١٧٨٨٩	١٨٥١٩	١٤٧٠٤	٨٧٨٢٢	٦٢٠٥٨	٢٨٦٦٧	٥٢٨٠٢	٤٩٤٨٧	(١)
٦٤٩٠٦	٧٧٧٤٩	٧٠٣٩١	٣٣٥٨٤	٦٢٨١٢	٨٦٠٥٦	٨٤٨٠٣	٤٦٣١٧	٩١٥٣٩	٢٩٤٨٠	(٢)
٥٤٢٦٨	١٥٠٢١	٢٣٢١٤	٢٢٥٥٧	٥٥٨٠٨	٨٦٨٦٤	١١١٠٦	٢٣٩٠١	٩٧٧٣٨	٢٥٢٥٢	(٣)
٢١٧٠٩	١٣٤٣٣	٠٦٨٣٦	٩٢٩٠٠	٠٥٨٦٣	٢٩١٨٨	١٩٦٢٠	٩٦٩٦٠	٤٢١٩٣	٠٢٤٣١	(٤)
٣٧٢٦٠	١٣٧٥١	١٨٣٣٣	٠٢٠٩٥	٧٢٤٥٢	٢٣٢١٨	٦٧٨٩٣	٧٠٧٢٤	٨٩٣٥٣	٦٩٤١٤	(٥)
٠٦٤١٤	٤٣٣٥٢	٩٨١٦٦	٧١١١٥	٦٨٣٧٤	٦٧١٧٣	٦٧٥٨١	٩٢٠٤٢	٣٥١٧٩	٧٧٢٨٥	(٦)
٧٨٥٦٠	٨٧٩٩٥	٩٥٢٣٤	٠٦٤٠٦	٠٢٧٦٠	٦٩١٢٤	٣٤٥٣٤	٧١٨٦٨	١١٤٤٤	٥٢٨٥٢	(٧)
٥٥٠٧٣	٠٦٨٨٤	٩٥٥٢٢	٠١١٥٦	٧٩٤٦٤	١٨٤٥٣	٠٩٨٩١	٣٠١٩٥	٩٨٠٥٤	٩٨٧٤٠	(٨)
٤٠٥٧٩	٩٦٤٩٦	٨٠٧٨٧	٢٥٤٣٣	٣٦١٧٠	٦٢٠٨٥	٣٥١٤٦	١٢١٣٨	٥٨٧٣٦	٨٥٠٢٢	(٩)
٨٩٥١٥	٠٢٤٠٠	١٣١٣٨	٦٧٢٦٧	١٩٠٠١	٠٨١٤٩	٥٦٢٦٩	٢١٦٣٦	٠٣٨٤٠	١٧٧٧٨	(١٠)
٨٢١٦٧	٢٧٧٢٦	٩٣٢٩٩	٥٩٦٨٨	٣٧٥٦١	٩٠٩٩٨	٩٤٦٢١	٥٧٧٨١	٩٣٤٤٩	٨١٨٣٣	(١١)
١٠٣٠٥	٣٩٨١٠	٤٤٤٧٤	٦١٥٩٠	٨١٠٢٣	٤٠٣٤٣	١٠٩٠٩	٣٣١٦٧	٥٤٩٥٨	٦٣٧٨٩	(١٢)
٢١٨٠٩	٢٧٨٦٤	٥٩٩٠٢	١٣٨١٢	٤٢٢٤٩	٧١٥٤٦	١٢٤٩٨	٦٠٩٨٦	٨١٧٤٠	٦١٨٤٠	(١٣)
٨٢٤٤١	٩٢١٤٣	٩٩١٦٦	٨٦٨٣٧	٩٨١٦٧	١٥٧٨٢	٩٠٨٨٣	٢٠٨٩١	١٠١٥٣	٤٢٢٤٣	(١٤)
٦٩٥٥٧	١٤١٨٨	٣٣٤١٩	٤٠٩٦٩	١٤٤٠٤	٠١٢٧٨	١٢٢٦٠	٥٣٠٣١	٠٩١٢٩	٤٥٢٢٦	(١٥)
٩٢٤٠٩	٧٩٨٩١	٦٠٩٦٩	٦٧١٥٨	٠٧٩٥٨	٧٢٠٥٣	٣٦٢٧٢	٧٨٨٠٤	٤٢٤٧٧	٤٠٣٣٨	(١٦)
٨٣٩٤١	٤٧١٣٤	٦٨٨٧٩	٠٠٧٨٩	٩٦٥٦٤	٥٤٩٩٩	٩٨٢٠٣	٨٨٧٨٥	٧١٢٥٣	٥٤٠٤٠	(١٧)
٦١١٣٧	٣٧٣٥٣	٩٨٥٩٠	٣٤٤٥٣	٥١٤٤٢	٧٦١٢٠	٢٩٠٨٩	٤٤٨٥٩	٢٠٩٠٨	٤٩١٥٨	(١٨)
٦٤٤٣٥	٣٠٤١٩	٥٣٣٢٢	٨٢٢٠٧	٤٣٥٨٢	٩٦٥٦٣	١٨٤١٥	٨٣٦٥٥	٠٣٨٠٨	٨٠٩٥٨	(١٩)
٥٢٨٣٩	٣٣٥٧٦	٧٣١٦٢	٢٠٩١١	١٤٩٦٥	٦٩٤٢٤	٥٧٥٧١	٦١٠٦٣	٠٤٨٧٦	٠٧١٢٦	(٢٠)

جدول (٢)

التوزيع الطبيعي المعياري

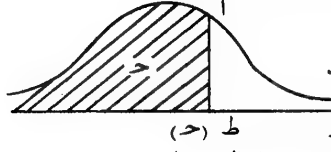
Standard normal distribution

الجدول يعرض المساحة (ح) الموضحة بالجزء المظلل أى أن

$$ح = [ط \geq ط (ح)]$$

ويعرض الجدول الإحداثى (ا) عند

قيمة المتغير ط



العلامة العشرية لم توضع ، ويراعى قسمة القيم على ١٠٠٠٠

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٠٠	٥٠٠٠	٣٩٨٩	٠,١٦	٥٦٣٦	٣٩٣٩
٠,٠١	٥٠٤٠	٣٩٨٩	٠,١٧	٥٦٧٥	٣٩٣٢
٠,٠٢	٥٠٨٠	٣٩٨٩	٠,١٨	٥٧١٤	٣٩٢٥
٠,٠٣	٥١٢٠	٣٩٨٨	٠,١٩	٥٧٥٣	٣٩١٨
٠,٠٤	٥١٦٠	٣٩٨٦	٠,٢٠	٥٧٩٣	٣٩١٠
٠,٠٥	٥١٩٩	٣٩٨٤	٠,٢١	٥٨٣٢	٣٩٠٢
٠,٠٦	٥٢٣٩	٣٩٨٢	٠,٢٢	٥٨٧١	٣٨٩٤
٠,٠٧	٥٢٧٩	٣٩٨٠	٠,٢٣	٥٩١٠	٣٨٨٥
٠,٠٨	٥٣١٩	٣٩٧٧	٠,٢٤	٥٩٤٨	٣٨٧٦
٠,٠٩	٥٣٥٩	٣٩٧٣	٠,٢٥	٥٩٨٧	٣٨٦٧
٠,١٠	٥٣٩٨	٣٩٧٠	٠,٢٦	٦٠٢٦	٣٨٥٧
٠,١١	٥٤٣٨	٣٩٦٥	٠,٢٧	٦٠٦٤	٣٨٤٧
٠,١٢	٥٤٧٨	٣٩٦١	٠,٢٨	٦١٠٣	٣٨٣٦
٠,١٣	٥٥١٧	٣٩٥٦	٠,٢٩	٦١٤١	٣٨٢٥
٠,١٤	٥٥٥٧	٣٩٥١	٠,٣٠	٦١٧٩	٣٨١٤
٠,١٥	٥٥٩٦	٣٩٤٥	٠,٣١	٦٢١٧	٣٨٠٢

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٣٢	٦٢٥٥	٣٧٩٠	٠,٥٤	٧٠٥٤	٣٤٤٨
٠,٣٣	٦٢٩٣	٣٧٧٨	٠,٥٥	٧٠٨٨	٣٤٢٩
٠,٣٤	٦٣٣١	٣٧٦٥	٠,٥٦	٧١٢٣	٣٤١٠
٠,٣٥	٦٣٦٨	٣٧٥٢	٠,٥٧	٧١٥٧	٣٣٩١
٠,٣٦	٦٤٠٦	٣٧٣٩	٠,٥٨	٧١٩٠	٣٣٧٢
٠,٣٧	٦٤٤٣	٣٧٢٥	٠,٥٩	٧٢٢٤	٣٣٥٢
٠,٣٨	٦٤٨٠	٣٧١٢	٠,٦٠	٧٢٥٧	٣٣٣٢
٠,٣٩	٦٥١٧	٣٦٩٧	٠,٦١	٧٢٩١	٣٣١٢
٠,٤٠	٦٥٥٤	٣٦٨٣	٠,٦٢	٧٣٢٤	٣٢٩٢
٠,٤١	٦٥٩١	٣٦٦٨	٠,٦٣	٧٣٥٧	٣٢٧١
٠,٤٢	٦٦٢٨	٣٦٥٣	٠,٦٤	٧٣٨٩	٣٢٥١
٠,٤٣	٦٦٦٤	٣٦٣٧	٠,٦٥	٧٤٢٢	٣٢٣٠
٠,٤٤	٦٧٠٠	٣٦٢١	٠,٦٦	٧٤٥٤	٣٢٠٩
٠,٤٥	٦٧٣٦	٣٦٠٥	٠,٦٧	٧٤٨٦	٣١٨٧
٠,٤٦	٦٧٧٢	٣٥٨٩	٠,٦٨	٧٥١٧	٣١٦٦
٠,٤٧	٦٨٠٨	٣٥٧٢	٠,٦٩	٧٥٤٩	٣١٤٤
٠,٤٨	٦٨٤٤	٣٥٥٥	٠,٧٠	٧٥٨٠	٣١٢٣
٠,٤٩	٦٨٧٩	٣٥٣٨	٠,٧١	٧٦١١	٣١٠١
٠,٥٠	٦٩١٥	٣٥٢١	٠,٧٢	٧٦٤٢	٣٠٧٩
٠,٥١	٦٩٥٠	٣٥٠٣	٠,٧٣	٧٦٧٣	٣٠٥٦
٠,٥٢	٦٩٨٥	٣٤٨٥	٠,٧٤	٧٧٠٤	٣٠٣٤
٠,٥٣	٧٠١٩	٣٤٦٧	٠,٧٥	٧٧٣٤	٣٠١١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٧٦	٧٧٦٤	٢٩٨٩	٠,٩٨	٨٣٦٥	٢٤٦٨
٧٧	٧٧٩٤	٢٩٦٦	,٩٩	٨٣٨٩	٢٤٤٤
٧٨	٧٨٢٣	٢٩٤٣	١,٠٠	٨٤١٣	٢٤٢٠
٧٩	٧٨٥٢	٢٩٢٠	١,٠١	٨٤٣٨	٢٣٩٦
٨٠	٧٨٨١	٢٨٩٧	١,٠٢	٨٤٦١	٢٣٧١
٨١	٧٩١٠	٢٨٧٤	١,٠٣	٨٤٨٥	٢٣٤٧
٨٢	٧٩٣٩	٢٨٥٠	١,٠٤	٨٥٠٨	٢٣٢٣
٨٣	٧٩٦٧	٢٨٢٧	١,٠٥	٨٥٣١	٢٢٩٩
٨٤	٧٩٩٥	٢٨٠٣	١,٠٦	٨٥٥٤	٢٢٧٥
٨٥	٨٠٢٣	٢٧٨٠	١,٠٧	٨٥٧٧	٢٢٥١
٨٦	٨٠٥١	٢٧٥٦	١,٠٨	٨٥٩٩	٢٢٢٧
٨٧	٨٠٧٨	٢٧٣٢	١,٠٩	٨٦٢١	٢٢٠٣
٨٨	٨١٠٦	٢٧٠٩	١,١٠	٨٦٤٣	٢١٧٩
٨٩	٨١٣٣	٢٦٨٥	١١	٨٦٦٥	٢١٥٥
٩٠	٨١٥٩	٢٦٦١	١٢	٨٦٨٦	٢١٣١
٩١	٨١٨٦	٢٦٣٧	١٣	٨٧٠٨	٢١٠٧
٩٢	٨٢١٢	٢٦١٣	١٤	٨٧٢٩	٢٠٨٣
٩٣	٨٢٣٨	٢٥٨٩	١٥	٨٧٤٩	٢٠٥٩
٩٤	٨٢٦٤	٢٥٦٥	١٦	٨٧٧٠	٢٠٣٦
٩٥	٨٢٨٩	٢٥٤١	١٧	٨٧٩٠	٢٠١٢
٩٦	٨٣١٥	٢٥١٦	١٨	٨٨١٠	١٩٨٩
٠,٩٧	٨٣٤٠	٢٤٩٢	١,١٩	٨٨٣٠	١٩٦٥

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٢٠	٨٨٤٩	١٩٤٢	١,٤٢	٩٢٢٢	١٤٥٦
٢١	٨٨٦٩	١٩١٩	٤٣	٩٢٣٦	١٤٣٥
٢٢	٨٨٨٨	١٨٩٥	٤٤	٩٢٥١	١٤١٥
٢٣	٨٩٠٧	١٨٧٢	٤٥	٩٢٦٥	١٣٩٤
٢٤	٨٩٢٥	١٨٤٩	٤٦	٩٢٧٩	١٣٧٤
٢٥	٨٩٤٤	١٨٢٦	٤٧	٩٢٩٢	١٣٥٤
٢٦	٨٩٦٢	١٨٠٤	٤٨	٩٣٠٦	١٣٣٤
٢٧	٨٩٨٠	١٧٨١	٤٩	٩٣١٩	١٣١٥
٢٨	٨٩٩٧	١٧٥٨	٥٠	٩٣٣٢	١٢٩٥
٢٩	٩٠١٥	١٧٣٦	٥١	٩٣٤٥	١٢٧٦
٣٠	٩٠٣٢	١٧١٤	٥٢	٩٣٥٧	١٢٥٧
٣١	٩٠٤٩	١٦٩١	٥٣	٩٣٧٠	١٢٣٨
٣٢	٩٠٦٦	١٦٦٩	٥٤	٩٣٨٢	١٢١٩
٣٣	٩٠٨٢	١٦٤٧	٥٥	٩٣٩٤	١٢٠٠
٣٤	٩٠٩٩	١٦٢٦	٥٦	٩٤٠٦	١١٨٢
٣٥	٩١١٥	١٦٠٤	٥٧	٩٤١٨	١١٦٣
٣٦	٩١٣١	١٥٨٢	٥٨	٩٤٢٩	١١٤٥
٣٧	٩١٤٧	١٥٦١	٥٩	٩٤٤١	١١٢٧
٣٨	٩١٦٢	١٥٣٩	٦٠	٩٤٥٢	١١٠٩
٣٩	٩١٧٧	١٥١٨	٦١	٩٤٦٣	١٠٩٢
٤٠	٩١٩٢	١٤٩٧	٦٢	٩٤٧٤	١٠٧٤
١,٤١	٩٢٠٧	١٤٧٦	١,٦٣	٩٤٨٤	١٠٥٧

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٦٤	٩٤٩٥	١,٤٠	١,٨٦	٩٦٨٦	٠,٧٠٧
٦٥	٩٥٠٥	١,٠٢٣	٨٧	٩٦٩٣	٠,٦٩٤
٦٦	٩٥١٥	١,٠٠٦	٨٨	٩٦٩٩	٠,٦٨١
٦٧	٩٥٢٥	٠,٩٨٩	٨٩	٩٧٠٦	٠,٦٦٩
٦٨	٩٥٣٥	٠,٩٧٣	٩٠	٩٧١٣	٠,٦٥٦
٦٩	٩٥٤٥	٠,٩٥٧	٩١	٩٧١٩	٠,٦٤٤
٧٠	٩٥٥٤	٠,٩٤٠	٩٢	٩٧٢٦	٠,٦٣٢
٧١	٩٥٦٤	٠,٩٢٥	٩٣	٩٧٣٢	٠,٦٢٠
٧٢	٩٥٧٣	٠,٩٠٩	٩٤	٩٧٣٨	٠,٦٠٨
٧٣	٩٥٨٢	٠,٨٩٣	٩٥	٩٧٤٤	٠,٥٩٦
٧٤	٩٥٩١	٠,٨٧٨	٩٦	٩٧٥٠	٠,٥٨٤
٧٥	٩٥٩٩	٠,٨٦٣	٩٧	٩٧٥٦	٠,٥٧٣
٧٦	٩٦٠٨	٠,٨٤٨	٩٨	٩٧٦١	٠,٥٦٢
٧٧	٩٦١٦	٠,٨٣٣	٩٩	٩٧٦٧	٠,٥٥١
٧٨	٩٦٢٥	٠,٨١٨	٢,٠٠	٩٧٧٢	٠,٥٤٠
٧٩	٩٦٣٣	٠,٨٠٤	٢,٠١	٩٧٧٨	٠,٥٢٩
٨٠	٩٦٤١	٠,٧٩٠	٢,٠٢	٩٧٨٣	٠,٥١٩
٨١	٩٦٤٩	٠,٧٧٥	٢,٠٣	٩٧٨٨	٠,٥٠٨
٨٢	٩٦٥٦	٠,٧٦١	٢,٠٤	٩٧٩٣	٠,٤٩٨
٨٣	٩٦٦٤	٠,٧٤٨	٢,٠٥	٩٧٩٨	٠,٤٨٨
٨٤	٩٦٧١	٠,٧٣٤	٢,٠٦	٩٨٠٣	٠,٤٧٨
١,٨٥	٩٦٧٨	٠,٧٢١	٢,٠٧	٩٨٠٨	٠,٤٦٨

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٠٨	٩٨١٢	٠.٤٥٩	٢,٣٠	٩٨٩٣	٠.٢٨٣
٩	٩٨١٧	٠.٤٤٩	٣١	٩٨٩٦	٠.٢٧٧
١٠	٩٨٢١	٠.٤٤٠	٣٢	٩٨٩٨	٠.٢٧٠
١١	٩٨٢٦	٠.٤٣١	٣٣	٩٩٠١	٠.٢٦٤
١٢	٩٨٣٠	٠.٤٢٢	٣٤	٩٩٠٤	٠.٢٥٨
١٣	٩٨٣٤	٠.٤١٣	٣٥	٩٩٠٦	٠.٢٥٢
١٤	٩٨٣٨	٠.٤٠٤	٣٦	٩٩٠٩	٠.٢٤٦
١٥	٩٨٤٢	٠.٣٩٦	٣٧	٩٩١١	٠.٢٤١
١٦	٩٨٤٦	٠.٣٨٧	٣٨	٩٩١٣	٠.٢٣٥
١٧	٩٨٥٠	٠.٣٧٩	٣٩	٩٩١٦	٠.٢٢٩
١٨	٩٨٥٤	٠.٣٧١	٤٠	٩٩١٨	٠.٢٢٤
١٩	٩٨٥٧	٠.٣٦٣	٤١	٩٩٢٠	٠.٢١٩
٢٠	٩٨٦١	٠.٣٥٥	٤٢	٩٩٢٢	٠.٢١٣
٢١	٩٨٦٤	٠.٣٤٧	٤٣	٩٩٢٥	٠.٢٠٨
٢٢	٩٨٦٨	٠.٣٣٩	٤٤	٩٩٢٧	٠.٢٠٣
٢٣	٩٨٧١	٠.٣٣٢	٤٥	٩٩٢٩	٠.١٩٨
٢٤	٩٨٧٥	٠.٣٢٥	٤٦	٩٩٣١	٠.١٩٤
٢٥	٩٨٧٨	٠.٣١٧	٤٧	٩٩٣٢	٠.١٨٩
٢٦	٩٨٨١	٠.٣١٠	٤٨	٩٩٣٤	٠.١٨٤
٢٧	٩٨٨٤	٠.٣٠٣	٤٩	٩٩٣٦	٠.١٨٠
٢٨	٩٨٨٧	٠.٢٩٧	٥٠	٩٩٣٨	٠.١٧٥
٢,٢٩	٩٨٩٠	٠.٢٩٠	٢,٥١	٩٩٤٠	٠.١٧١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

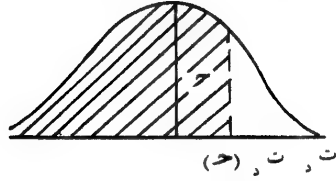
ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٥٢	٩٩٤١	٠.١٦٧	٢,٧٤	٩٩٦٩	٠.٩٣
٥٣	٩٩٤٣	٠.١٦٣	٧٥	٩٩٧٠	٠.٩١
٥٤	٩٩٤٥	٠.١٥٨	٧٦	٩٩٧١	٠.٨٨
٥٥	٩٩٤٦	٠.١٥٤	٧٧	٩٩٧٢	٠.٨٦
٥٦	٩٩٤٨	٠.١٥١	٧٨	٩٩٧٣	٠.٨٤
٥٧	٩٩٤٩	٠.١٤٧	٧٩	٩٩٧٤	٠.٨١
٥٨	٩٩٥١	٠.١٤٣	٨٠	٩٩٧٤	٠.٧٩
٥٩	٩٩٥٢	٠.١٣٩	٨١	٩٩٧٥	٠.٧٧
٦٠	٩٩٥٣	٠.١٣٦	٨٢	٩٩٧٦	٠.٧٥
٦١	٩٩٥٥	٠.١٣٢	٨٣	٩٩٧٧	٠.٧٣
٦٢	٩٩٥٦	٠.١٢٩	٨٤	٩٩٧٧	٠.٧١
٦٣	٩٩٥٧	٠.١٢٦	٨٥	٩٩٧٨	٠.٦٩
٦٤	٩٩٥٩	٠.١٢٢	٨٦	٩٩٧٩	٠.٦٧
٦٥	٩٩٦٠	٠.١١٩	٨٧	٩٩٧٩	٠.٦٥
٦٦	٩٩٦١	٠.١١٦	٨٨	٩٩٨٠	٠.٦٣
٦٧	٩٩٦٢	٠.١١٣	٨٩	٩٩٨١	٠.٦١
٦٨	٩٩٦٣	٠.١١٠	٩٠	٩٩٨١	٠.٦٠
٦٩	٩٩٦٤	٠.١٠٧	٩١	٩٩٨٢	٠.٥٨
٧٠	٩٩٦٥	٠.١٠٤	٩٢	٩٩٨٢	٠.٥٦
٧١	٩٩٦٦	٠.١٠١	٩٣	٩٩٨٣	٠.٥٥
٧٢	٩٩٦٧	٠.٠٩٩	٩٤	٩٩٨٤	٠.٥٣
٢,٧٣	٩٩٦٨	٠.٠٩٦	٢,٩٥	٩٩٨٤	٠.٥١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	أ	ط	ح	أ
٢,٩٦	٩٩٨٥	٠٠٥٠	٣,١٨	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٧	٩٩٨٥	٠٠٤٨	٣,١٩	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٨	٩٩٨٦	٠٠٤٧	٣,٢٠	٩٩٩٣	٠٠٢٤
٩٩	٩٩٨٦	٠٠٤٦	٣,٣٠	٩٩٩٥	٠٠١٧
٣,٠٠	٩٩٨٧	٠٠٤٤	٣,٤٠	٩٩٩٧	٠٠١٢
٣,٠١	٩٩٨٧	٠٠٤٣	٣,٥٠	٩٩٩٨	٠٠٠٩
٢	٩٩٨٧	٠٠٤٢	٣,٦٠	٩٩٩٨	٠٠٠٦
٣	٩٩٨٨	٠٠٤٠	٣,٧٠	٩٩٩٩	٠٠٠٤
٤	٩٩٨٨	٠٠٣٩			
٥	٩٩٨٩	٠٠٣٨			
٦	٩٩٨٩	٠٠٣٧			
٧	٩٩٨٩	٠٠٣٦			
٨	٩٩٩٠	٠٠٣٥			
٩	٩٩٩٠	٠٠٣٤			
١٠	٩٩٩٠	٠٠٣٣			
١١	٩٩٩١	٠٠٣٢			
١٢	٩٩٩١	٠٠٣١			
١٣	٩٩٩١	٠٠٣٠			
١٤	٩٩٩٢	٠٠٢٩			
١٥	٩٩٩٢	٠٠٢٨			
١٦	٩٩٩٢	٠٠٢٧			
٣,١٧	٩٩٩٢	٠٠٢٦			

جدول (٣)

توزيع « ت » T - distribution



القيمة بالجدول = t_d (ح) ، حيث $ح = [t_d > t_d (ح)]$.
 $t_d (1 - ح) = - t_d (ح)$

ح / د	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٨٥	٠,٩٨٠	٠,٩٧٥	٠,٩٧٠	٠,٩٦٥
١	٦٣٦,٦	٣١٨,٣	٦٣,٦٦	٣١,٨٢	١٢,٧١	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١,٠٠٠	٠,٠٠٠
٢	٣١,٦	٢٢,٣	٩,٩٢٥	٦,٩٦٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٠,٨١٦٥	٠,٠٠٠
٣	١٢,٩٤	١٠,٢٢	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٠,٧٦٤٩	٠,٠٠٠
٤	٨,٦١٠	٧,١٧٣	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٠,٧٤٠٧	٠,٠٠٠
٥	٦,٨٥٩	٥,٨٩٣	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٠,٧٢٦٧	٠,٠٠٠
٦	٥,٩٥٩	٥,٢٠٨	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٤	١,٤٤٠	٠,٧١٧٦	٠,٠٠٠
٧	٥,٤٠٥	٤,٧٨٥	٣,٤٩٩	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٠,٧١١١	٠,٠٠٠
٨	٥,٠٤١	٤,٥٠١	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٠,٧٠٦٤	٠,٠٠٠
٩	٤,٧٨١	٤,٢٩٧	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٦	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٠,٧٠٢٧	٠,٠٠٠
١٠	٤,٥٨٧	٤,١٤٤	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	٠,٦٩٩٨	٠,٠٠٠
١١	٤,٤٣٧	٤,٠٢٥	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	٠,٦٩٧٤	٠,٠٠٠
١٢	٤,٣١٨	٣,٩٣٠	٣,٠٥٥	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	٠,٦٩٥٥	٠,٠٠٠
١٣	٤,٢٢١	٣,٨٥٢	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	٠,٦٩٣٨	٠,٠٠٠
١٤	٤,١٤٠	٣,٧٨٧	٢,٩٧٧	٢,٦٢٤	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	٠,٦٩١٤	٠,٠٠٠
١٥	٤,٠٧٣	٣,٧٣٣	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣١	١,٧٥٣	١,٣٤١	٠,٦٩١٢	٠,٠٠٠
١٦	٤,٠١٥	٣,٦٨٦	٢,٩٢١	٢,٥٨٣	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	٠,٦٩٠١	٠,٠٠٠
١٧	٣,٩٦٥	٣,٦٤٦	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	٠,٦٨٩٢	٠,٠٠٠
١٨	٣,٩٢٢	٣,٦١١	٢,٨٧٨	٢,٥٥٢	٢,١٠١	١,٧٣٤	١,٣٣٠	٠,٦٨٨١	٠,٠٠٠

توزیع « ت »

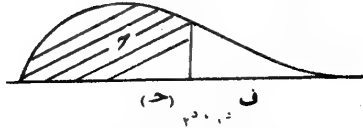
0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00
0,900	0,910	0,920	0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000
0,901	0,911	0,921	0,931	0,941	0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001
0,902	0,912	0,922	0,932	0,942	0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002
0,903	0,913	0,923	0,933	0,943	0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003
0,904	0,914	0,924	0,934	0,944	0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004
0,905	0,915	0,925	0,935	0,945	0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005
0,906	0,916	0,926	0,936	0,946	0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006
0,907	0,917	0,927	0,937	0,947	0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007
0,908	0,918	0,928	0,938	0,948	0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008
0,909	0,919	0,929	0,939	0,949	0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009
0,910	0,920	0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010
0,911	0,921	0,931	0,941	0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011
0,912	0,922	0,932	0,942	0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012
0,913	0,923	0,933	0,943	0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013
0,914	0,924	0,934	0,944	0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014
0,915	0,925	0,935	0,945	0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015
0,916	0,926	0,936	0,946	0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016
0,917	0,927	0,937	0,947	0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017
0,918	0,928	0,938	0,948	0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018
0,919	0,929	0,939	0,949	0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019
0,920	0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020
0,921	0,931	0,941	0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021
0,922	0,932	0,942	0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022
0,923	0,933	0,943	0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023
0,924	0,934	0,944	0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024
0,925	0,935	0,945	0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025
0,926	0,936	0,946	0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026
0,927	0,937	0,947	0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027
0,928	0,938	0,948	0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028
0,929	0,939	0,949	0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029
0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030
0,931	0,941	0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031
0,932	0,942	0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032
0,933	0,943	0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033
0,934	0,944	0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034
0,935	0,945	0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035
0,936	0,946	0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036
0,937	0,947	0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037
0,938	0,948	0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038
0,939	0,949	0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039
0,940	0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040
0,941	0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041
0,942	0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042
0,943	0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043
0,944	0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044
0,945	0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045
0,946	0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046
0,947	0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047
0,948	0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048
0,949	0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049
0,950	0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050
0,951	0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041	1,051
0,952	0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042	1,052
0,953	0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043	1,053
0,954	0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044	1,054
0,955	0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045	1,055
0,956	0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046	1,056
0,957	0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047	1,057
0,958	0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048	1,058
0,959	0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049	1,059
0,960	0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060
0,961	0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041	1,051	1,061
0,962	0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042	1,052	1,062
0,963	0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043	1,053	1,063
0,964	0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044	1,054	1,064
0,965	0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045	1,055	1,065
0,966	0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046	1,056	1,066
0,967	0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047	1,057	1,067
0,968	0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048	1,058	1,068
0,969	0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049	1,059	1,069
0,970	0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070
0,971	0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041	1,051	1,061	1,071
0,972	0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042	1,052	1,062	1,072
0,973	0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043	1,053	1,063	1,073
0,974	0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044	1,054	1,064	1,074
0,975	0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045	1,055	1,065	1,075
0,976	0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046	1,056	1,066	1,076
0,977	0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047	1,057	1,067	1,077
0,978	0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048	1,058	1,068	1,078
0,979	0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049	1,059	1,069	1,079
0,980	0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080
0,981	0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041	1,051	1,061	1,071	1,081
0,982	0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042	1,052	1,062	1,072	1,082
0,983	0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043	1,053	1,063	1,073	1,083
0,984	0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044	1,054	1,064	1,074	1,084
0,985	0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045	1,055	1,065	1,075	1,085
0,986	0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046	1,056	1,066	1,076	1,086
0,987	0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047	1,057	1,067	1,077	1,087
0,988	0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048	1,058	1,068	1,078	1,088
0,989	0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049	1,059	1,069	1,079	1,089
0,990	1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090
0,991	1,001	1,011	1,021	1,031	1,041	1,051	1,061	1,071	1,081	1,091
0,992	1,002	1,012	1,022	1,032	1,042	1,052	1,062	1,072	1,082	1,092
0,993	1,003	1,013	1,023	1,033	1,043	1,053	1,063	1,073	1,083	1,093
0,994	1,004	1,014	1,024	1,034	1,044	1,054	1,064	1,074	1,084	1,094
0,995	1,005	1,015	1,025	1,035	1,045	1,055	1,065	1,075	1,085	1,095
0,996	1,006	1,016	1,026	1,036	1,046	1,056	1,066	1,076	1,086	1,096
0,997	1,007	1,017	1,027	1,037	1,047	1,057	1,067	1,077	1,087	1,097
0,998	1,008	1,018	1,028	1,038	1,048	1,058	1,068	1,078	1,088	1,098
0,999	1,009	1,019	1,029	1,039	1,049	1,059	1,069	1,079	1,089	1,099
1,000	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100

جدول (٤)

توزيع « ف » F - distribution

القيم بالجدول هي قيم ف د_١ ، د_٢ (ح) ، حيث

$$ح (ف)_{د١، د٢} > ف_{د١، د٢} (ح) = ح$$



القيم المتعلقة بالاحتمالات (ح) الغير موضحة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام العلاقة

$$ف_{د١، د٢} (ح) = ١ / ف_{د٢، د١} (١ - ح)$$

للعينات ذات الحجم الكبير (أكبر من ٣٠) ، يمكن الحصول على قيم ف بدقة كبيرة باستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$لو ف_{د١، د٢} (ح) \approx \left(\frac{١}{١ - ح} \right) - \frac{١}{٢} \sqrt{\frac{١}{١ - ح}}$$

حيث ،

$$\frac{٢ + د١}{د١} = ه ، \quad \frac{٢ + د٢}{د٢} = و$$

أما قيم ا ، ب ، ج فهي تعتمد على قيمة (ح) كما هو موضح بالجدول التالي :

ح	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥	٠,٥٠
ا	٢,٠٢٠٦	١,٧٠٢٣	١,٤٢٨٧	١,١١٣١	٠,٥٨٥٩	٠
ب	١,٤٠	١,١٤	٠,٩٥	٠,٧٧	٠,٥٨	-
ج	١,٠٧٣	٠,٨٤٦	٠,٦٨١	٠,٥٢٧	٠,٣٥٥	٠,٢٩٠

تابع جدول ٤
توزيع (ف)
١٥

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	ح	٢٣
٧,٠٧	٧,٠٥	٧,٠٤	٧,٠٣	٧	١,٩٨	١,٩٤	١,٩٩	١,٨٢	١,٧١	١,٥	١	١,٥٠	١
٩,٤١	٩,٣٦	٩,٣٢	٩,٣٦	٩,١٩	٩,١	٨,٩٨	٨,٨٢	٨,٥٨	٨,٢٠	٧,٥٠	٥,٨٢	١,٧٥	
٧,٠٧	٧,٠٥	٧,٠٢	٥٩,٩	٥٩,٤	٥٨,٩	٥٨,٧	٥٧,٢	٥٥,٨	٥٣,٦	٤٩,٥	٣٩,٩	١,٩٠	
٧,٤٤	٧,٤٣	٧,٤٢	٧,٤١	٧,٣٩	٧,٣٧	٧,٣٤	٧,٣٠	٧,٢٥	٧,١٦	٧,٠٠	٦,٩١	١,٩٥	
٩,٧٧	٩,٧٣	٩,٦٩	٩,٦٣	٩,٥٧	٩,٤٨	٩,٣٧	٩,٢٢	٩,٠٠	٨,٦٤	٨,٠٠	٦,٤٨	٩,٧٥	
٦١,١٠	٦٠,٨٠	٦٠,٦٠	٦٠,٢٠	٥٩,٨٠	٥٩,٢٠	٥٨,٦٠	٥٧,٦٠	٥٦,٢٠	٥٤,٠٠	٥٠,٠٠	٤٠,٥٠	١,٩٩	
١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٢	١,٣	١,٢٨	١,٢٥	١,٢١	١,١٣	١	٠,٦٦	١,٥٠	٢
٣,٣٩	٣,٣٩	٣,٣٨	٣,٣٧	٣,٣٥	٣,٣٤	٣,٣١	٣,٢٨	٣,٢٣	٣,١٥	٣	٢,٥٧	١,٧٥	
٩,٤١	٩,٤	٩,٣٩	٩,٣٨	٩,٣٧	٩,٣٥	٩,٣٣	٩,٣٩	٩,٢٤	٩,١٦	٩	٨,٥٢	١,٩٠	
١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٢	١٩,٢	١٩	١٨,٥	١,٩٥	
٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٣	٣٩,٣	٣٩,٢	٣٩,٢	٣٩	٣٨,٥	٩,٧٥	
٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٢	٩٩,٢	٩٩	٩٨,٥	١,٩٩	
١,٢٠	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٦	١,١٥	١,١٣	١,١	١,٠٦	١	٠,٨٨١	٠,٨٥	١,٥٠	٣
٧,٤٥	٧,٤٥	٧,٤٤	٧,٤٤	٧,٤٤	٧,٤٣	٧,٤٢	٧,٤١	٧,٣٩	٧,٣٦	٧,٣٨	٧,٠٢	١,٧٥	
٥,٢٢	٥,٢٢	٥,٢٣	٥,٢٤	٥,٢٥	٥,٢٧	٥,٢٨	٥,٢٦	٥,٢٤	٥,٢٩	٥,٤٦	٥,٥٤	١,٩٠	
٨,٧٤	٨,٧٦	٨,٧٩	٨,٨١	٨,٨٥	٨,٨٩	٨,٩٤	٩,٠١	٩,١٢	٩,٢٨	٩,٥٥	١٠,١	١,٩٥	
١٤,٣	١٤,٤	١٤,٤	١٤,٥	١٤,٥	١٤,٦	١٤,٧	١٤,٩	١٥,١	١٥,٤	١٦	١٧,٤	٩,٧٥	
٢٧,١	٢٧,١	٢٧,٢	٢٧,٣	٢٧,٥	٢٧,٧	٢٧,٩	٢٨,٢	٢٨,٧	٢٩,٥	٣٠,٨	٣٤,١	١,٩٩	
١,١٣	١,١٢	١,١١	١,١	١,٠٩	١,٠٨	١,٠٦	١,٠٤	١	٠,٩٤١	٠,٩٢٨	٠,٩١٩	١,٥٠	٤
٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٨	٧,٠٧	٧,٠٦	٧,٠٥	٧	١,٨١	١,٧٥	
٣,٩	٣,٩١	٣,٩٢	٣,٩٤	٣,٩٥	٣,٩٨	٤,٠١	٤,٠٥	٤,١١	٤,١٩	٤,٢٢	٤,٥٤	١,٩٠	
٥,٩١	٥,٩٤	٥,٩٦	٦	٦,٠٤	٦,٠٩	٦,١٦	٦,٢٦	٦,٣٩	٦,٥٩	٦,٩٤	٧,٧١	١,٩٥	
٨,٧٥	٨,٧٩	٨,٨٤	٨,٩	٨,٩٨	٩,٠٧	٩,٢	٩,٣٦	٩,٦	٩,٩٨	١٠,٦	١٢,٢	٩,٧٥	
١٤,٤	١٤,٤	١٤,٥	١٤,٧	١٤,٨	١٥	١٥,٢	١٥,٥	١٦	١٦,٧	١٨	٢١,٢	١,٩٩	

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

د	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١	١.٥٠	٢.٠٩	٢.٣٢	٢.٣٢	٢.٣٦	٢.٣٦	٢.٣٧	٢.٣٨	٢.٣٨	٢.٣٨	٢.٣٩	٢.٣٩	٢.٣٩
	١.٧٥	٢.٤٩	٢.٥٨	٢.٦٣	٢.٦٧	٢.٧١	٢.٧٤	٢.٧٦	٢.٧٨	٢.٨٠	٢.٨٢	٢.٨٤	٢.٨٥
	١.٩٠	٢.٦٢	٢.٦٧	٢.٦٣	٢.٦٥	٢.٦٧	٢.٦٨	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩
	١.٩٥	٢.٦٦	٢.٦٨	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩
	١.٩٧٥	٢.٦٨	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩
	١.٩٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩	٢.٦٩
٢	١.٥٠	١.٣٨	١.٣٨	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١	١.٤١
	١.٧٥	١.٦١	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣
	١.٩٠	١.٦٢	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣
	١.٩٥	١.٦٢	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣
	١.٩٧٥	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣
	١.٩٩	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٣
٣	١.٥٠	١.٢١	١.٢٣	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤	١.٢٤
	١.٧٥	١.٢١	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣
	١.٩٠	١.٢١	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣
	١.٩٥	١.٢١	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣
	١.٩٧٥	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣
	١.٩٩	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣	١.٢٣
٤	١.٥٠	١.١١	١.١٥	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦	١.١٦
	١.٧٥	١.١١	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥
	١.٩٠	١.١١	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥
	١.٩٥	١.١١	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥
	١.٩٧٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥
	١.٩٩	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥	١.١٥

١٠٢٠

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	ح	د
١,٠٩	١,٠٨	١,٠٧	١,٠٦	١,٠٥	١,٠٤	١,٠٣	١	٠,٩٦٥	٠,٩٠٧	٠,٧٩٩	٠,٥٢٨	٠,٥٠	٥
١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٨	١,٨٥	١,٦٩	١,٧٥	
٣,٢٧	٣,٢٨	٣,٣٠	٣,٣٢	٣,٣٤	٣,٣٧	٣,٤٠	٣,٤٥	٣,٥٢	٣,٦٢	٣,٧٨	٤,٠٦	٤,٠٠	
٤,٦٨	٤,٧١	٤,٧٤	٤,٧٧	٤,٨٢	٤,٨٨	٤,٩٥	٥,٠٥	٥,١٩	٥,٣١	٥,٤٩	٥,٦١	٥,٦٥	
٦,٥٢	٦,٥٧	٦,٦٢	٦,٦٨	٦,٧٦	٦,٨٥	٦,٩٨	٧,١٥	٧,٣٩	٧,٧٦	٨,٤٣	٩,٠٠	٩,٩٧٥	
٩,٨٩	٩,٩٦	١٠,٠١	١٠,٠٢	١٠,٠٣	١٠,٠٥	١٠,٠٧	١١	١١,٤	١٢,١	١٣,٣	١٦,٣	١٦,٣	
١,٠٦	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٤	١,٠٣	١,٠٢	١	٠,٩٧٧	٠,٩٤٢	٠,٨٨٦	٠,٧٨٠	٠,٥١٥	٠,٥٠	٦
١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٨	١,٧٦	١,٦٢	١,٧٥	
٢,٩٠	٢,٩٢	٢,٩٤	٢,٩٦	٢,٩٨	٣,٠١	٣,٠٥	٣,١١	٣,١٨	٣,٢٩	٣,٤٦	٣,٧٨	٣,٩٠	
٤	٤,٠٣	٤,٠٦	٤,١	٤,١٥	٤,٢١	٤,٢٨	٤,٣٩	٤,٥٣	٤,٧٦	٥,١١	٥,٩٩	٥,٩٥	
٥,٣٧	٥,٤١	٥,٤٦	٥,٥٢	٥,٦	٥,٧	٥,٨٢	٥,٩٩	٦,٢٣	٦,٦	٧,٢٦	٨,٨١	٩,٩٧٥	
٧,٧٢	٧,٧٩	٧,٨٧	٧,٩٨	٨,١	٨,٢٦	٨,٤٧	٨,٧٥	٩,١٥	٩,٧٨	١٠,٩	١٣,٧	١٣,٧	
١,٠٤	١,٠٤	١,٠٣	١,٠٢	١,٠١	١	٠,٩٨٣	٠,٩٦٠	٠,٩٢٦	٠,٨٧١	٠,٧١٧	٠,٥٠٦	٠,٥٠	٧
١,٦٨	١,٦٩	١,٦٩	١,٦٩	١,٧٠	١,٧٠	١,٧١	١,٧١	١,٧٢	١,٧٢	١,٧٠	١,٧٥	١,٧٥	
٢,٦٧	٢,٦٨	٢,٧٠	٢,٧٢	٢,٧٥	٢,٧٨	٢,٨٣	٢,٨٨	٢,٩٦	٣,٠٧	٣,٢٦	٣,٥٩	٣,٥٠	
٣,٥٧	٣,٦٠	٣,٦٤	٣,٦٨	٣,٧٣	٣,٧٩	٣,٨٧	٣,٩٧	٤,١٢	٤,٣٥	٤,٧٤	٥,٥٩	٥,٥٥	
٤,٦٧	٤,٧١	٤,٧٦	٤,٨٢	٤,٩٠	٤,٩٩	٥,١٢	٥,٢٩	٥,٥٢	٥,٨٩	٦,٥٤	٨,٠٧	٩,٩٧٥	
٦,٤٧	٦,٥٤	٦,٦٢	٦,٧٢	٦,٨٤	٦,٩٩	٧,١٩	٧,٤٦	٧,٨٥	٨,٤٥	٩,٥٥	١٢,٠٧	١٢,٠٧	
١,٠٣	١,٠٢	١,٠٢	١,٠١	١	٠,٩٨٨	٠,٩٧١	٠,٩٤٨	٠,٩١٥	٠	٠,٧٥٧	٠,٤٩٩	٠,٥٠	٨
١,٦٢	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٥	١,٦٦	١,٦٦	٧	١,٦٦	١,٥٤	١,٧٥	
٢,٥٠	٢,٥٢	٢,٥٤	٢,٥٦	٢,٥٩	٢,٦٢	٢,٦٧	٢,٧٣	٢,٨١	٢	١,٦١	٢,٤٦	٢,٥٠	
٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٥	٣,٣٩	٣,٤٤	٣,٥٠	٣,٥٨	٣,٦٩	٣,٨٤	٤,٠٧	٤,٤٦	٥,٣٢	٥,٥٥	
٤,٢٠	٤,٢٤	٤,٢٠	٤,٢٦	٤,٣٣	٤,٤٣	٤,٥٥	٤,٨٢	٥,٠٥	٥,٤٢	٦,٠٦	٧,٥٧	٩,٩٧٥	
٥,٦٧	٥,٧٣	٥,٨١	٥,٩١	٦,٠٣	٦,١٨	٦,٣٧	٦,٦٣	٧,٠١	٧,٥٩	٨,٦٥	١١,٣	١١,٣	

١٠٢١

تابع جدول ۴
توزیع « ف »

1, 2

∞	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0	22.0	24.0	26.0	28.0	30.0	32.0	34.0	36.0	38.0	40.0	42.0	44.0	46.0	48.0	50.0	52.0	54.0	56.0	58.0	60.0	62.0	64.0	66.0	68.0	70.0	72.0	74.0	76.0	78.0	80.0	82.0	84.0	86.0	88.0	90.0	92.0	94.0	96.0	98.0	100.0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
1.10	1.10	1.10	1.11	1.11	1.11	1.12	1.12	1.12	1.13	1.13	1.13	1.14	1.14	1.14	1.15	1.15	1.15	1.16	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17	1.18	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19	1.20	1.20	1.20	1.21	1.21	1.21	1.22	1.22	1.22	1.23	1.23	1.23	1.24	1.24	1.24	1.25	1.25	1.25	1.26	1.26	1.26	1.27	1.27	1.27	1.28	1.28	1.28	1.29	1.29	1.29	1.30	1.30	1.30	1.31	1.31	1.31	1.32	1.32	1.32	1.33	1.33	1.33	1.34	1.34	1.34	1.35	1.35	1.35	1.36	1.36	1.36	1.37	1.37	1.37	1.38	1.38	1.38	1.39	1.39	1.39	1.40	1.40	1.40	1.41	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43	1.43	1.43	1.44	1.44	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46	1.46	1.47	1.47	1.47	1.48	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50	1.50	1.50	1.51	1.51	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53	1.53	1.54	1.54	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56	1.56	1.57	1.57	1.57	1.58	1.58	1.58	1.59	1.59	1.59	1.60	1.60	1.60	1.61	1.61	1.61	1.62	1.62	1.62	1.63	1.63	1.63	1.64	1.64	1.64	1.65	1.65	1.65	1.66	1.66	1.66	1.67	1.67	1.67	1.68	1.68	1.68	1.69	1.69	1.69	1.70	1.70	1.70	1.71	1.71	1.71	1.72	1.72	1.72	1.73	1.73	1.73	1.74	1.74	1.74	1.75	1.75	1.75	1.76	1.76	1.76	1.77	1.77	1.77	1.78	1.78	1.78	1.79	1.79	1.79	1.80	1.80	1.80	1.81	1.81	1.81	1.82	1.82	1.82	1.83	1.83	1.83	1.84	1.84	1.84	1.85	1.85	1.85	1.86	1.86	1.86	1.87	1.87	1.87	1.88	1.88	1.88	1.89	1.89	1.89	1.90	1.90	1.90	1.91	1.91	1.91	1.92	1.92	1.92	1.93	1.93	1.93	1.94	1.94	1.94	1.95	1.95	1.95	1.96	1.96	1.96	1.97	1.97	1.97	1.98	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	2.00	2.00	2.00	2.01	2.01	2.01	2.02	2.02	2.02	2.03	2.03	2.03	2.04	2.04	2.04	2.05	2.05	2.05	2.06	2.06	2.06	2.07	2.07	2.07	2.08	2.08	2.08	2.09	2.09	2.09	2.10	2.10	2.10	2.11	2.11	2.11	2.12	2.12	2.12	2.13	2.13	2.13	2.14	2.14	2.14	2.15	2.15	2.15	2.16	2.16	2.16	2.17	2.17	2.17	2.18	2.18	2.18	2.19	2.19	2.19	2.20	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21	2.22	2.22	2.22	2.23	2.23	2.23	2.24	2.24	2.24	2.25	2.25	2.25	2.26	2.26	2.26	2.27	2.27	2.27	2.28	2.28	2.28	2.29	2.29	2.29	2.30	2.30	2.30	2.31	2.31	2.31	2.32	2.32	2.32	2.33	2.33	2.33	2.34	2.34	2.34	2.35	2.35	2.35	2.36	2.36	2.36	2.37	2.37	2.37	2.38	2.38	2.38	2.39	2.39	2.39	2.40	2.40	2.40	2.41	2.41	2.41	2.42	2.42	2.42	2.43	2.43	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.48	2.48	2.48	2.49	2.49	2.49	2.50	2.50	2.50	2.51	2.51	2.51	2.52	2.52	2.52	2.53	2.53	2.53	2.54	2.54	2.54	2.55	2.55	2.55	2.56	2.56	2.56	2.57	2.57	2.57	2.58	2.58	2.58	2.59	2.59	2.59	2.60	2.60	2.60	2.61	2.61	2.61	2.62	2.62	2.62	2.63	2.63	2.63	2.64	2.64	2.64	2.65	2.65	2.65	2.66	2.66	2.66	2.67	2.67	2.67	2.68	2.68	2.68	2.69	2.69	2.69	2.70	2.70	2.70	2.71	2.71	2.71	2.72	2.72	2.72	2.73	2.73	2.73	2.74	2.74	2.74	2.75	2.75	2.75	2.76	2.76	2.76	2.77	2.77	2.77	2.78	2.78	2.78	2.79	2.79	2.79	2.80	2.80	2.80	2.81	2.81	2.81	2.82	2.82	2.82	2.83	2.83	2.83	2.84	2.84	2.84	2.85	2.85	2.85	2.86	2.86	2.86	2.87	2.87	2.87	2.88	2.88	2.88	2.89	2.89	2.89	2.90	2.90	2.90	2.91	2.91	2.91	2.92	2.92	2.92	2.93	2.93	2.93	2.94	2.94	2.94	2.95	2.95	2.95	2.96	2.96	2.96	2.97	2.97	2.97	2.98	2.98	2.98	2.99	2.99	2.99	3.00	3.00	3.00	3.01	3.01	3.01	3.02	3.02	3.02	3.03	3.03	3.03	3.04	3.04	3.04	3.05	3.05	3.05	3.06	3.06	3.06	3.07	3.07	3.07	3.08	3.08	3.08	3.09	3.09	3.09	3.10	3.10	3.10	3.11	3.11	3.11	3.12	3.12	3.12	3.13	3.13	3.13	3.14	3.14	3.14	3.15	3.15	3.15	3.16	3.16	3.16	3.17	3.17	3.17	3.18	3.18	3.18	3.19	3.19	3.19	3.20	3.20	3.20	3.21	3.21	3.21	3.22	3.22	3.22	3.23	3.23	3.23	3.24	3.24	3.24	3.25	3.25	3.25	3.26	3.26	3.26	3.27	3.27	3.27	3.28	3.28	3.28	3.29	3.29	3.29	3.30	3.30	3.30	3.31	3.31	3.31	3.32	3.32	3.32	3.33	3.33	3.33	3.34	3.34	3.34	3.35	3.35	3.35	3.36	3.36	3.36	3.37	3.37	3.37	3.38	3.38	3.38	3.39	3.39	3.39	3.40	3.40	3.40	3.41	3.41	3.41	3.42	3.42	3.42	3.43	3.43	3.43	3.44	3.44	3.44	3.45	3.45	3.45	3.46	3.46	3.46	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	3.49	3.49	3.49	3.50	3.50	3.50	3.51	3.51	3.51	3.52	3.52	3.52	3.53	3.53	3.53	3.54	3.54	3.54	3.55	3.55	3.55	3.56	3.56	3.56	3.57	3.57	3.57	3.58	3.58	3.58	3.59	3.59	3.59	3.60	3.60	3.60	3.61	3.61	3.61	3.62	3.62	3.62	3.63	3.63	3.63	3.64	3.64	3.64	3.65	3.65	3.65	3.66	3.66	3.66	3.67	3.67	3.67	3.68	3.68	3.68	3.69	3.69	3.69	3.70	3.70	3.70	3.71	3.71	3.71	3.72	3.72	3.72	3.73	3.73	3.73	3.74	3.74	3.74	3.75	3.75	3.75	3.76	3.76	3.76	3.77	3.77	3.77	3.78	3.78	3.78	3.79	3.79	3.79	3.80	3.80	3.80	3.81	3.81	3.81	3.82	3.82	3.82	3.83	3.83	3.83	3.84	3.84	3.84	3.85	3.85	3.85	3.86	3.86	3.86	3.87	3.87	3.87	3.88	3.88	3.88	3.89	3.89	3.89	3.90	3.90	3.90	3.91	3.91	3.91	3.92	3.92	3.92	3.93	3.93	3.93	3.94	3.94	3.94	3.95	3.95	3.95	3.96	3.96	3.96	3.97	3.97	3.97	3.98	3.98	3.98	3.99	3.99	3.99	4.00	4.00	4.00	4.01	4.01	4.01	4.02	4.02	4.02	4.03	4.03	4.03	4.04	4.04	4.04	4.05	4.05	4.05	4.06	4.06	4.06	4.07	4.07	4.07	4.08	4.08	4.08	4.09	4.09	4.09	4.10	4.10	4.10	4.11	4.11	4.11	4.12	4.12	4.12	4.13	4.13	4.13	4.14	4.14	4.14	4.15	4.15	4.15	4.16	4.16	4.16	4.17	4.17	4.17	4.18	4.18	4.18	4.19	4.19	4.19	4.20	4.20	4.20	4.21	4.21	4.21	4.22	4.22	4.22	4.23	4.23	4.23	4.24	4.24	4.24	4.25	4.25	4.25	4.26	4.26	4.26	4.27	4.27	4.27	4.28	4.28	4.28	4.29	4.29	4.29	4.30	4.30	4.30	4.31	4.31	4.31	4.32	4.32	4.32	4.33	4.33	4.33	4.34	4.34	4.34	4.35	4.35	4.35	4.36	4.36	4.36	4.37	4.37	4.37	4.38	4.38	4.38	4.39	4.39	4.39	4.40	4.40	4.40	4.41	4.41	4.41	4.42	4.42	4.42	4.43	4.43	4.43	4.44	4.44	4.44	4.45	4.45	4.45	4.46	4.46	4.46	4.47	4.47	4.47	4.48	4.48	4.48	4.49	4.49	4.49	4.50	4.50	4.50	4.51	4.51	4.51	4.52	4.52	4.52	4.53	4.53	4.53	4.54	4.54	4.54	4.55	4.55	4.55	4.56	4.56	4.56	4.57	4.57	4.57	4.58	4.58	4.58	4.59	4.59	4.59	4.60	4.60	4.60	4.61	4.61	4.61	4.62	4.62	4.62	4.63	4.63	4.63	4.64	4.64	4.64	4.65	4.65	4.65	4.66	4.66	4.66	4.67	4.67	4.67	4.68	4.68	4.68	4.69	4.69	4.69	4.70	4.70	4.70	4.71	4.71	4.71	4.72	4.72	4.72	4.73	4.73	4.73	4.74	4.74	4.74	4.75	4.75	4.75	4.76	4.76	4.76	4.77	4.77	4.77	4.78	4.78	4.78	4.79	4.79	4.79	4.80	4.80	4.80	4.81	4.81	4.81	4.82	4.82	4.82	4.83	4.83	4.83	4.84	4.84	4.84	4.85	4.85	4.85	4.86	4.86	4.86	4.87	4.87	4.87	4.88	4.88	4.88	4.89	4.89	4.89	4.90	4.90	4.90	4.91	4.91	4.91	4.92	4.92	4.92	4.93	4.93	4.93	4.94	4.94	4.94	4.95	4.95	4.95	4.96	4.96	4.96	4.97	4.97	4.97	4.98	4.98	4.98	4.99	4.99	4.99	5.00	5.00	5.00	5.01	5.01	5.01	5.02	5.02	5.02	5.03	5.03	5.03	5.04	5.04	5.04	5.05	5.05	5.05	5.06	5.06	5.06	5.07	5.07	5.07	5.08	5.08	5.08	5.09	5.09	5.09	5.10	5.10	5.10	5.11	5.11	5.11	5.12	5.12	5.12	5.13	5.13	5.13	5.14	5.14	5.14	5.15	5.15	5.15	5.16	5.16	5.16	5.17	5.17	5.17	5.18	5.18	5.18	5.19	5.19	5.19	5.20	5.20	5.20	5.21	5.21	5.21	5.22	5.22	5.22	5.23	5.23	5.23	5.24	5.24	5.24	5.25	5.25	5.25	5.26	5.26	5.26	5.27	5.27	5.27	5.28	5.28	5.28	5.29	5.29	5.29	5.30	5.30	5.30	5.31	5.31	5.31	5.32	5.32	5.32	5.33	5.33	5.33	5.34	5.34	5.34	5.35	5.35	5.35	5.36	5.36	5.36	5.37	5.37	5.37	5.38	5.38	5.38	5.39	5.39	5.39	5.40	5.40	5.40	5.41	5.41	5.41	5.42	5.42	5.42	5.43	5.43	5.43	5.44	5.44	5.44	5.45	5.45	5.45	5.46	5.46	5.46	5.47	5.47	5.47	5.48	5.48	5.48	5.49	5.49	5.49	5.50	5.50	5.50	5

١٠٢٢

تابع جدول ٤
توزيع (ف)

د

٢٥	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٩	٠,٥٠	٠,٤٩٤	٠,٧٤٩	٠,٨٥٢	٠,٩٠٦	٠,٩٣٩	٠,٩٦٢	٠,٩٧٨	٠,٩٩٠	١	١,٠٠١	١,٠٠٦	١,٠٠٦
	٠,٧٥	١,٥١	١,٦٢	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٨
	٠,٩٠	٢,٣٦	٤,٢٦	٢,٨٦	٢,٦٩	٢,٦١	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٨
	٠,٩٥	٥,١٢	٤,٢٦	٢,٨٦	٢,٦٣	٢,٤٨	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,١٨	٢,١٤	٢,١٠	٢,٠٧
	٠,٩٧٥	٧,٢٩	٥,٧١	٤,٠٨	٤,٧٢	٤,٤٨	٤,٢٢	٤,٢٠	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٦	٣,٩١	٣,٨٧
	٠,٩٩	١٠,٠٦	٨,٠٢	٦,٤٢	٦,٠٦	٥,٨٠	٥,٦١	٥,٤٧	٥,٣٥	٥,٢٦	٥,١٨	٥,١١	٥,٠٦
١٠	٠,٥٠	٠,٤٩٠	٠,٧٤٣	٠,٨٤٥	٠,٨٩٩	٠,٩٣٢	٠,٩٥٤	٠,٩٧١	٠,٩٨٣	٠,٩٩٢	١	١,٠٠١	١,٠٠٦
	٠,٧٥	١,٤٩	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤
	٠,٩٠	٢,٣٨	٢,٩٢	٢,٧٣	٢,٦١	٢,٥٢	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٣٠	٢,٢٨
	٠,٩٥	٤,١٠	٤,١٠	٣,٧١	٣,٤٨	٣,٣٣	٣,٢٢	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٨	٢,٩٤	٢,٩١
	٠,٩٧٥	٦,٩٤	٥,٤٦	٤,٨٣	٤,٤٧	٤,٢٤	٤,٠٧	٣,٩٥	٣,٨٥	٣,٧٢	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٢
	٠,٩٩	١٠	٧,٥٦	٦,٥٥	٥,٩٩	٥,٦٤	٥,٣٦	٥,٢٠	٥,٠٦	٤,٩٤	٤,٨٥	٤,٧٧	٤,٧١
١١	٠,٥٠	٠,٤٨٦	٠,٧٣٩	٠,٨٤٠	٠,٨٩٣	٠,٩٢٦	٠,٩٤٨	٠,٩٦٤	٠,٩٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٤	١	١,٠٠١
	٠,٧٥	١,٤٧	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١
	٠,٩٠	٢,٣٣	٢,٨٦	٢,٦٦	٢,٥٤	٢,٤٥	٢,٣٦	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٧	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢١
	٠,٩٥	٤,٨٤	٣,٩٨	٣,٥٩	٣,٣٦	٣,٢٠	٣,٠٩	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠	٢,٨٥	٢,٨٢	٢,٧٩
	٠,٩٧٥	٦,٧٢	٥,٢٦	٤,٦٣	٤,٢٨	٤,٠٤	٣,٨٨	٣,٧٦	٣,٦٦	٣,٥٩	٣,٥٣	٣,٤٧	٣,٤٣
	٠,٩٩	٩,٦٥	٧,٢١	٦,٢٢	٥,٦٧	٥,٣٢	٥,٠٧	٤,٨٩	٤,٧٤	٤,٦٣	٤,٥٤	٤,٤٦	٤,٤٠
١٢	٠,٥٠	٠,٤٨٤	٠,٧٣٥	٠,٨٣٥	٠,٨٨٨	٠,٩٢١	٠,٩٤٣	٠,٩٥٩	٠,٩٧٢	٠,٩٨١	٠,٩٨٩	٠,٩٩٥	١
	٠,٧٥	١,٤٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩
	٠,٩٠	٢,١٨	٢,٨١	٢,٦١	٢,٤٨	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٧	٢,١٥
	٠,٩٥	٤,٧٥	٣,٨٩	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣	٢,٩١	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٥	٢,٧٢	٢,٦٩
	٠,٩٧٥	٦,٥٥	٥,١٠	٤,٤٧	٤,١٢	٣,٨٩	٣,٧٣	٣,٦١	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٣٧	٣,٣٢	٣,٢٨
	٠,٩٩	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٩٥	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٦٤	٤,٥٠	٤,٣٩	٤,٣٠	٤,٢٢	٤,١٦

١٠٢٣

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

٢٥	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٩	١,٥٠	١,٥٣	١,٥٤	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٧	١,٥٧	١,٥٧	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨
	١,٧٥	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	١,٩٠	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٥	١,٢٢	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٧	١,١٦
	١,٩٥	١,٠١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٩٧	١,٧٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٣
	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣
١٠	١,٥٠	١,٠٢	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٧٥	١,٥٣	١,٥٤	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	١,٩٠	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٥	١,٢٢	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٧	١,١٦
	١,٩٥	١,٠١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٩٧	١,٧٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٣
	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣
١١	١,٥٠	١,٠٢	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٧٥	١,٥٣	١,٥٤	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	١,٩٠	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٥	١,٢٢	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٧	١,١٦
	١,٩٥	١,٠١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٩٧	١,٧٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٣
	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣
١٢	١,٥٠	١,٠٢	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٧٥	١,٥٣	١,٥٤	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	١,٩٠	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٥	١,٢٢	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٧	١,١٦
	١,٩٥	١,٠١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	١,٩٧	١,٧٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٣
	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٦	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٥	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣	١,٩٣

١٠٢٤

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	ح	٢٠
١,٩٨٩	١,٩٨٤	١,٩٧٧	١,٩٧٠	١,٩٦٠	١,٩٤٨	١,٩٣٣	١,٩١١	١,٨٧٨	١,٨٦٦	١,٨٦٦	١,٨٧٨	١,٨٠	١٥
١,٤٤	١,٤٤	١,٤٥	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٧	١,٤٨	١,٤٩	١,٥١	١,٥٢	١,٥٢	١,٤٣	١,٧٥	
٢,٠٢	٢,٠٤	٢,٠٦	٢,٠٩	٢,١٢	٢,١٦	٢,٢١	٢,٢٧	٢,٣٦	٢,٤٩	٢,٧٠	٢,٠٧	١,٩٠	
٢,٤٨	٢,٥١	٢,٥٤	٢,٥٩	٢,٦٤	٢,٧١	٢,٧٩	٢,٩٠	٢,٠٦	٢,٢٩	٢,٦٨	٤,٥٤	١,٩٥	
٢,٩٦	٢,٠١	٢,٠٦	٢,١٢	٢,٢٠	٢,٢٩	٢,٤١	٢,٥٨	٢,٨٠	٤,١٥	٤,٧٦	٦,٢٠	١,٩٧٥	
٢,٦٧	٢,٧٣	٢,٨٠	٢,٨٩	٤	٤,١٤	٤,٢٢	٤,٥٦	٤,٨٩	٥,٤٢	٦,٣٦	٨,٦٨	١,٩٩	
١,٩٧٧	١,٩٧٢	١,٩٦٦	١,٩٥٩	١,٩٥٠	١,٩٣٨	١,٩٢٣	١,٩٠١	١,٨٦٨	١,٨٦٦	١,٨٦٨	١,٨٧٨	١,٨٠	٢٠
١,٣٩	١,٣٩	١,٤٠	١,٤١	١,٤٢	١,٤٣	١,٤٤	١,٤٥	١,٤٧	١,٤٨	١,٤٩	١,٤٠	١,٧٥	
١,٨٩	١,٩١	١,٩٤	١,٩٦	٢	٢,٠٤	٢,٠٩	٢,١٦	٢,٢٥	٢,٣٨	٢,٥٩	٢,٩٧	١,٩٠	
٢,٢٨	٢,٣١	٢,٣٥	٢,٣٩	٢,٤٥	٢,٥١	٢,٥٦	٢,٦١	٢,٦٧	٢,٧٦	٢,٨٦	٤,٣٥	١,٩٥	
٢,٦٨	٢,٧٢	٢,٧٧	٢,٨٤	٢,٩١	٢,٠١	٢,١٣	٢,٢٩	٢,٥١	٢,٨٦	٤,٤٦	٥,٨٧	١,٩٧٥	
٢,٢٣	٢,٢٩	٢,٣٧	٢,٤٦	٢,٥٦	٢,٧٠	٢,٨٧	٤,١٠	٤,٤٣	٤,٤٤	٥,٨٥	٨,١٠	١,٩٩	
١,٩٧٢	١,٩٦٧	١,٩٦١	١,٩٥٣	١,٩٤٤	١,٩٣٢	١,٩١٧	١,٨٩٥	١,٨٦٣	١,٨٦٢	١,٨٦٤	١,٨٧٤	١,٨٠	٢٤
١,٣٦	١,٣٧	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٩	١,٤٠	١,٤١	١,٤٢	١,٤٤	١,٤٦	١,٤٧	١,٣٩	١,٧٥	
١,٨٣	١,٨٥	١,٨٨	١,٩١	١,٩٤	١,٩٨	٢,٠٤	٢,١٠	٢,١٩	٢,٣٣	٢,٥٤	٢,٩٣	١,٩٠	
٢,١٨	٢,٢١	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,٢٦	٢,٤٢	٢,٥١	٢,٦٢	٢,٧٨	٢,٠١	٢,٤٠	٤,٦٦	١,٩٥	
٢,٥٤	٢,٥٩	٢,٦٤	٢,٧٠	٢,٧٨	٢,٨٧	٢,٩٩	٢,١٥	٢,٢٨	٢,٧٦	٤,٣٢	٥,٧٢	١,٩٧٥	
٢,٠٣	٢,٠٩	٢,١٧	٢,٢٦	٢,٣٦	٢,٥٠	٢,٦٧	٢,٩٠	٤,٢٢	٤,٧٢	٥,٦١	٧,٨٢	١,٩٩	
١,٩٦٦	١,٩٦١	١,٩٥٥	١,٩٤٨	١,٩٣٩	١,٩٢٧	١,٩١٢	١,٨٩٠	١,٨٥٨	١,٨٦٧	١,٨٦٩	١,٨٧٤	١,٨٠	٣٠
١,٣٤	١,٣٥	١,٣٥	١,٣٦	١,٣٧	١,٣٨	١,٣٩	١,٤١	١,٤٢	١,٤٤	١,٤٥	١,٣٨	١,٧٥	
١,٧٧	١,٧٩	١,٨٢	١,٨٥	١,٨٨	١,٩٣	١,٩٨	٢,٠٥	٢,١٤	٢,٢٨	٢,٤٩	٢,٨٨	١,٩٠	
٢,٠٩	٢,١٣	٢,١٦	٢,٢١	٢,٢٧	٢,٣٣	٢,٤٢	٢,٥٣	٢,٦٩	٢,٩٢	٢,٣٢	٤,١٧	١,٩٥	
٢,٤١	٢,٤٦	٢,٥١	٢,٥٧	٢,٦٥	٢,٧٥	٢,٨٧	٢,٠٣	٢,٢٥	٢,٥٩	٤,١٨	٥,٥٧	١,٩٧٥	
٢,٨٤	٢,٩١	٢,٩٨	٢,٠٧	٢,١٧	٢,٢٠	٢,٤٧	٢,٧٠	٤,٠٢	٤,٥١	٥,٣٩	٧,٥٦	١,٩٩	

١٠٢٥

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

١ ٢

∞	٥٠٠	٢٠٠	١٢٠	١٠٠	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٥	١٠	٥	٢٥
١,٠٥	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٢	١,٠٢	١,٠١	١	٠,٩٩	١٥	
١,٣٦	١,٣٦	١,٣٧	١,٣٧	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٩	١,٣٩	١,٤٠	١,٤١	١,٤١	١,٤٢	١,٤٢	١,٧٥	
١,٧٦	١,٧٦	١,٧٧	١,٧٩	١,٧٩	١,٨٢	١,٨٣	١,٨٥	١,٨٧	١,٩٠	١,٩٢	١,٩٧	١,٩٧	١,٩٠	
٢,٠٧	٢,٠٨	٢,١٠	٢,١١	٢,١٢	٢,١٦	٢,١٦	٢,١٨	٢,٢٠	٢,٢٥	٢,٢٥	٢,٢٦	٢,٢٦	٢,٤٠	١,٥٥
٢,٤٠	٢,٤١	٢,٤٤	٢,٤٦	٢,٤٧	٢,٥٢	٢,٥٥	٢,٥٩	٢,٦٤	٢,٧٠	٢,٧١	٢,٨٦	٢,٨٦	٢,٩٧٥	
٢,٨٧	٢,٨٩	٢,٩٢	٢,٩٦	٢,٩٨	٣,٠٥	٣,٠٨	٣,١٣	٣,٢١	٣,٢٩	٣,٣٧	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٩	
٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣,٠٣	٣	٠,٩٩٩	٠,٩٩	٢٠	٢٠
٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	٣,٢٩	
٣,٦١	٣,٦٢	٣,٦٣	٣,٦٤	٣,٦٥	٣,٦٨	٣,٦٩	٣,٧١	٣,٧٤	٣,٧٧	٣,٧٩	٣,٨٤	٣,٨٤	٣,٨٠	
٣,٨٤	٣,٨٦	٣,٨٨	٣,٩٠	٣,٩١	٣,٩٥	٣,٩٧	٣,٩٩	٤,٠٤	٤,٠٨	٤,١٢	٤,٢٠	٤,٢٠	٤,٢٥	
٤,٠٩	٤,١٠	٤,١٣	٤,١٦	٤,١٧	٤,٢٢	٤,٢٥	٤,٢٩	٤,٣٥	٤,٤١	٤,٤٦	٤,٥٧	٤,٥٧	٤,٦٥	
٤,٤٢	٤,٤٤	٤,٤٨	٤,٥٢	٤,٥٤	٤,٥٩	٤,٦٢	٤,٦٩	٤,٧٨	٤,٨٦	٤,٩٤	٥,٠٩	٥,٠٩	٤,٩٩	
٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥,٠٣	٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٩	٠,٩٩	٢٤
٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	٥,٢٩	
٥,٥٣	٥,٥٤	٥,٥٦	٥,٥٧	٥,٥٨	٥,٦١	٥,٦٢	٥,٦٤	٥,٦٧	٥,٧٠	٥,٧٢	٥,٧٨	٥,٧٨	٥,٨٠	
٥,٧٢	٥,٧٥	٥,٧٧	٥,٧٩	٥,٨٠	٥,٨٤	٥,٨٦	٥,٨٩	٥,٩٤	٥,٩٨	٦,٠٣	٦,١٦	٦,١٦	٦,٢٥	
٥,٩٤	٥,٩٥	٥,٩٨	٦,٠١	٦,٠٢	٦,٠٨	٦,١١	٦,١٥	٦,٢١	٦,٢٧	٦,٣٣	٦,٤٤	٦,٤٤	٦,٥٥	
٦,٢١	٦,٢٤	٦,٢٧	٦,٣١	٦,٣٣	٦,٤٠	٦,٤٤	٦,٤٩	٦,٥٨	٦,٦٦	٦,٧٤	٦,٨٩	٦,٨٩	٦,٩٩	
٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٦,٩٢	٢٠
٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	٦,٩٣	
٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	٦,٩٦	
٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	
٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	٦,٩٩	

١٠٢٦

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

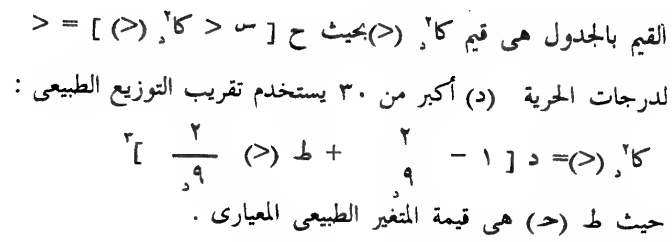
١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	ح	٧٠
٠.٩٦١	٠.٩٥٦	٠.٩٥٠	٠.٩٤٣	٠.٩٣٦	٠.٩٢٩	٠.٩٠٧	٠.٨٨٥	٠.٨٥٤	٠.٨٠٢	٠.٧٠٠	٠.٤٦٣	٠.٥٠	٤٠
١.٣١	١.٣٢	١.٣٣	١.٣٤	١.٣٥	١.٣٦	١.٣٧	١.٣٩	١.٤٠	١.٤٢	١.٤٤	١.٣٦	٠.٧٥	
١.٧١	١.٧٣	١.٧٤	١.٧٥	١.٨٣	١.٨٧	١.٩٣	٢	٢.٠٩	٢.٢٣	٢.٤٤	٢.٨٤	٠.٩٠	
٢	٢.٠٤	٢.٠٨	٢.١٢	٢.١٨	٢.٢٥	٢.٣٤	٢.٤٥	٢.٥٦	٢.٨٤	٢.٢٣	٤.٠٨	٠.٩٥	
٢.٢٩	٢.٣٣	٢.٣٩	٢.٤٥	٢.٥٣	٢.٦٢	٢.٧٤	٢.٩٠	٣.١٣	٣.٤٦	٤.٠٥	٥.٤٢	٠.٩٧٥	
٢.٦٦	٢.٧٣	٢.٨٠	٢.٨٩	٢.٩٩	٣.١٢	٣.٢٩	٣.٥١	٣.٨٣	٤.٢٦	٥.١٨	٧.٣١	٠.٩٩	
٠.٩٥٦	٠.٩٥١	٠.٩٤٥	٠.٩٣٧	٠.٩٢٨	٠.٩١٧	٠.٩٠٦	٠.٨٨٠	٠.٨٤٩	٠.٧٩٨	٠.٧٠٦	٠.٤٦٦	٠.٥٠	٦٠
١.٢٩	١.٢٩	١.٣٠	١.٣١	١.٣٢	١.٣٣	١.٣٥	١.٣٧	١.٣٨	١.٤١	١.٤٢	١.٣٥	٠.٧٥	
١.٦٦	١.٦٨	١.٧١	١.٧٤	١.٧٧	١.٨٢	١.٨٧	١.٩٥	٢.٠٤	٢.١٨	٢.٣٩	٢.٧٩	٠.٩٠	
١.٩٢	١.٩٥	١.٩٩	٢.٠٤	٢.١٠	٢.١٧	٢.٢٥	٢.٣٧	٢.٥٣	٢.٧٦	٣.١٥	٤	٠.٩٥	
٢.١٧	٢.٢٢	٢.٢٧	٢.٣٣	٢.٤١	٢.٥١	٢.٦٣	٢.٧٩	٣.٠٦	٣.٣٤	٣.٨٣	٥.٢٩	٠.٩٧٥	
٢.٥٠	٢.٥٦	٢.٦٣	٢.٧٢	٢.٨٢	٢.٩٥	٣.١٢	٣.٣٤	٣.٦٥	٤.١٣	٤.٩٨	٧.٠٨	٠.٩٩	
٠.٩٥٠	٠.٩٤٥	٠.٩٣٩	٠.٩٣٢	٠.٩٢٣	٠.٩١٢	٠.٨٩٦	٠.٨٧٥	٠.٨٤٤	٠.٧٩٣	٠.٦٩١	٠.٤٥٨	٠.٥٠	١٢٠
١.٢٦	١.٢٧	١.٢٨	١.٢٩	١.٣٠	١.٣١	١.٣٣	١.٣٥	١.٣٧	١.٣٩	١.٤٠	١.٣٤	٠.٧٥	
١.٦٠	١.٦٢	١.٦٥	١.٦٨	١.٧٢	١.٧٧	١.٨٢	١.٩٠	١.٩٩	٢.١٣	٢.٣٥	٢.٧٥	٠.٩٠	
١.٨٣	١.٨٧	١.٩١	١.٩٦	٢.٠٢	٢.٠٩	٢.١٨	٢.٢٩	٢.٤٥	٢.٦٨	٢.٠٧	٢.٩٢	٠.٩٥	
٢.١٥	٢.١٠	٢.١٦	٢.٢٢	٢.٣٠	٢.٣٩	٢.٥٢	٢.٦٧	٢.٨٩	٣.٢٣	٣.٨٠	٥.١٥	٠.٩٧٥	
٢.٣٤	٢.٤٠	٢.٤٧	٢.٥٦	٢.٦٦	٢.٧٩	٢.٩٦	٣.١٧	٣.٤٨	٣.٩٥	٤.٧٩	٦.٨٥	٠.٩٩	
٠.٩٤٥	٠.٩٣٩	٠.٩٣٤	٠.٩٢٧	٠.٩١٨	٠.٩٠٧	٠.٨٩٦	٠.٨٧٠	٠.٨٣٩	٠.٧٨٩	٠.٦٩٣	٠.٤٥٥	٠.٥٠	∞
١.٢٤	١.٢٤	١.٢٥	١.٢٧	١.٢٨	١.٢٩	١.٣١	١.٣٣	١.٣٥	١.٣٧	١.٣٩	١.٣٢	٠.٧٥	
١.٥٥	١.٥٧	١.٦٠	١.٦٣	١.٦٧	١.٧٢	١.٧٧	١.٨٥	١.٩٤	٢.٠٨	٢.٣٠	٢.٧١	٠.٩٠	
١.٧٥	١.٧٩	١.٨٣	١.٨٨	١.٩٤	٢.٠١	٢.١٠	٢.٢١	٢.٣٧	٢.٦٠	٢	٣.٨٤	٠.٩٥	
١.٩٤	١.٩٩	٢.٠٥	٢.١١	٢.١٩	٢.٢٩	٢.٤١	٢.٥٧	٢.٧٩	٣.١٢	٣.٦٩	٥.٠٢	٠.٩٧٥	
٢.١٨	٢.٢٥	٢.٣٢	٢.٤١	٢.٥١	٢.٦٤	٢.٨٠	٣.٠٢	٣.٣٢	٣.٧٨	٤.٦٦	٦.٣٣	٠.٩٩	

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د

∞	٥٠٠	٢٠٠	١٢٠	١٠٠	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٥	>	٢
١,٠٢	١,٠٢	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١	١	٠,٩٩٤	٠,٩٨٩	٠,٩٨٣	٠,٩٧٢	٠,٩٥٠	٤٠
١,١٩	١,١٩	١,٢٠	١,٢١	١,٢١	١,٢٢	١,٢٣	١,٢٤	١,٢٥	١,٢٦	١,٢٨	١,٣٠	١,٣٥	
١,٣٨	١,٣٩	١,٤١	١,٤٢	١,٤٣	١,٤٤	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٧	١,٤٩	١,٥١	١,٥٠	
١,٥١	١,٥٣	١,٥٥	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٦	
١,٦٤	١,٦٦	١,٦٩	١,٧٢	١,٧٤	١,٨٠	١,٨٣	١,٨٨	١,٩٤	٢,٠١	٢,٠٧	٢,١٨	٢,٢٧	
١,٨٠	١,٨٣	١,٨٧	١,٩٢	١,٩٤	٢,٠٢	٢,٠٩	٢,١٦	٢,٢٠	٢,٢٩	٢,٣٧	٢,٥٢	٢,٥٩	
١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١	١	٠,٩٩٨	٠,٩٩٤	٠,٩٨٩	٠,٩٨٣	٠,٩٧٨	٠,٩٦٧	٠,٩٥٠	٦٠
١,١٥	١,١٥	١,١٦	١,١٧	١,١٧	١,١٩	١,٢٠	١,٢١	١,٢٢	١,٢٤	١,٢٥	١,٢٧	١,٣٥	
١,٢٩	١,٣١	١,٣٣	١,٣٥	١,٣٦	١,٤٠	١,٤١	١,٤٤	١,٤٦	١,٥١	١,٥٤	١,٥٦	١,٥٠	
١,٣٩	١,٤١	١,٤٤	١,٤٧	١,٤٨	١,٥٣	١,٥٦	١,٥٩	١,٦٥	١,٧٠	١,٧٥	١,٨٤	١,٩٥	
١,٤٨	١,٥١	١,٥٤	١,٥٨	١,٦٠	١,٦٧	١,٧٠	١,٧٤	١,٨٢	١,٨٨	١,٩٤	٢,٠٦	٢,١٧	
١,٦٠	١,٦٣	١,٦٨	١,٧٣	١,٧٥	١,٨٤	١,٨٨	١,٩٤	٢,٠٣	٢,١٢	٢,٢٠	٢,٣٥	٢,٥٩	
١,٠١	١,٠١	١	١	١	٠,٩٩٤	٠,٩٩٢	٠,٩٨٩	٠,٩٨٣	٠,٩٧٨	٠,٩٧٢	٠,٩٦١	٠,٩٥٠	١٢٠
١,١٠	١,١١	١,١٢	١,١٣	١,١٤	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٩	١,٢١	١,٢٢	١,٢٤	١,٣٥	
١,١٩	١,٢١	١,٢٤	١,٢٦	١,٢٧	١,٢٢	١,٢٤	١,٢٧	١,٢١	١,٢٥	١,٢٨	١,٣٥	١,٥٠	
١,٢٥	١,٢٨	١,٣٢	١,٣٥	١,٣٧	١,٤٣	١,٤٦	١,٥٠	١,٥٥	١,٦١	١,٦٦	١,٧٥	١,٩٥	
١,٣١	١,٣٤	١,٣٩	١,٤٣	١,٤٥	١,٥٣	١,٥٦	١,٦١	١,٦٩	١,٧٦	١,٨٢	١,٩٥	٢,١٧	
١,٣٨	١,٤٢	١,٤٨	١,٥٣	١,٥٦	١,٦٦	١,٧٠	١,٧٦	١,٨٦	١,٩٥	٢,٠٣	٢,١٩	٢,٥٩	
١	٠,٩٩٩	٠,٩٩٧	٠,٩٩٤	٠,٩٩٣	٠,٩٨٩	٠,٩٨٧	٠,٩٨٣	٠,٩٧٨	٠,٩٧٢	٠,٩٦٧	٠,٩٥٦	٠,٩٥٠	∞
١	١,٠٤	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٩	١,١٢	١,١٣	١,١٤	١,١٦	١,١٨	١,١٩	١,٢٢	١,٣٥	
١	١,٠٨	١,١٣	١,١٧	١,١٨	١,٢٤	١,٢٦	١,٢٠	١,٢٤	١,٢٨	١,٤٢	١,٤٩	١,٥٠	
١	١,١١	١,١٧	١,٢٢	١,٢٤	١,٢٢	١,٢٥	١,٢٩	١,٤٦	١,٥٢	١,٥٧	١,٦٧	١,٩٥	
١	١,١٣	١,٢١	١,٢٧	١,٢٠	١,٢٩	١,٤٣	١,٤٨	١,٥٧	١,٦٤	١,٧١	١,٨٣	٢,١٧	
١	١,١٥	١,٢٥	١,٣٢	١,٣٦	١,٤٧	١,٥٢	١,٥٩	١,٧٠	١,٧٩	١,٨٨	٢,٠٤	٢,٥٩	

توزیع کا، chi - square distribution



جدول ۵
توزیع کا

د/	۰,۹۹۹	۰,۹۹۵	۰,۹۹	۰,۹۷۵	۰,۹۵	۰,۹۰	۰,۸۰	۰,۷۰
۱	۱۰,۸۲۷	۷,۸۷۹	۶,۶۳۵	۵,۰۲۵	۳,۸۵۱	۲,۷۰۶	۱,۶۵۱	۱,۰۷۱
۲	۱۳,۸۱۵	۱۰,۰۰۰	۹,۲۱۰	۷,۳۷۸	۵,۹۹۱	۴,۲۱۹	۲,۶۱۹	۱,۶۰۸
۳	۱۶,۲۶۸	۱۲,۸۰۱	۱۱,۳۵۵	۹,۳۵۸	۷,۸۱۵	۶,۲۵۱	۴,۶۱۹	۲,۶۶۵
۴	۱۸,۶۶۵	۱۴,۸۰۱	۱۲,۳۷۷	۱۱,۱۱۱	۹,۴۸۸	۷,۷۷۹	۵,۹۸۹	۳,۸۷۸
۵	۲۰,۵۱۷	۱۶,۷۵۰	۱۵,۰۸۶	۱۲,۸۳۲	۱۱,۰۷۰	۹,۲۳۶	۷,۲۸۹	۵,۰۰۱
۶	۲۲,۵۵۷	۱۸,۵۵۰	۱۶,۸۱۲	۱۴,۵۵۰	۱۲,۵۵۲	۱۰,۰۰۰	۸,۵۵۲	۶,۵۵۲
۷	۲۴,۳۲۲	۲۰,۰۰۰	۱۸,۵۷۵	۱۶,۰۰۰	۱۴,۰۰۰	۱۲,۰۰۰	۱۰,۰۰۰	۸,۰۰۰
۸	۲۶,۱۷۵	۲۱,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۷,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۱۳,۰۰۰	۱۱,۰۰۰	۹,۰۰۰
۹	۲۷,۸۷۷	۲۲,۰۰۰	۲۱,۰۰۰	۱۸,۰۰۰	۱۶,۰۰۰	۱۴,۰۰۰	۱۲,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۱۰	۲۹,۵۸۸	۲۳,۰۰۰	۲۲,۰۰۰	۱۹,۰۰۰	۱۷,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۱۳,۰۰۰	۱۱,۰۰۰
۱۱	۳۱,۳۶۱	۲۴,۰۰۰	۲۳,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۸,۰۰۰	۱۶,۰۰۰	۱۴,۰۰۰	۱۲,۰۰۰
۱۲	۳۳,۱۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۴,۰۰۰	۲۱,۰۰۰	۱۹,۰۰۰	۱۷,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۱۳,۰۰۰
۱۳	۳۴,۵۲۸	۲۶,۰۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۲,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۸,۰۰۰	۱۶,۰۰۰	۱۴,۰۰۰
۱۴	۳۶,۱۲۳	۲۷,۰۰۰	۲۶,۰۰۰	۲۳,۰۰۰	۲۱,۰۰۰	۱۹,۰۰۰	۱۷,۰۰۰	۱۵,۰۰۰
۱۵	۳۷,۶۹۷	۲۸,۰۰۰	۲۷,۰۰۰	۲۴,۰۰۰	۲۲,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۸,۰۰۰	۱۶,۰۰۰
۱۶	۳۹,۲۵۲	۲۹,۰۰۰	۲۸,۰۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۳,۰۰۰	۲۱,۰۰۰	۱۹,۰۰۰	۱۷,۰۰۰
۱۷	۴۰,۷۹۰	۳۰,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۲۶,۰۰۰	۲۴,۰۰۰	۲۲,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۸,۰۰۰
۱۸	۴۲,۳۱۲	۳۱,۰۰۰	۳۱,۰۰۰	۲۷,۰۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۳,۰۰۰	۲۱,۰۰۰	۱۹,۰۰۰
۱۹	۴۳,۸۲۰	۳۲,۰۰۰	۳۲,۰۰۰	۲۸,۰۰۰	۲۶,۰۰۰	۲۴,۰۰۰	۲۲,۰۰۰	۲۰,۰۰۰
۲۰	۴۵,۳۱۵	۳۳,۰۰۰	۳۳,۰۰۰	۲۹,۰۰۰	۲۷,۰۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۳,۰۰۰	۲۱,۰۰۰
۲۱	۴۶,۷۹۷	۳۴,۰۰۰	۳۴,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۲۸,۰۰۰	۲۶,۰۰۰	۲۴,۰۰۰	۲۲,۰۰۰
۲۲	۴۸,۲۶۸	۳۵,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	۳۱,۰۰۰	۲۹,۰۰۰	۲۷,۰۰۰	۲۵,۰۰۰	۲۳,۰۰۰
۲۳	۴۹,۷۷۸	۳۶,۰۰۰	۳۶,۰۰۰	۳۲,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۲۸,۰۰۰	۲۶,۰۰۰	۲۴,۰۰۰
۲۴	۵۱,۲۷۰	۳۷,۰۰۰	۳۷,۰۰۰	۳۳,۰۰۰	۳۱,۰۰۰	۲۹,۰۰۰	۲۷,۰۰۰	۲۵,۰۰۰
۲۵	۵۲,۷۶۰	۳۸,۰۰۰	۳۸,۰۰۰	۳۴,۰۰۰	۳۲,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۲۸,۰۰۰	۲۶,۰۰۰
۲۶	۵۴,۲۵۰	۳۹,۰۰۰	۳۹,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	۳۳,۰۰۰	۳۱,۰۰۰	۲۹,۰۰۰	۲۷,۰۰۰
۲۷	۵۵,۷۴۰	۴۰,۰۰۰	۴۰,۰۰۰	۳۶,۰۰۰	۳۴,۰۰۰	۳۲,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۲۸,۰۰۰
۲۸	۵۷,۲۳۰	۴۱,۰۰۰	۴۱,۰۰۰	۳۷,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	۳۳,۰۰۰	۳۱,۰۰۰	۲۹,۰۰۰
۲۹	۵۸,۷۲۰	۴۲,۰۰۰	۴۲,۰۰۰	۳۸,۰۰۰	۳۶,۰۰۰	۳۴,۰۰۰	۳۲,۰۰۰	۳۰,۰۰۰
۳۰	۶۰,۲۱۰	۴۳,۰۰۰	۴۳,۰۰۰	۳۹,۰۰۰	۳۷,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	۳۳,۰۰۰	۳۱,۰۰۰

جدول ٥
توزيع «كا»

٠,٠٠٥	٠,٠٠١	٠,٠٠٢٥	٠,٠٠٥	٠,٠١٠	٠,٠٢٠	٠,٠٣٠	٠,٠٥٠	ح/د
٠,٠٠٠٣٩	٠,٠٠٠١٦	٠,٠٠٠٩٨	٠,٣٩٢	٠,٠١٥٨	٠,٠٦٤٢	٠,٠١٤٨	٠,٤٥٥	١
٠,٠٠١٠	٠,٠٠٢٠١	٠,٠٥١	٠,١٠٣	٠,٢١١	٠,٤٤٦	٠,٧١٣	١,٣٨٦	٢
٠,٠٠٧	٠,٠١١٥	٠,٢٢	٠,٣٥٢	٠,٥٨٤	١,٠٠٥	١,٤٤٤	٢,٣٦٦	٣
٠,٢١	٠,٢٩٧	٠,٤٨	٠,٧١١	١,٠٦٤	١,٦٤٩	٢,١٩٥	٣,٣٥٧	٤
٠,٤١	٠,٥٥٤	٠,٨٣	١,١٤٥	١,٦١٠	٢,٣٤٢	٣,٠٠٠	٤,٣٥١	٥
٠,٦٨	٠,٨٧٢	١,٢٤	١,٦٣٥	٢,٢٠٤	٣,٠٧٠	٣,٨٢٨	٥,٣٤٨	٦
٠,٩٩	١,٢٣٩	١,٦٩	٢,١٦٧	٢,٨٣٣	٣,٨٢٢	٤,٦٧١	٦,٣٤٦	٧
١,٣٤	١,٦٤٦	٢,١٨	٢,٧٣٣	٣,٤٩٠	٤,٥٩٤	٥,٥٢٧	٧,٣٤٤	٨
١,٧٣	٢,٠٨٨	٢,٧٠	٣,٣٢٥	٤,١٦٨	٥,٣٨٠	٦,٣٣٣	٨,٣٤٢	٩
٢,١٦	٢,٥٥٨	٣,٢٥	٣,٩٤٠	٤,٨٦٥	٦,١٧٩	٧,٢٦٧	٩,٣٤٢	١٠
٢,٦٠	٣,٠٥٣	٣,٨٢	٤,٥٧٥	٥,٥٧٨	٦,٩٨٩	٨,١٤٨	١٠,٣٤١	١١
٣,٧٠	٣,٥٧١	٤,٤٠	٥,٢٢٦	٦,٣٠٤	٧,٨٠٧	٩,٠٣٤	١١,٣٤٠	١٢
٣,٥٧	٤,١٠٧	٥,٠١	٥,٨٩٢	٧,٠٤٢	٨,٦٣٤	٩,٩٢٦	١٢,٣٤٠	١٣
٤,٠٧	٤,٦٦٠	٥,٦٣	٦,٥٧١	٧,٧٩٠	٩,٤٦٧	١٠,٨٢١	١٣,٣٣٩	١٤
٤,٦٠	٥,٢٢٩	٦,٢٦	٧,٢٦١	٨,٥٤٧	١٠,٣٠٧	١١,٧٢١	١٤,٣٣٩	١٥
٥,١٤	٥,٨١٢	٦,٩١	٧,٩٦٢	٩,٣١٢	١١,١٥٢	١٢,٦٢٤	١٥,٣٣٨	١٦
٥,٧٠	٦,٤٠٨	٧,٥٧	٨,٦٧٢	١٠,٠٨٥	١٢,٠٠٢	١٣,٥٣١	١٦,٣٣٨	١٧
٦,٢٦	٧,٠١٥	٨,٢٣	٩,٣٩٠	١٠,٨٦٥	١٢,٨٥٧	١٤,٤٤٠	١٧,٣٣٨	١٨
٦,٨٥	٧,٦٣٣	٨,٩١	١٠,١١٧	١١,٦٥١	١٣,٧١٦	١٥,٣٥٢	١٨,٣٣٨	١٩
٧,٤٣	٨,٢٦٠	٩,٥٩	١٠,٨٥١	١٢,٤٤٣	١٤,٥٧٨	١٦,٢٦٦	١٩,٣٣٧	٢٠
٨,٠٤	٨,٨٩٧	١٠,٢٨	١١,٥٩١	١٣,٢٤٠	١٥,٤١٥	١٧,١٨٢	٢٠,٣٣٧	٢١
٨,٦٤	٩,٥٤٢	١٠,٩٨	١٢,٣٣٨	١٤,٠٤١	١٦,٢١٤	١٨,١٠١	٢١,٣٣٧	٢٢
٩,٢٦	١٠,١٩٦	١١,٦٩	١٣,٠٩١	١٤,٨٤٨	١٧,١٨٧	١٩,٠٢١	٢٢,٣٣٧	٢٣
٩,٨٩	١٠,٨٥٦	١٢,٤٠	١٣,٨٤٨	١٥,٦٥٩	١٨,٠٦٢	١٩,٩٤٢	٢٣,٣٣٧	٢٤
١٠,٥٢	١١,٥٢٤	١٣,١٢	١٤,٦١١	١٦,٤٧٣	١٨,٩٤٠	٢٠,٨٦٧	٢٤,٣٣٧	٢٥
١١,١٦	١٢,١٩٨	١٣,٨٤	١٥,٣٧٩	١٧,٢٩٢	١٩,٨٢٠	٢١,٧٩٢	٢٥,٣٣٦	٢٦
١١,٨١	١٢,٨٧٩	١٤,٥٧	١٦,١٥١	١٨,١١٤	٢٠,٧٠٢	٢٢,٧١٩	٢٦,٣٣٦	٢٧
١٢,٤٦	١٣,٥٦٥	١٥,٣١٧	١٦,٩٢٨	١٨,٩٣٩	٢١,٥٨٨	٢٣,٦٤٧	٢٧,٣٣٦	٢٨
١٣,١٢	١٤,٢٥٦	١٦,٠٥	١٧,٧٠٨	١٩,٧٦٨	٢٢,٤٧٥	٢٤,٥٧٧	٢٨,٣٣٦	٢٩
١٣,٧٩	١٤,٩٥٣	١٦,٧٩	١٨,٤٩٣	٢٠,٥٩٩	٢٣,٣٦٤	٢٥,٥٠٨	٢٩,٣٣٦	٣٠

جدول ٦

التوزيع الهيرجيومتري

The hypergeometric distribution

الجدول يعرض الاحتمال h (س) وكذا h (س) ويقتصر على حالة $n = 10$

العلامة العشرية مخدوفة لتبسيط العرض — تقسم القيم على ١,٠٠٠,٠٠٠
لزيادة الانتفاع بالجدول يمكن الاستعانة بالعلاقات التالية :

$$h \text{ (س)} = h \text{ (س)}$$

$$h \text{ (س)} = h \text{ (س)}$$

يمكن الاستعانة بتقريب توزيع ذي الحدين — وذلك في حالة توافر الشروط المحددة لذلك ، حيث :

$$h \text{ (س)} \approx h \text{ (س)}$$

ن	١	س	ح (س)	ح (س)
١	١	٠	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
١	١	١	١ ٠٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٢	١	٠	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٢	١	١	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٢	٢	٠	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٢	٢	١	٩٧٧ ٧٧٨	٣٥٥ ٥٥٦
٢	٢	٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٢ ٢٢٢
٣	١	٠	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٣	١	١	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٣	٢	٠	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومتري

٢	١	س	ح (س)	ح (س)
٣	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٣	٢	٢	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٣	٠	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٣	٣	١	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٣	٣	٢	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٣	٣	٣	٠٠٨ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	١	٠	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٤	١	١	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٢	٠	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٤	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٤	٢	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٣	٠	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٤	٣	١	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٣	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٤	٠	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٤	٤	١	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٤	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٤	٤	٣	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٤	٤	٤	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	١	٠	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٥	١	١	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٢	٠	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومتري

٥	١	س	ح (س)	ح (س)
٥	٢	١	٧٧٧ ٧٧٨	٥٥٥ ٥٥٦
٥	٢	٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٢٢ ٢٢٢
٥	٣	٠	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٥	٣	١	٥٠٠ ٠٠٠	٤١٦ ٦٦٧
٥	٣	٢	٩١٦ ٦٦٧	٤١٦ ٦٦٧
٥	٣	٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٠٨٣ ٣٣٣
٥	٤	٠	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٥	٤	١	٢٦١ ٩٠٥	٢٣٨ ٠٩٥
٥	٤	٢	٧٣٨ ٠٩٥	٤٧٦ ١٩٠
٥	٤	٣	٩٧٦ ١٩٠	٢٣٨ ٠٩٥
٥	٤	٤	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٠٢٣ ٨١٠
٥	٥	٠	٠٠٣ ٩٦٨	٠٠٣ ٩٦٨
٥	٥	١	١٠٣ ١٧٥	٠٩٩ ٢٠٦
٥	٥	٢	٥٠٠ ٠٠٠	٣٩٦ ٨٢٥
٥	٥	٣	٨٩٦ ٨٢٥	٣٩٦ ٨٢٥
٥	٥	٤	٩٩٦ ٠٣٢	٠٩٩ ٢٠٦
٥	٥	٥	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٠٠٣ ٩٦٨
٦	١	٠	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٦	١	١	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٦	٢	٠	١٣٣ ٣٣٣	١٣٣ ٣٣٣
٦	٢	١	٦٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٦	٢	٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٣٣٣ ٣٣٣
٦	٣	٠	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومتري

٥	١	س	ح (س)	ح (س)
٦	٣	١	٣٠٠٠٠٠	٣٣٣٣٣٣
٦	٣	٢	٥٠٠٠٠٠	٨٣٣٣٣٣
٦	٣	٣	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٤	٠	٠٠٤ ٧٦٢	٠٠٤ ٧٦٢
٦	٤	١	١١٤ ٢٨٦	١١٩ ٠٤٨
٦	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٥٤٧ ٦١٩
٦	٤	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٩٢٨ ٥٧١
٦	٤	٤	٠٧١ ٤٢٩	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٥	١	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٦	٥	٢	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٦	٥	٣	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٦	٥	٤	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٦	٥	٥	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٦	٢	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٦	٦	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٦	٦	٤	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٦	٦	٥	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٦	٦	٦	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	١	٠	٣٠٠ ٠٠٠	٣ ٠٠ ٠٠٠
٧	٧	١	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٢	٠	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٧	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٧	٢	٢	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٣	٠	٠٠٨ ٣٣٣	٠٠٨ ٣٣٣

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومتري

٢	١	س	ح (س)	ح (س)
٧	٣	١	١٨٣ ٣٣٣	١٧٥ ...
٧	٣	٢	٧٠٨ ٣٣٣	٥٢٥ ...
٧	٣	٣	١ ...	٢٩١ ٦٦٧
٧	٤	١	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٢	٣٣٣ ٣٣٣	٣٠٠ ...
٧	٤	٣	٨٣٣ ٣٣٣	٥٠٠ ...
٧	٤	٤	١ ...	١٦٦ ٦٦٧
٧	٥	٢	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٧	٥	٣	٥٠٠ ...	٤١٦ ٦٦٧
٧	٥	٤	٩١٦ ٦٦٧	٤١٦ ٦٦٧
٧	٥	٥	١ ...	٠٨٣ ٣٣٣
٧	٦	٣	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٤	٦٦٦ ٦٦٧	٥٠٠ ...
٧	٦	٥	٩٦٦ ٦٦٧	٣٠٠ ...
٧	٦	٦	١ ...	٠٣٣ ٣٣٣
٧	٧	٤	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٧	٧	٥	٨١٦ ٦٦٧	٥٢٥ ...
٧	٧	٦	٩٩١ ٦٦٧	١٧٥ ...
٧	٧	٧	١ ...	٠٠٠ ٨٣٣
٨	١	٠	٢٠٠ ...	٢٠٠ ...
٨	١	١	١ ...	٨٠٠ ...
٨	٢	٠	٠٢٢ ٢٢٢	٠٢٢ ٢٢٢
٨	٢	١	٣٧٧ ٧٧٨	٣٥٥ ٥٥٦
٨	٢	٢	١ ...	٦٢٢ ٢٢٢

تابع جدول ٦
التوزيع الميرجيمتري

٢	١	س	ح (س)	ح (س)
٨	٣	١	٠.٦٦ ٦٦٧	٠.٦٦ ٦٦٧
٨	٣	٢	٥٣٣ ٣٣٣	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٣	٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٤	٢	١ ٣٣٣ ٣٣٣	١٣٣ ٣٣٣
٨	٤	٣	٦٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٨	٤	٤	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٣٣٣ ٣٣٣
٨	٥	٣	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢
٨	٥	٤	٧٧٧ ٧٧٨	٥٥٥ ٥٥٦
٨	٥	٥	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٢٢ ٢٢٢
٨	٦	٤	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٨	٦	٥	٨٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٨	٦	٦	١ ٠٠٠ ٠٠٠	١٣٣ ٣٣٣
٨	٧	٥	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٧	٦	٩٣٣ ٣٣٣	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٧	٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٠.٦٦ ٦٦٧
٨	٨	٦	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٨	٨	٧	٩٧٧ ٧٧٨	٣٥٥ ٥٥٦
٨	٨	٨	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٠.٢٢ ٢٢٢
٩	١	٠	١٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠
٩	١	١	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
٩	٢	١	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٩	٢	٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومتري

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٩	٤	٣	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٩	٤	٤	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٥	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٥	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٦	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٦	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٧	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٨	١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٨	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٩	١ ٠٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠

جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية
Probabilities for Fourfold tables

n	حجم العينة الكلى	n
n_1	أقل تكرار بين الصفوف والأعمدة	n_1
n_2	أقل تكرار بعد n_1	n_2
n_3	تكرار الخلية المناظرة لأقل تكرارين	n_3

	n_1	n_2
n_3		
n		

والجداول تستخدم فى اختبار فيشر Fisher's exact test وتوضح الاحتمالات التالية ($n \geq 10$) .

المشاهد : وهو الاحتمال المتجمع للحالة المشاهدة والحالات الأخرى الأكثر تطرفا فى نفس الاتجاه .

الأخرى : وهو احتمال الحالات الأخرى الأكثر تطرفا فى الاتجاه المعاكس .

الجداول تغطى الحالات لقيم $n \geq 10$. لقيم n الكبيرة ، y_1 ، y_2 يمكن استخدام قيم z لتحديد المنطقة الحرجة وهى تعطى نفس الاحتمالات تقريبا .

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٠	احتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	٣	١	٦	١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	١	١	٢
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١			
٠,٤٦٧	٠,٠٦٧	٠,٤٠٠	٠	٢	٢	٦	١	٠,٣٣٣	٠,١٦٧	٠	١	١	٣
١	٠,٤٠٠	٠,٦٠٠	١				٠,٣٣٣	٠,١٠٠	٠,٣٣٣	١			
٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧	٢				١	٠,٢٥٠	٠,٧٥٠	٠	١	١	٤
٠,٤٠٠	٠,٢٠٠	٠,٢٠٠	٠	٣	٢	٦	٠,٢٥٠	٠,٠٠٠	٠,٢٥٠	١			
١	٠,٨٠٠	٠,٨٠٠	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	٢	١	٤
٠,٤٠٠	٠,٢٠٠	٠,٢٠٠	٢				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١			
٠,١٠٠	٠,٠٥٠	٠,٠٥٠	٠	٣	٣	٦	٠,٣٣٣	٠,١٦٧	٠,١٦٧	٠	٢	٢	٤
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,٨٣٣	٠,٨٣٣	١			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢				٠,٣٣٣	٠,١٦٧	٠,١٦٧	٢			
٠,١٠٠	٠,٠٥٠	٠,٠٥٠	٣				١	٠,٢٠٠	٠,٨٠٠	٠	١	١	٥
١	٠,١٤٣	٠,٨٥٧	٠	١	١	٧	٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠	١			
٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣	١				١	٠,٤٠٠	٠,٦٠٠	٠	٢	١	٥
١	٠,٢٨٦	٠,٧١٤	٠	٢	١	٧	٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠	١			
٠,٢٨٦	٠,٠٠٠	٠,٢٨٦	١				٠,٤٠٠	٠,١٠٠	٠,٣٠٠	٠	٢	٢	٥
١	٠,٤٢٩	٠,٥٧١	٠	٣	١	٧	١	٠,٣٠٠	٠,٧٠٠	١			
٠,٤٢٩	٠,٠٠٠	٠,٤٢٩	١				٠,١٠٠	٠,٠٠٠	٠,١٠٠	٢			
٠,٥٧١	٠,٠٤٨	٠,٤٧٦	٠	٢	٢	٧	١	٠,١٦٧	٠,٨٣٣	٠	١	١	٦
١	٠,٤٧٦	٠,٥٢٤	١				٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧	١			
٠,٠٤٨	٠,٠٠٠	٠,٠٤٨	٢				١	٠,٣٣٣	٠,٦٦٧	٠	٢	١	٦
٠,٤٢٩	٠,١٤٣	٠,٢٨٦	٠	٣	٢	٧	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣	١			

تابع جدول ٧
إحتمالات الجداول الرباعية

إحتمال				ن	ي	ي	س	إحتمال				ن	ي	ي	س
مجموع	أخرى	مشاهد	س					مجموع	أخرى	مشاهد	س				
٠,٤٢٩	٠,٢١٤	٠,٢١٤	٢	٤	٢	٨	١	٠,٢٨٦	٠,١٤٣	٠,١٤٣	١	٢	٢	٤	٨
٠,١٩٦	٠,٠٩٨	٠,١٩٦	٠	٣	٣	٨	٠,١٤٣	٠,٠٧١	٠,١٤٣	٢	٢	٢	٤	٨	٨
١	٠,٢٨٦	٠,١٤٣	١				٠,١٤٣	٠,٠٧١	٠,١٤٣	٠	٣	٣	٦	٨	٨
٠,٤٢٩	٠,١٩٦	٠,٢٨٦	٢				١	٠,٣٧١	٠,١٩٦	٠,١٩٦	١				٨
٠,٠٩٨	٠,٠٧١	٠,٠٩٨	٣				٠,١٤٣	٠,٠٧١	٠,١٤٣	٢					٨
٠,١٤٣	٠,٠٧١	٠,٠٧١	٠	٤	٣	٨	٠,٠٧١	٠,٠٣٥	٠,٠٧١	٣					٨
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,١٢٥	٠,٠٦٢	٠,٠٦٢	٠	١	١	٢	٨
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢				٠,١٢٥	٠,٠٦٢	٠,١٢٥	١					٨
٠,١٤٣	٠,٠٧١	٠,٠٧١	٣				١	٠,٢٥٠	٠,١٢٥	٠,١٢٥	٠	٢	١	٣	٨
٠,٠٢٩	٠,٠١٤	٠,٠١٤	٠	٤	٤	٨	٠,٢٥٠	٠,١٢٥	٠,٢٥٠	١					٨
٠,٤٨٦	٠,٢٤٣	٠,٢٤٣	١				١	٠,٣٧١	٠,١٨٥	٠,١٨٥	٠	٣	١	٤	٨
١	٠,٧٥٧	٠,٧٥٧	٢				٠,٣٧١	٠,١٨٥	٠,٣٧١	١					٨
٠,٤٨٦	٠,٢٤٣	٠,٢٤٣	٣				١	٠,٥٠٠	٠,٢٥٠	٠,٢٥٠	٠	٤	١	٥	٨
٠,٠٢٩	٠,٠١٤	٠,٠١٤	٤				١	٠,٥٠٠	٠,٢٥٠	٠,٢٥٠	١				٨
١	٠,١١١	٠,١١١	٠	١	١	٩	١	٠,٤٤٤	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٠	٢	٢	٤	٨
٠,١١١	٠,٠٥٥	٠,١١١	١				١	٠,٥٥٥	٠,٢٧٧	٠,٢٧٧	١				٨
١	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٠	٢	١	٩	٠,٠٥٥	٠,٠٢٧	٠,٠٥٥	٢					٨
٠,٢٢٢	٠,٠٥٥	٠,٢٢٢	١				٠,٢٢٢	٠,١١١	٠,٢٢٢	٠	٣	٢	٥	٨	٨
١	٠,٣٣٣	٠,٣٣٣	٠	٣	١	٩	١	٠,٣٣٣	٠,١١١	٠,٣٣٣	١				٨
٠,٣٣٣	٠,٠٥٥	٠,٣٣٣	١				٠,١١١	٠,٠٣٧	٠,١١١	٢					٨
١	٠,٤٤٤	٠,٤٤٤	٠	٤	١	٩	٠,٤٤٤	٠,٢٢٢	٠,٤٤٤	٠	٤	٢	٦	٨	٨
٠,٤٤٤	٠,٠٥٥	٠,٤٤٤	١				١	٠,٥٥٥	٠,٢٧٧	٠,٢٧٧	١				٨

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٠	احتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,١٠٠	٠,٩٠٠	٠	١	١	١٠	١	٠,٤١٧	٠,٥٨٣	٠	٢	٢	٩
٠,١٠٠	٠,٠٠٠	٠,٩٠٠	١				٠,٤١٧	٠,٠٠٠	٠,٤١٧	١			
١	٠,٢٠٠	٠,٨٠٠	٠	٢	١	١٠	٠,٠٢٨	٠,٠٠٠	٠,٠٢٨	٢			
٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠	١				٠,٥٠٠	٠,٠٨٣	٠,٤١٧	٠	٣	٢	٩
١	٠,٣٠٠	٠,٧٠٠	٠	٣	١	١٠	١	٠,٤١٧	٠,٥٨٣	١			
٠,٣٠٠	٠,٠٠٠	٠,٣٠٠	١				٠,٠٨٣	٠,٠٠٠	٠,٠٨٣	٢			
١	٠,٤٠٠	٠,٦٠٠	٠	٤	١	١٠	٠,٤٤٤	٠,١٦٧	٠,٢٧٨	٠	٤	٢	٩
٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠	١				١	٠,٢٧٨	٠,٧٢٢	١			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	٥	١	١٠	٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧	٢			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٠,٤٦٤	٠,٢٢٦	٠,٢٣٨	٠	٣	٣	٩
١	٠,٣٧٨	٠,٦٢٢	٠	٢	٢	١٠	١	٠,٧٧٤	٠,٧٧٤	١			
٠,٣٧٨	٠,٠٠٠	٠,٣٧٨	١				٠,٤٦٤	٠,٢٣٨	٠,٢٢٦	٢			
٠,٠٢٢	٠,٠٠٠	٠,٠٢٢	٢				٠,٠١٢	٠,٠٠٠	٠,٠١٢	٣			
٠,٥٢٣	٠,٠٦٧	٠,٤٥٦	٠	٣	٢	١٠	٠,١٦٧	٠,٠٤٨	٠,١١٩	٠	٤	٣	٩
١	٠,٤٦٧	٠,٥٣٣	١				١	٠,٤٥٠	٠,٥٥٠	١			
٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧	٢				٠,٥٧٤	٠,١١٩	٠,٤٥٥	٢			
٠,٤٦٧	٠,١٣٣	٠,٣٣٣	٠	٤	٢	١٠	٠,٠٤٨	٠,٠٠٠	٠,٠٤٨	٣			
١	٠,٣٣٣	٠,٦٦٧	١				٠,٠٤٨	٠,٠٠٠	٠,٠٤٠	٠	٤	٤	٩
٠,١٣٣	٠,٠٠٠	٠,١٣٣	٢				٠,٥٧٤	٠,١٦٧	٠,٣٥٧	١			
٠,٤٤٤	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٠	٥	٢	١٠	١	٠,٣٥٧	٠,٦٤٣	٢			
١	٠,٧٧٨	٠,٧٧٨	١				٠,٢٠٦	٠,٠٤٠	٠,١٦٧	٣			
٠,٤٤٤	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٢				٠,٠٠٨	٠,٠٠٠	٠,٠٠٨	٤			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال				ن	١	٢	٣	احتمال				ن	١	٢	٣
مُشَاهَد	أُخْرَى	مُجْمَع	احتمال					مُشَاهَد	أُخْرَى	مُجْمَع	احتمال				
٠,٠٠٨	٠,١٠٤	٠,٠٠٤	٠	٥	٥	٥	١٠	٠,٤٧٥	٠,١٨٣	٠,٢٩٢	٠	٣	٣	٣	١٠
٠,٢٠٩	٠,١٠٣	٠,١٠٣	١					١	٠,٢٩٢	٠,٧٠٨	١				
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢					٠,١٨٣	٠,٠٠٠	٠,١٨٣	٢				
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٣					٠,٠٠٨	٠,٠٠٠	٠,٠٠٨	٣				
٠,٢٠٩	٠,١٠٣	٠,١٠٣	٤					٠,٢٠٠	٠,٠٣٣	٠,١٦٧	٠	٤	٣	٣	١٠
٠,٠٠٨	٠,٠٠٤	٠,٠٠٤	٥					١	٠,٢٣٣	٠,٦٦٧	١				
١	٠,٠٩١	٠,٩٠٩	٠	١	١	١	١١	٠,٥٠٠	٠,١٦٧	٠,٣٣٣	٢				
٠,٠٩١	٠,٠٠٠	٠,٠٩١	١					٠,٠٣٣	٠,٠٠٠	٠,٠٣٣	٣				
١	٠,١٨٢	٠,٨١٨	٠	٢	١	١	١١	٠,١٦٧	٠,٠٨٣	٠,٠٨٣	٠	٥	٣	٣	١٠
٠,١٨٢	٠,٠٠٠	٠,١٨٢	١					١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				
١	٠,٢٧٣	٠,٧٢٧	٠	٣	١	١	١١	١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢				
٠,٢٧٣	٠,٠٠٠	٠,٢٧٣	١					٠,١٦٧	٠,٠٨٣	٠,٠٨٣	٣				
١	٠,٣٦٤	٠,٦٣٦	٠	٤	١	١	١١	٠,٠٧٦	٠,٠٠٥	٠,٠٧٦	٠	٤	٤	٤	١٠
٠,٣٦٤	٠,٠٠٠	٠,٣٦٤	١					٠,٥٧٦	٠,١١٩	٠,٤٥٢	١				
١	٠,٤٥٥	٠,٥٤٥	٠	٥	١	١	١١	١	٠,٤٥٢	٠,٥٤٨	٢				
٠,٤٥٥	٠,٠٠٠	٠,٤٥٥	١					٠,١٩٠	٠,٠٧١	٠,١١٩	٣				
١	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	٠	٦	٢	٢	١١	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥	٤				
٠,٥٤٥	٠,٠٠٠	٠,٥٤٥	١					٠,٠٤٨	٠,٠٢٤	٠,٠٢٤	٠	٥	٤	٤	١٠
٠,٠١٨	٠,٠٠٠	٠,٠١٨	٢					٠,٥٢٤	٠,٢٦٢	٠,٢٦٢	١				
٠,٥٦٤	٠,٠٥٥	٠,٥٠٩	٠	٣	٢	١	١١	١	٠,٧٣٨	٠,٧٣٨	٢				
١	٠,٥٠٩	٠,٤٩١	١					٠,٥٢٤	٠,٢٦٢	٠,٢٦٢	٣				
٠,٥٥٥	٠,٠٠٠	٠,٥٥٥	٢					٠,٠٤٨	٠,٠٢٤	٠,٠٢٤	٤				

تابع جدول ٧
إحتمالات الجداول الرباعية

إحتمال			س	٢	١	٠	إحتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣	٤	٤	٤	١١	٠,٤٩١	٠,١٠٩	٠,٣٨٢	٠	٤	٢	١١
٠,٠٠٦	٠,٠١٥	٠,٠٤٥	٠	٥	٤	١١	١	٠,٣٨٢	٠,٦١٨	١			
٠,٥٤٥	٠,١٩٧	٠,٣٤٨	١				٠,١٠٩	٠,٠٠٠	٠,١٠٩	٢			
١	٠,٣٤٨	٠,٣٥٢	٢				٠,٤٥٥	٠,١٨٢	٠,٢٧٣	٠	٥	٢	١١
٠,٢٤٢	٠,٠٤٥	٠,١٩٧	٣				١	٠,٢٧٣	٠,٧٢٧	١			
٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥	٤				٠,١٨٢	٠,٠٠٠	٠,١٨٢	٢			
٠,٠١٥	٠,٠٠٢	٠,٠١٣	٠	٥	٥	١١	٠,٤٩١	٠,١٥٢	٠,٣٣٩	٠	٣	٣	١١
٠,٢٤٢	٠,٠٦٧	٠,١٧٥	١				١	٠,٣٣٩	٠,٦٦١	١			
١	٠,٣٤٢	٠,٦٠٨	٢				٠,١٥٢	٠,٠٠٠	٠,١٥٢	٢			
١,٥٦٧	٠,١٧٥	٠,٣٤٢	٣				٠,٠٠٩	٠,٠٠٠	٠,٠٠٩	٣			
٠,٠٨٠	٠,٠١٣	٠,٠٦٧	٤				٠,٢٣٩	٠,٠٢٤	٠,٢٦٢	٠	٤	٣	١١
٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢	٥				١	٠,٢٧٩	٠,٧٢١	١			
١	٠,٠٨٣	٠,٩١٧	٠	١	١	١٢	٠,٤٩١	٠,٢١٢	٠,٢٧٩	٢			
٠,٠٨٣	٠,٠٠٠	٠,٠٨٣	١				٠,٠٢٤	٠,٠٠٠	٠,٠٢٤	٣			
١	٠,١٦٧	٠,٨٣٣	٠	٢	١	١٢	٠,١٨٢	٠,٠٦١	٠,١٢١	٠	٥	٣	١١
٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧	١				١	٠,٤٢٤	٠,٥٧٦	١			
١	٠,٢٥٠	٠,٧٥٠	٠	٣	١	١٢	٠,٥٤٥	٠,١٢١	٠,٤٢٤	٢			
٠,٢٥٠	٠,٠٠٠	٠,٢٥٠	١				٠,٠٦١	٠,٠٠٠	٠,٠٦١	٣			
١	٠,٣٣٣	٠,٦٦٧	٠	٤	١	١٢	٠,١٩٤	٠,٠٨٨	٠,١٠٦	٠	٤	٤	١١
٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣	١				١	٠,٤٧٠	٠,٥٣٠	١			
١	٠,٤١٧	٠,٥٨٣	٠	٥	١	١٢	٠,٥٧٦	٠,١٠٦	٠,٤٧٠	٢			
٠,٤١٧	٠,٠٠٠	٠,٤١٧	١				٠,٠٨٨	٠,٠٠٠	٠,٠٨٨	٣			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٣	احتمال			س	٢	١	٣
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,٧٦٤	٠,٧٦٤	١	٤	٣	١٢	١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	٦	١	١٢
٠,٤٩١	٠,٢٥٥	٠,٢٣٦	٢				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١			
٠,٠١٨	٠,٠٠٠	٠,٠١٨	٣				١	٠,٣١٨	٠,٦٨٢	٠	٢	٢	١٢
٠,٢٠٥	٠,٠٤٥	٠,١٥٩	٠	٥	٣	١٢	٠,٣١٨	٠,٠٠٠	٠,٣١٨	١			
١	٠,٣٦٤	٠,٣٦٦	١				٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥	٢			
٠,٥٢٣	٠,١٥٩	٠,٣٦٤	٢				١	٠,٤٥٥	٠,٥٤٥	٠	٣	٢	١٢
٠,٠٤٥	٠,٠٠٠	٠,٠٤٥	٣				١	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	١			
٠,١٨٢	٠,٠٩١	٠,٠٩١	٠	٦	٣	١٢	٠,٠٤٥	٠,٠٠٠	٠,٠٤٥	٢			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٠,٥١٥	٠,٠٩١	٠,٤٢٤	٠	٤	٢	١٢
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢				١	٠,٤٢٤	٠,٥٧٦	١			
٠,١٨٢	٠,٠٩١	٠,٠٩١	٣				٠,٠٩١	٠,٠٠٠	٠,٠٩١	٢			
٠,٢٠٨	٠,٠٦٧	٠,١٤١	٠	٤	٤	١٢	٠,٤٧٠	٠,١٥٢	٠,٣١٨	٠	٥	٢	١٢
١	٠,٤٠٦	٠,٥٩٤	١				١	٠,٣١٨	٠,٦٨٢	١			
٠,٥٤٧	٠,١٤١	٠,٤٠٦	٢				٠,١٥٢	٠,٠٠٠	٠,١٥٢	٢			
٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧	٣				٠,٤٥٥	٠,٢٢٧	٠,٢٢٧	٠	٦	٢	١٢
٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢	٤				١	٠,٧٧٢	٠,٧٧٢	١			
٠,٠٨١	٠,٠١٠	٠,٠٧١	٠	٥	٤	١٢	٠,٤٥٥	٠,٢٢٧	٠,٢٢٧	٢			
٠,٥٧٦	٠,١٢٥	٠,٤٢٤	١				٠,٩٠٥	٠,١٢٧	٠,٣٨٢	٠	٣	٣	١٢
١	٠,٤٢٤	٠,٥٧٦	٢				١	٠,٣٨٢	٠,٦١٨	١			
٠,٢٢٢	٠,٠٧١	٠,١٥٢	٣				٠,١٢٧	٠,٠٠٠	٠,١٢٧	٢			
٠,٠١٠	٠,٠٠٠	٠,٠١٠	٤				٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥	٣			
٠,٠٦١	٠,٠٣٠	٠,٠٣٠	٠	٦	٤	١٢	٠,٤٩١	٠,٢٣٦	٠,٢٥٥	٠	٤	٣	١٢

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٣	احتمال			س	٢	١	٣
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
٠,٠٠٢	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٦	٦	٦	١٢	٠,٠٤٥	٠,٢٧٣	٠,٢٧٣	١	٦	٤	١٢
١	٠,٠٧٧	٠,٩٢٣	٠	١	١	١٣	١	٠,٧٢٧	٠,٧٢٧	٢			
٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧	١				٠,٠٤٥	٠,٢٧٣	٠,٢٧٣	٣			
١	٠,١٥٤	٠,٨٤٦	٠	٢	١	١٣	٠,٠٦١	٠,٠٣٠	٠,٠٣٠	٤			
٠,١٥٤	٠,٠٠٠	٠,١٥٤	١				٠,٠٢٨	٠,٠٠١	٠,٠٢٧	٠	٥	٥	١٢
١	٠,٢٣١	٠,٧٦٩	٠	٣	١	١٣	٠,٢٩٣	٠,٠٤٥	٠,٢٤٧	١			
٠,٢٣١	٠,٠٠٠	٠,٢٣١	١				١	٠,٣١١	٠,٦٨٩	٢			
١	٠,٣٠٨	٠,٦٩٢	٠	٤	١	١٣	٠,٥٥٨	٠,٢٤٧	٠,٣١١	٣			
٠,٣٠٨	٠,٠٠٠	٠,٣٠٨	١				٠,٠٧٢	٠,٠٢٧	٠,٠٤٥	٤			
١	٠,٣٨٥	٠,٦١٥	٠	٥	١	١٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٥			
٠,٣٨٥	٠,٠٠٠	٠,٣٨٥	١				٠,٠١٥	٠,٠٠٨	٠,٠٠٨	٠	٦	٥	١٢
١	٠,٤٦٢	٠,٥٣٨	٠	٦	١	١٣	٠,٢٤٢	٠,١٢١	٠,١٢١	١			
٠,٤٦٢	٠,٠٠٠	٠,٤٦٢	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢			
١	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	٠	٢	٢	١٣	١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٣			
٠,٥٤٥	٠,٠٠٠	٠,٥٤٥	١				٠,٢٤٢	٠,١٢١	٠,١٢١	٤			
٠,٠١٣	٠,٠٠٠	٠,٠١٣	٢				٠,٠١٥	٠,٠٠٨	٠,٠٠٨	٥			
١	٠,٤٢٣	٠,٥٧٧	٠	٣	٢	١٣	٠,٠٠٢	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠	٦	٦	١٢
٠,٤٢٣	٠,٠٠٠	٠,٤٢٣	١				٠,٠٨٠	٠,٠٤٠	٠,٠٤٠	١			
٠,٠٣٨	٠,٠٠٠	٠,٠٣٨	٢				٠,٥٦٧	٠,٢٨٤	٠,٢٨٤	٢			
٠,٥٣٨	٠,٠٧٧	٠,٤٦٢	٠	٤	٢	١٣	١	٠,٧١٦	٠,٧١٦	٣			
١	٠,٤٦٢	٠,٥٣٨	١				٠,٥٦٧	٠,٢٨٤	٠,٢٨٤	٤			
٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧	٢				٠,٠٨٠	٠,٠٤٠	٠,٠٤٠	٥			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٣	احتمال			س	٢	١	٣
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
٠,٢٢٨	٠,٠٥٢	٠,١٧٦	٠	٤	٤	١٣	٠,٤٨٧	٠,١٢٨	٠,٣٥٩	٠	٥	٢	١٣
١	٠,٣٥٤	٠,١٤٦	١				١	٠,٣٥٩	٠,١٤٦	١			
٠,٥٥٩	٠,١٧٦	٠,٣٥٤	٢				٠,١٢٨	٠,٠٠٠	٠,١٢٨	٢			
٠,٠٥٢	٠,٠٠٠	٠,٠٥٢	٣				٠,٤٦٢	٠,١٤٢	٠,٣٦٩	٠	٦	٢	١٣
٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٤				١	٠,٢٦٩	٠,٧٣١	١			
٠,١٠٥	٠,٠٠٧	٠,٠٩٨	٠	٥	٤	١٣	٠,١٩٢	٠,٠٠٠	٠,١٩٢	٢			
٠,٦٠٨	٠,١١٩	٠,٤٩٠	١		٥		٠,٥٢٨	٠,١٠٨	٠,٤٢٠	٠	٣	٣	١٣
١	٠,٤٩٠	٠,٥١٠	٢				١	٠,٤٢٠	٠,٥٨٠	١			
٠,٢١٧	٠,٠٩٨	٠,١١٩	٣				٠,١٠٨	٠,٠٠٠	٠,١٠٨	٢			
٠,٠٠٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٧	٤				٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣	٣			
٠,٠٧٠	٠,٠٢١	٠,٠٤٩	٠	٦	٤	١٣	٠,٤٩٧	٠,٢٠٣	٠,٢٩٤	٠	٤	٢	١٣
٠,٥٥٩	٠,٢١٧	٠,٣٤٣	١				١	٠,٢٩٤	٠,٧٠٦	١			
١	٠,٣٤٣	٠,٦٥٧	٢				٠,٢٠٣	٠,٠٠٠	٠,٢٠٣	٢			
٠,٢٦٦	٠,٠٤٩	٠,٣١٧	٣				٠,٠٩٤	٠,٠٠٠	٠,٠٩٤	٣			
٠,٠٢١	٠,٠٠٠	٠,٠٢١	٤				٠,٢٧١	٠,٠٣٥	٠,١٩٦	٠	٥	٣	١٣
٠,٠٧٥	٠,٠٣٢	٠,٠٤٤	٠	٥	٥	١٣	١	٠,٣١٥	٠,٦٨٥	١			
٠,٥٥٥	٠,٢٤٩	٠,٣١٥	١				٠,٥١٠	٠,١٩٦	٠,٣١٥	٢			
١	٠,٣١٥	٠,٦٨٥	٢				٠,٠٣٥	٠,٠٠٠	٠,٠٣٥	٣			
٠,٢٩٣	٠,٠٤٤	٠,٣٤٢	٣				٠,١٩٢	٠,٠٧٠	٠,١٢٢	٠	٦	٢	١٣
٠,٠٣٢	٠,٠٠٠	٠,٠٣٢	٤				١	٠,٤٣٧	٠,٥٦٣	١			
٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٥				٠,٥٥٩	٠,١٢٢	٠,٤٣٧	٢			
٠,٠٢١	٠,٠٠٥	٠,٠١٦	٠	٦	٥	١٣	٠,٠٧٠	٠,٠٠٠	٠,٠٧٠	٣			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٤	احتمال			س	٢	١	٤
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,٤٢٩	٠,٥٧١	٠	٦	١	١٤	٠,٦٦٦	٠,٠٨٦	٠,١٧٩	١	٦	٥	١٣
٠,٤٢٩	٠,٠٠٠	٠,٤٢٩	١				١	٠,٤١٣	٠,٥٨٧	٢			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٠	٧	١	١٤	٠,٥٩٢	٠,١٧٩	٠,٤١٣	٣			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٠,١٠٣	٠,٠١٦	٠,٠٨٦	٤			
١	٠,٢٧٥	٠,٧٢٥	٠	٢	٢	١٤	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٥			
٠,٢٧٥	٠,٠٠٠	٠,٢٧٥	١				٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٠,٠٠٤	٠	٦	٦	١٣
٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١	٢				٠,١٠٣	٠,٠٢٥	٠,٠٧٨	١			
١	٠,٣٩٦	٠,٦٠٤	٠	٣	٢	١٤	٠,٥٩٢	٠,٢٠٩	٠,٣٨٣	٢			
٠,٣٩٦	٠,٠٠٠	٠,٣٩٦	١				١	٠,٣٨٣	٠,٦١٧	٣			
٠,٠٣٣	٠,٠٠٠	٠,٠٣٣	٢				٠,٢٨٦	٠,٠٧٨	٠,٢٠٩	٤			
٠,٥٦٠	٠,٠٦٦	٠,٤٣٤	٠	٤	٢	١٤	٠,٠٢٩	٠,٠٠٤	٠,٠٢٥	٥			
١	٠,٤٩٥	٠,٥٠٥	١				٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٦			
٠,٠٦٦	٠,٠٠٠	٠,٠٦٦	٢				١	٠,٠٧١	٠,٩٢٩	٠	١	١	١٤
٠,٥٠٥	٠,١١٠	٠,٣٩٦	٠	٥	٢	١٤	٠,٠٧١	٠,٠٠٠	٠,٠٧١	١			
١	٠,٣٩٦	٠,٦٠٤	١				١	٠,١٤٣	٠,٨٥٧	٠	٢	١	١٤
٠,١١٠	٠,٠٠٠	٠,١١٠	٢				٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣	١			
٠,١٧٣	٠,١٦٥	٠,٣٠٨	٠	٦	٢	١٤	١	٠,٢١٤	٠,٧٨٦	٠	٣	١	١٤
١	٠,٣٠٨	٠,٦٩٢	١				٠,٢١٤	٠,٠٠٠	٠,٢١٤	١			
٠,١٦٥	٠,٠٠٠	٠,١٦٥	٢				١	٠,٢٨٦	٠,٢١٤	٠	٤	١	١٤
٠,٤٦٢	٠,٢٣١	٠,٢٣١	٠	٧	٢	١٤	٠,٢٨٦	٠,٠٠٠	٠,٢٨٦	١			
١	٠,٧٦٩	٠,٢٣١	١				١	٠,٣٥٧	٠,٦٤٣	٠	٥	١	١٤
٠,٤٦٢	٠,٢٣١	٠,٢٣١	١				٠,٣٥٧	٠,٠٠٠	٠,٣٥٧	١			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٠	احتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
٠,٥٢٠	٠,٢١٠	٠,٣١١	٧	٤	٤	١٤	٠,٥٤٧	٠,٠٩٣	٠,٤٥٣	٠	٣	٣	١٤
٠,٠٤١	٠,٠٠٠	٠,٠٤١	٣				١	٠,٤٥٣	٠,٥٤٧	١			
٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٤				٠,٠٩٣	٠,٠٠٠	٠,٠٩٣	٧			
٠,٢٢١	٠,٠٩٥	٠,١٢٦	٠	٥	٤	١٤	٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣	٣			
١	٠,٤٥٥	٠,٥٤٥	١				٠,٥٠٥	٠,١٧٦	٠,٣٣٠	٠	٤	٣	١٤
٠,٥٨٠	٠,١٢٦	٠,٤٥٥	٧				١	٠,٣٣٠	٠,٦٧٠	١			
٠,٠٩٥	٠,٠٠٠	٠,٠٩٥	٣				٠,١٧٦	٠,٠٠٠	٠,١٧٦	٧			
٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥	٤				٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١	٣			
٠,٠٨٥	٠,٠١٥	٠,٠٧٠	٠	٦	٤	١٤	٠,٢٥٨	٠,٠٢٧	٠,٢٣١	٠	٥	٣	١٤
٠,٥٨٠	٠,١٧٥	٠,٦٠٤	١				١	٠,٢٧٥	٠,٧٢٥	١			
١	٠,٤٠٦	٠,٥٩٤	٧				٠,٥٠٥	٠,٢٣١	٠,٢٧٥	٧			
٠,٢٤٥	٠,٠٧٠	٠,١٧٥	٣				٠,٠٢٧	٠,٠٠٠	٠,٠٢٧	٣			
٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥	٤				٠,٢٠٩	٠,٠٥٥	٠,١٥٤	٠	٦	٣	١٤
٠,٠٧٠	٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	٠	٧	٤	١٤	١	٠,٣٨٥	٠,٦١٥	١			
٠,٥٥٩	٠,٢٨٠	٠,٢٨٠	١				٠,٥٣٨	٠,١٥٤	٠,٣٨٥	٧			
١	٠,٧٢٠	٠,٧٢٠	٧				٠,٠٥٥	٠,٠٠٠	٠,٠٥٥	٣			
٠,٥٥٩	٠,٢٨٠	٠,٢٨٠	٣				٠,١٥٧	٠,٠٩٦	٠,٠٩٦	٠	٧	٣	١٤
٠,٠٧٠	٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	٤				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١			
٠,٠٨٦	٠,٠٢٣	٠,٠٦٣	٠	٥	٥	١٤	١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٧			
٠,٥٨٠	٠,٢٠٣	٠,٣٧٨	١				٠,١٩٧	٠,٠٩٦	٠,٠٩٦	٣			
١	٠,٣٧٨	٠,٦٢٢	٧				٠,٢٥١	٠,٠٤١	٠,٢١٠	٠	٤	٤	١٤
٠,٢٦٦	٠,٠١٣	٠,٢٠٣	٣				١	٠,٣١١	٠,٦٨٩	١			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٤	احتمال			س	٢	١	٤
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
٠,١٠٣	٠,١٥١	٠,٠٥١	١	٧	٦	١٤	٠,٠٢٣	٠,٠٠٠	٠,٠٢٣	٤	٥	٥	١٤
٠,٥٩٢	٠,٢٩٦	٠,٢٩٦	٢				٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٥			
١	٠,٧٠٤	٠,٧٠٤	٣				٠,٠٣١	٠,٠٠٣	٠,٠٢٨	٠	٦	٥	١٤
٠,٥٩٢	٠,٢٩٦	٠,٢٩٦	٤				٠,٣٠١	٠,٠٦٣	٠,٢٣٨	١			
٠,١٠٣	٠,١٥١	٠,٠٥١	٥				١	٠,٣٤٣	٠,١٥٧	٢			
٠,٠٠٥	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٦				٠,٥٨٠	٠,٢٢٨	٠,٣٥٣	٣			
٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠	٧	٧	١٤	٠,٠٩١	٠,٠٢٨	٠,٠٦٣	٤			
٠,٠٢٩	٠,٠١٥	٠,٠١٥	١				٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣	٥			
٠,٢٨٦	٠,١٤٣	٠,١٤٣	٢				٠,٠٧١	٠,٠١٠	٠,٠١٠	٠	٧	٥	١٤
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٣				٠,٢٩٦	٠,١٣٣	٠,١٣٣	١			
١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٤				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٢			
٠,٢٨٦	٠,١٤٣	٠,١٤٣	٥				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	٣			
٠,٠٢٩	٠,٠١٥	٠,٠١٥	٦				٠,٢٩٦	٠,١٣٣	٠,١٣٣	٤			
٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٧				٠,٠٢١	٠,٠١٠	٠,٠١٠	٥			
١	٠,٠٩٧	٠,٥٣٣	٠	١	١	١٥	٠,٠١٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠	٦	٦	١٤
٠,٠٩٧	٠,٠٠٠	٠,٠٩٧	١				٠,١٣٨	٠,٠١٦	٠,١٢١	١			
١	٠,١٣٣	٠,٥٩٧	٠	٢	١	١٥	٠,١٢٧	٠,١٥٦	٠,٤٧١	٢			
٠,١٣٣	٠,٠٠٠	٠,١٣٣	١				١	٠,٤٧١	٠,٥٢٩	٣			
١	٠,٢٠٠	٠,٨٠٠	٠	٣	١	١٥	٠,٢٧٧	٠,١٢١	٠,١٥٦	٤			
٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠	١				٠,٠٢٦	٠,٠٠٩	٠,٠١٦	٥			
١	٠,٢٩٧	٠,٧٧٣	٠	٤	١	١٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٦			
٠,٢٩٧	٠,٠٠٠	٠,٢٩٧	١				٠,٠٠٥	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٠	٧	٦	١٤

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٠	احتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,٢٦٧	٠,٧٧٣	١	٧	٢	١٥	١	٠,٢٢٣	٠,٦٦٧	٠	٥	١	١٥
٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠	٢				٠,٢٢٣	٠,٠٠٠	٠,٢٢٣	١			
٠,٥٦٥	٠,٠٨١	٠,٤٨٤	٠	٣	٣	١٥	١	٠,٤٠٠	٠,٦٠٠	٠	٦	١	١٥
١	٠,٤٨٤	٠,٥١٦	١				٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠	١			
٠,٠٨١	٠,٠٠٠	٠,٠٨١	٢				١	٠,٤٦٧	٠,٥٣٣	٠	٧	١	١٥
٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢	٣				٠,٤٦٧	٠,٠٠٠	٠,٤٦٧	١			
٠,٥١٦	٠,١٥٤	٠,٣٦٢	٠	٤	٣	١٥	١	٠,٢٥٧	٠,٧٤٣	٠	٧	٢	١٥
١	٠,٣٦٢	٠,٦٣٧	١				٠,٢٥٧	٠,٠٠٠	٠,٢٥٧	١			
٠,١٥٤	٠,٠٠٠	٠,١٥٤	٢				٠,٠١٠	٠,٠٠٠	٠,٠١٠	٢			
٠,٠٠٩	٠,٠٠٠	٠,٠٠٩	٣				١	٠,٣٧١	٠,٦٢٩	٠	٣	٢	١٥
٠,٥٠٥	٠,٢٤٢	٠,٢٦٤	٠	٥	٣	١٥	٠,٣٧١	٠,٠٠٠	٠,٣٧١	١			
١	٠,٧٥٨	٠,٢٤٢	١				٠,٠٢٩	٠,٠٠٠	٠,٠٢٩	٢			
٠,٥٠٥	٠,٤٦٤	٠,٢٤٢	٢				٠,٥٨١	٠,٠٥٧	٠,٥٢٤	٠	٤	٢	١٥
٠,٠٢٧	٠,٠٠٠	٠,٠٢٧	٣				١	٠,٥٢٤	٠,٤٧٦	١			
٠,٢٢٩	٠,٠٤٤	٠,١٨٥	٠	٦	٣	١٥	٠,٠٥٧	٠,٠٠٠	٠,٠٥٧	٢			
١	٠,٣٤١	٠,٦٥٩	١				٠,٥٢٤	٠,٠٩٥	٠,٤٢٩	٠	٥	٢	١٥
٠,٥٢٥	٠,١٨٥	٠,٣٤١	٢				١	٠,٤٢٩	٠,٥٧١	١			
٠,٠٤٤	٠,٠٠٠	٠,٠٤٤	٣				٠,٠٩٥	٠,٠٠٠	٠,٠٩٥	٢			
٠,٢٠٠	٠,١٧٧	٠,١٢٣	٠	٧	٣	١٥	٠,٤٨٦	٠,١٤٣	٠,٣٤٣	٠	٦	٢	١٥
١	٠,٤٤٦	٠,٥٥٤	١				١	٠,٣٤٣	٠,٦٥٧	١			
٠,٥٦٩	٠,١٢٣	٠,٤٤٦	٢				٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣	٢			
٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧	٣				٠,٤٦٧	٠,٠٠٠	٠,٤٦٧	٠	٧	٢	١٥

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

احتمال			س	٢	١	٠	احتمال			س	٢	١	٠
مجموع	أخرى	مشاهد					مجموع	أخرى	مشاهد				
١	٠,٤٣٤	٠,٥٦٦	٢	٥	٥	١٥	٠,٢٧٥	٠,٠٣٣	٠,٢٤٢	٠	٤	٤	١٥
٠,٢٥١	٠,٠٨٤	٠,١٦٧	٣				١	٠,٢٧٥	٠,٧٢٥	١			
٠,٠١٧	٠,٠٠٠	٠,٠١٧	٤				٠,٥١٦	٠,٢٤٢	٠,٢٧٥	٢			
٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٥				٠,٠٣٣	٠,٠٠٠	٠,٠٣٣	٣			
٠,٠٨٩	٠,٠٤٧	٠,٠٤٧	٠	٦	٥	١٥	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٤			
٠,٥٨٠	٠,٢٨٧	٠,٢٩٤	١				٠,٢٣١	٠,٠٧٧	٠,١٥٤	٠	٥	٤	١٥
١	٠,٧١٣	٠,٧١٣	٢				١	٠,٤٠٧	٠,٥٩٣	١			
٠,٥٨٠	٠,٢٩٤	٠,٢٨٧	٣				٠,٥٦٠	٠,١٥٤	٠,٤٠٧	٢			
٠,٠٨٩	٠,٠٤٧	٠,٠٤٧	٤				٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧	٣			
٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢	٥				٠,٠٠٤	٠,٠٠٠	٠,٠٠٤	٤			
٠,٠٢٦	٠,٠٠٧	٠,٠١٩	٠	٧	٥	١٥	٠,١٠٣	٠,٠١١	٠,٠٩٢	٠	٦	٤	١٥
٠,٢٨٢	٠,١٠٠	٠,١٨٢	١				٠,٦٠٤	٠,١٤٣	٠,٤٦٢	١			
١	٠,٤٢٧	٠,٥٧٣	٢				١	٠,٤٦٢	٠,٥٣٨	٢	٦	٤	١٥
٠,٦٠٨	٠,١٨٢	٠,٤٢٧	٣				٠,٢٣٥	٠,٠٩٢	٠,١٤٣	٣			
٠,١١٩	٠,٠١٩	٠,١٠٠	٤	٧	٥	١٥	٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١	٤			
٠,٠٠٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٧	٥				٠,٠٧٧	٠,٠٢٦	٠,٠٥١	٠	٧	٤	١٥
٠,٠٢٨	٠,٠١١	٠,٠١٧	٠	٦	٥	١٥	٠,٥٦٩	٠,٢٣١	٠,٢٣٨	١			
٠,٢٨٧	٠,١١٩	٠,١٦٨	١				١	٠,٢٣٨	٠,٦٦٢	٢			
١	٠,٤٥٥	٠,٥٤٥	٢				٠,٢٨٢	٠,٠٥١	٠,٢٣١	٣			
٠,٦٢٧	٠,١٦٨	٠,٤٥٥	٣				٠,٠٢٦	٠,٠٠٠	٠,٠٢٦	٤			
٠,١٣٦	٠,٠١٧	٠,١١٩	٤				٠,١٠١	٠,٠١٧	٠,٠٨٤	٠	٥	٥	١٥
٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١	٥				٠,٦٠٠	٠,١٦٧	٠,٤٣٤	١			

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	١	٢	س	احتمال									
				مشاهد	أخرى	مجموع							
١٥	٦	٦	٦	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠							
١٥	٦	٧	٠	١,٠٠٠	١,٠١١	١,٠٠٧							
			١	١,٠٨٤	١,٠٣٥	١,١١٩							
			٢	١,٣٧٨	١,٢٣١	١,٦٠٨							
			٣	١,٦٢٢	١,٣٧٨	١							
			٤	١,٢٣١	١,٠٨٤	١,٣١٥							
			٥	١,٠٣٥	١,٠١١	١,٠٤١							
			٦	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠							
١٥	٧	٧	٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠							
			١	١,٠٣٧	١,٠٠٩	١,٠٤١							
			٢	١,٢١٤	١,١٠٠	١,٣١٥							
			٣	١,٥٩٥	١,٤٠٥	١,٠٠٠							
			٤	١,٤٠٥	١,٢١٤	١,٠١٩							
			٥	١,١٠٠	١,٠٣٧	١,١٣٧							
			٦	١,٠٠٩	١,٠٠١	١,٠١٠							
			٧	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠							

جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع
Cumulative binomial distribution

الجدول يعرض قيم h, n, p (س)
 $h, n, p = 1 - h, n - h, 1 - p$

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن / س / ق	١
٠,٩٩	٠,٩٥	٠,٩	٠,٨	٠,٧	٠,٦	٠,٥	٠	١
٠,٩٨٠١	٠,٩٠٢٥	٠,٨١	٠,٦٤	٠,٤٩	٠,٣٦	٠,٢٥	٠	٢
٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩	٠,٩٦	٠,٩١	٠,٨٤	٠,٧٥	١	٣
٠,٩٧٠٣	٠,٨٥٧٤	٠,٧٢٩	٠,٥١٢	٠,٣٤٣	٠,٢١٦	٠,١٢٥	٠	٤
٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٢٧	٠,٩٧٢	٠,٨٩٦	٠,٧٨٤	٠,٦٤٨	٠,٥٠	١	٥
١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٢	٠,٩٧٣	٠,٩٣٦	٠,٨٧٥	٢	٦
٠,٩٦٠٦	٠,٨١٤٥	٠,٦٥٦١	٠,٤٠٩٦	٠,٢٤٠١	٠,١٢٩٦	٠,٠٦٢٥	٠	٧
٠,٩٩٩٤	٠,٩٨٦	٠,٩٤٧٧	٠,٨١٩٢	٠,٦٥١٧	٠,٤٧٥٢	٠,٣١٢٥	١	٨
١	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٦٣	٠,٩٧٢٨	٠,٩١٦٣	٠,٨٢٠٨	٠,٦٨٧٥	٢	٩
١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩١٩	٠,٩٧٤٤	٠,٩٣٧٥	٣	١٠
٠,٩٥١٠	٠,٧٧٣٨	٠,٥٩٠٥	٠,٣٢٧٧	٠,١٦٨١	٠,٠٧٧٨	٠,٠٣١٣	٠	١١
٠,٩٩٩	٠,٩٧٧٤	٠,٩١٨٥	٠,٧٣٧٣	٠,٥٢٨٢	٠,٣٣٧	٠,١٨٧٥	١	١٢
١	٠,٩٩٨٨	٠,٩٤١٤	٠,٨٤٢١	٠,٧٣٦٩	٠,٦٨٢٦	٠,٥٠٠٠	٢	١٣
١	١	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٣٣	٠,٩٦٩٢	٠,٩١٣	٠,٨١٢٥	٣	١٤
١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٧٦	٠,٩٨٩٨	٠,٩٦٨٨	٤	١٥
٠,٩٤١٥	٠,٧٣٥١	٠,٥٣١٤	٠,٣٦٢١	٠,٢١٧٦	٠,١٤٦٧	٠,٠٩٥٦	٠	١٦
٠,٩٩٨٥	٠,٩٦٧٢	٠,٨٨٥٧	٠,٦٥٥٤	٠,٤٤٠٢	٠,٢٣٣٣	٠,١٠٩٤	١	١٧
١	٠,٩٩٧٨	٠,٩٨٤١	٠,٩٠١١	٠,٧٤٤٣	٠,٥٤٤٣	٠,٣٤٣٨	٢	١٨
١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٧	٠,٩٨٣	٠,٩٢٩٥	٠,٨٧٠٨	٠,٦٥٦٣	٣	١٩
١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٤	٠,٩٨٩١	٠,٩٥٩	٠,٨٩٠٦	٤	٢٠

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٥٩	٠,٩٨٤٤	٥	٦
٠,٩٣٢١	٠,٦٩٨٣	٠,٤٧٨٣	٠,٢٠٩٧	٠,٠٨٢٤	٠,٠٢٨٠	٠,٠٠٧٨	٠	٧
٠,٩٩٨٠	٠,٩٥٥٦	٠,٨٥٠٣	٠,٥٧٦٧	٠,٣٢٩٤	٠,١٥٨٦	٠,٠٦٢٥	١	
١	٠,٩٩٦٢	٠,٩٧٤٣	٠,٨٥٢٠	٠,٦٤٧١	٠,٤١٩٩	٠,٢٢٦٦	٢	
١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٧٣	٠,٩٦٦٧	٠,٨٧٤٠	٠,٧١٠٢	٠,٥٠٠٠	٣	
١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٥٣	٠,٩٧١٢	٠,٩٠٣٧	٠,٧٧٣٤	٤	
١	١	١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٦٢	٠,٩٨١٢	٠,٩٣٧٥	٥	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٢٢	٦	
٠,٩٢٢٧	٠,٦٦٣٤	٠,٤٣٠٥	٠,١٦٧٨	٠,٠٥٧٦	٠,٠١٦٨	٠,٠٠٣٩	٠	٨
٠,٩٩٧٣	٠,٩٤٢٨	٠,٨١٣١	٠,٥٠٣٣	٠,٢٥٥٣	٠,١٠٦٤	٠,٠٣٥٢	١	
٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٦١٩	٠,٧٩٦٩	٠,٥٥١٨	٠,٣١٥٤	٠,١٤٤٥	٢	
١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٥٥	٠,٩٤٣٧	٠,٨٠٥٩	٠,٥٩٤١	٠,٣٦٣٣	٣	
١	١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٨٩٦	٠,٩٤٢٠	٠,٨٢٦٣	٠,٦٣٦٧	٤	
١	١	١	٠,٩٩٨٨	٠,٩٨٨٧	٠,٩٥٠٢	٠,٨٥٥٥	٥	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩١٥	٠,٩٦٤٨	٦	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩١	٧	
٠,٩١٣٥	٠,٦٣٠٢	٠,٣٨٧٤	٠,١٣٤٢	٠,٠٤٠٤	٠,٠١٠١	٠,٠٠٠٢	٠	٩
٠,٩٩٦٦	٠,٩٢٨٨	٠,٧٧٤٨	٠,٤٣٦٢	٠,١٩٦٠	٠,٠٧٠٥	٠,٠١٩٥	١	
٠,٩٩٩٩	٠,٩٩١٦	٠,٩٤٧٠	٠,٧٣٨٢	٠,٤٦٢٨	٠,٢٣١٨	٠,٠٨٩٨	٢	
١	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩١٧	٠,٩١٤٤	٠,٧٢٩٧	٠,٤٨٢٦	٠,٢٥٣٩	٣	
١	١	٠,٩٩٩١	٠,٩٨٠٤	٠,٩٠١٢	٠,٧٣٣٤	٠,٥٠٠٠	٤	
١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٦٩	٠,٩٧٤٧	٠,٩٠٠٦	٠,٧٤٦١	٥	
١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٥٧	٠,٩٧٥٠	٠,٩١٠٢	٦	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٦٢	٠,٩٨٠٥	٧	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٨٠	٨	٩
٠,٩٠٤٤	٠,٥٩٨٧	٠,٣٤٨٧	٠,١٠٧٤	٠,٠٢٨٢	٠,٠٠٦	٠,٠٠١	٠	١٠
٠,٩٩٥٧	٠,٩١٣٩	٠,٧٣٦١	٠,٣٧٥٨	٠,١٤٩٣	٠,٠٤٦٤	٠,٠١٠٧	١	
٠,٩٩٩٩	٠,٩٨٨٥	٠,٩٢٩٨	٠,٦٧٧٨	٠,٣٨٢٨	٠,١٦٧٣	٠,٠٥٤٧	٢	
١	٠,٩٩٩٠	٠,٩٨٧٢	٠,٨٧٩١	٠,٦٤٩٦	٠,٣٨٢٣	٠,١٧١٩	٣	
١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٤	٠,٩٦٧٢	٠,٨٤٩٧	٠,٦٣٣١	٠,٣٧٧	٤	
١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٣٦	٠,٩٥٢٦	٠,٦٣٣٨	٠,٦٢٣	٥	
١	١	١	٠,٩٩٩١	٠,٩٨٩٤	٠,٩٤٥٢	٠,٨٢٨١	٦	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٩	٠,٩٨٧٧	٠,٩٤٥٣	٧	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٨٣	٠,٩٨٩٣	٨	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩	٩	
٠,٨٩٥٣	٠,٥٩٨٨	٠,٣١٣٨	٠,٠٨٥٩	٠,٠١٩٨	٠,٠٠٣٦	٠,٠٠٠٥	٠	١١
٠,٩٩٤٨	٠,٨٩٨١	٠,٦٩٧٤	٠,٣٢٢١	٠,١١٣٠	٠,٠٣٠٢	٠,٠٠٥٩	١	
٠,٩٩٩٨	٠,٩٨٤٨	٠,٩١٠٤	٠,٦١٧٤	٠,٣١٢٧	٠,١١٨٩	٠,٠٣٢٧	٢	
١,٠٠٠	٠,٩٩٨٤	٠,٩٨١٥	٠,٨٣٦٩	٠,٥٦٩٦	٠,٢٩٦٣	٠,١١٣٣	٣	
١,٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٢	٠,٩٤٩٦	٠,٧٨٩٧	٠,٥٣٢٨	٠,٢٧٤٤	٤	
١	١,٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٨٨٣	٠,٩٢١٨	٠,٧٥٣٥	٠,٥٠٠٠	٥	
١	١	١,٠٠٠	٠,٩٩٨٠	٠,٩٧٨٤	٠,٩٠٠٦	٠,٧٢٥٦	٦	
١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٥٧	٠,٩٧٠٧	٠,٨٨٦٧	٧	
١	١	١	١,٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٤١	٠,٩٦٧٣	٨	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٤١	٩	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٥	١٠	
٠,٨٨٦٤	٠,٥٤٠٤	٠,٢٨٢٤	٠,٠٦٨٧	٠,٠١٣٨	٠,٠٠٢٢	٠,٠٠٠٢	٠	١٢
٠,٩٩٣٨	٠,٨٨١٦	٠,٦٥٩٠	٠,٢٧٤٩	٠,٠٨٥٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٠٣٢	١	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
٠,٩٩٩٨	٠,٩٨٠٤	٠,٨٨٩١	٠,٥٥٨٣	٠,٢٥٢٨	٠,٠٨٣٤	٠,٠١٩٣	٢	١٢
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٧٤٤	٠,٧٩٤٦	٠,٤٩٢٥	٠,٢٢٥٣	٠,٠٧٣٠	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٥٧	٠,٩٢٧٤	٠,٧٢٣٧	٠,٤٣٨٢	٠,١٩٣٨	٤	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٥	٠,٩٨٠٦	٠,٨٨٢١	٠,٦٦٥٢	٠,٣٨٧٢	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٦١	٠,٩٦١٤	٠,٨٤١٨	٠,٦٢١٨	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٠٥	٠,٩٤٢٧	٠,٨٠٦٢	٧	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٣	٠,٩٨٤٧	٠,٩٢٧٠	٨	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٧٢	٠,٩٨٠٧	٩	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٦٨	١٠	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	١١	
٠,٨٧٧٥	٠,٥١٣٣	٠,٢٥٤٢	٠,٠٥٠٠	٠,٠٠٩٧	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٠١	٠	١٣
٠,٩٩٢٨	٠,٨٦٤٦	٠,٦٢١٣	٠,٢٣٣٦	٠,٠٦٣٧	٠,٠١٢٦	٠,٠٠١٧	١	
٠,٩٩٩٧	٠,٩٧٥٥	٠,٨٦٦١	٠,٥٠١٧	٠,٢٠٢٥	٠,٠٥٧٩	٠,٠١١٢	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٦٩	٠,٩٦٥٨	٠,٧٤٧٣	٠,٤٢٠٦	٠,١٦٨٦	٠,٠٤٦١	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٣٥	٠,٩٠٠٩	٠,٦٥٤٣	٠,٣٥٣٠	٠,١٣٣٤	٤	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٧٠٠	٠,٨٣٤٦	٠,٥٧٤٤	٠,٢٩٠٥	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٣٠	٠,٩٣٧٦	٠,٧٧١٢	٠,٥٠٠٠	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٨	٠,٩٨١٨	٠,٩٠٢٣	٠,٧٠٩٥	٧	
١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٦٠	٠,٩٦٧٩	٠,٩٦٦٦	٨	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٢٢	٠,٩٥٣٩	٩	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٧	٠,٩٨٨٨	١٠	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٣	١١	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	١٢	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
٠,٨٦٨٧	٠,٤٨٧٧	٠,٢٢٨٨	٠,١٤٤٠	٠,٠٩٦٨	٠,٠٥٠٨	٠,٠٣٠١	٠	١٤
٠,٩٩١٦	٠,٨٤٧٠	٠,٥٨٤٦	٠,١٩٧٩	٠,٠٤٧٥	٠,٠٢٠٨١	٠,٠١٠٠٩	١	
٠,٩٩٩٧	٠,٩٦٩٩	٠,٨٤١٦	٠,٤٤٨١	٠,١٦٠٨	٠,٠٣٩٨	٠,٠١٠٦٥	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٥٨	٠,٩٥٥٩	٠,٦٩٨٢	٠,٣٥٥٢	٠,١٢٤٣	٠,٠٢٨٧	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٠٨	٠,٨٧٠٢	٠,٥٨٤٢	٠,٢٧٩٣	٠,٠٨٩٨	٤	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٥	٠,٩٥٦١	٠,٧٨٠٥	٠,٤٨٥٩	٠,٢١٢٠	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٨٨٤	٠,٩٠٦٧	٠,٦٩٢٥	٠,٣٩٥٣	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٧٦	٠,٩٦٨٥	٠,٨٤٩٩	٠,٦٠٤٧	٧	
١	١	١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩١٧	٠,٩٤١٧	٠,٧٨٨٠	٨	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٣	٠,٩٨٢٥	٠,٩١٠٢	٩	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٦١	٠,٩٧١٣	١٠	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٣٥	١١	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩١	١٢	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	١٣	
٠,٨٦٠١	٠,٤٦٣٣	٠,٢٠٥٩	٠,١٣٥٢	٠,٠٩٤٧	٠,٠٥٠٥	٠,٠٣٠٠٠	٠	١٥
٠,٩٩٠٤	٠,٨٢٩٠	٠,٥٤٩٠	٠,١٦٧١	٠,٠٣٥٣	٠,٠١٥٢	٠,٠٠٠٥	١	
٠,٩٩٩٦	٠,٩٦٣٨	٠,٨١٥٩	٠,٣٩٨٠	٠,١٢٦٨	٠,٠٧٢١	٠,٠٠٣٧	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٤٥	٠,٩٤٤٤	٠,٦٤٨٢	٠,٢٩٦٩	٠,٠٩٠٥	٠,٠١٧٦	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٨٧٣	٠,٨٣٥٨	٠,٥١٥٥	٠,٢١٧٣	٠,٠٥٩٢	٤	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٣٨٩	٠,٧٢١٦	٠,٤٠٣٢	٠,١٥٠٩	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٨١٩	٠,٨٦٨٩	٠,٦٠٩٨	٠,٣٠٣٦	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٥٨	٠,٩٥٠٠	٠,٧٨٦٩	٠,٥٠٠٠	٧	
١	١	١	٠,٩٩٩٢	٠,٩٨٤٨	٠,٩٠٥٠	٠,٦٩٦٤	٨	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٢	٠,٨٤٩١	٩	١٥
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٠٧	٠,٩٤٠٨	١٠	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨١	٠,٩٨٢٤	١١	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٦٣	١٢	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٥	١٣	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	١٤	
٠,٨٥١٥	٠,٤٤٠١	٠,١٨٥٣	٠,٠٧٨١	٠,٠٠٣٣	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠	١٥	
٠,٩٨٩١	٠,٨١٠٨	٠,٥١٤٧	٠,١٤٠٧	٠,٠٧٦١	٠,٠٠٣٣	٠,٠٠٠٣	١٦	
٠,٩٩٩٥	٠,٩٥٧١	٠,٧٨٩٢	٠,٣٥١٨	٠,٠٩٩٤	٠,٠١٨٣	٠,٠٠٣١	١٧	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٣٠	٠,٩٣١٦	٠,٥٩٨١	٠,٢٤٥٩	٠,٠٦٥١	٠,٠١٠٦	١٨	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٨٣٠	٠,٧٩٨٢	٠,٤٤٩٩	٠,١٦٦٦	٠,٠٣٨٤	١٩	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٦٧	٠,٩١٨٣	٠,٦٥٩٨	٠,٣٢٨٨	٠,١٠٥١	٢٠	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٥	٠,٩٧٣٣	٠,٨٢٤٧	٠,٥٢٧٢	٠,٢٢٧٢	٢١	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٣٠	٠,٩٢٥٦	٠,٧١٦١	٠,٤٠١٨	٢٢	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٥	٠,٩٧٤٣	٠,٨٥٧٧	٠,٥٩٨٢	٢٣	
١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٢٩	٠,٩٤١٧	٠,٧٧٢٨	٢٤	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٤	٠,٩٨٠٩	٠,٨٩٤٩	٢٥	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٥١	٠,٩٦١٦	٢٦	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٨٩٤	٢٧	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٩	٢٨	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٢٩	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٣٠	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
٠,٨٤٢٩	٠,٤١٨١	٠,١٦٦٨	٠,٠٢٢٥	٠,٠٠٢٣	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٠	٠	١٧
٠,٩٨٧٧	٠,٧٩٢٢	٠,٤٨١٨	٠,١١٨٢	٠,٠١٩٣	٠,٠٠٢١	٠,٠٠٠١	١	
٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٧	٠,٧٦٦٨	٠,٣٠٩٦	٠,٠٧٧٤	٠,٠١٢٣	٠,٠٠١٢	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩١٢	٠,٩١٧٤	٠,٥٤٨٩	٠,٢٠١٩	٠,٠٤٦٤	٠,٠٠٦٤	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٨	٠,٩٧٧٩	٠,٧٥٨٢	٠,٣٨٨٧	٠,١٢٦٠	٠,٠٢٤٥	٤	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٥٣	٠,٨٩٤٣	٠,٥٩٦٨	٠,٢٦٣٩	٠,٠٧١٧	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٢	٠,٩٦٢٣	٠,٧٧٥٢	٠,٤٤٧٨	٠,١٦٦٢	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٨٩١	٠,٨٩٥٤	٠,٦٤٠٥	٠,٣١٤٥	٧	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٧٤	٠,٩٥٩٧	٠,٨٠١١	٠,٥٠٠٠	٨	
١	١	١	٠,٩٩٩٥	٠,٩٨٧٣	٠,٩٠٨١	٠,٦٨٥٥	٩	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٦٨	٠,٩٦٥٢	٠,٨٣٣٨	١٠	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٣	٠,٩٨٩٤	٠,٩٢٨٣	١١	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٥	٠,٩٧٥٥	١٢	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٣٦	١٣	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٨٨	١٤	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	١٥	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	١٦	
٠,٨٣٤٥	٠,٣٩٧٢	٠,١٥٠١	٠,٠٢٨٠	٠,٠٠١٦	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	٠	١٨
٠,٩٨٦٢	٠,٧٧٣٥	٠,٤٥٠٣	٠,٠٩٩١	٠,٠١٤٢	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٠١	١	
٠,٩٩٩٣	٠,٩٤١٩	٠,٧٣٣٨	٠,٢٧١٣	٠,٠٦٠٠	٠,٠٠٨٢	٠,٠٠٠٧	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٨٩١	٠,٩٠١٨	٠,٥٠١٠	٠,١٦٤٦	٠,٠٣٢٨	٠,٠٠٣٨	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٥	٠,٩٧١٨	٠,٧١٦٤	٠,٣٣٢٧	٠,٠٩٤٢	٠,٠١٥٤	٤	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٣٦	٠,٨٦٧١	٠,٥٣٤٤	٠,٢٠٨٨	٠,٠٤٨١	٥	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٨	٠,٩٤٨٧	٠,٧٢١٧	٠,٣٧٤٣	٠,١١٨٩	١٨	٦
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٨٣٧	٠,٨٥٩٣	٠,٥٦٣٤	٠,٢٤٠٣		٧
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٥٧	٠,٩٤٠٤	٠,٧٣٦٨	٠,٤٠٧٣		٨
١	١	١	٠,٩٩٩١	٠,٩٧٩٠	٠,٨٦٥٣	٠,٥٩٢٧		٩
١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٣٩	٠,٩٤٢٤	٠,٧٥٩٧		١٠
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٦	٠,٩٧٩٧	٠,٨٨١١		١١
١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٤٢	٠,٩٥١٩		١٢
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٨٤٦		١٣
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٦٢		١٤
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٣		١٥
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩		١٦
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠		١٧
٠,٨٢٦٢	٠,٣٧٧٤	٠,١٣٥١	٠,٠١٤٤	٠,٠٠١١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	١٩	٠
٠,٩٨٤٧	٠,٧٥٤٧	٠,٤٢٠٣	٠,٠٨٢٩	٠,٠١٠٤	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠		١
٠,٩٩٩١	٠,٩٣٣٥	٠,٧٠٥٤	٠,٢٣٦٩	٠,٠٤٦٢	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٠٤		٢
١,٠٠٠٠	٠,٩٨٦٨	٠,٨٨٥٠	٠,٤٥٥١	٠,١٣٣٢	٠,٠٢٣٠	٠,٠٠٢٢		٣
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٠	٠,٩٦٤٨	٠,٩٧٣٣	٠,٧٨٢٢	٠,٠٦٩٦	٠,٠٠٩٦		٤
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٩١٤	٠,٨٣٦٩	٠,٤٧٣٩	٠,١٦٢٩	٠,٠٣١٨		٥
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٣	٠,٩٣٢٤	٠,٦٦٥٥	٠,٣٠٨١	٠,٠٨٣٥		٦
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٧٦٧	٠,٨١٨٠	٠,٤٨٧٨	٠,١٧٩٦		٧
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٣٣	٠,٩١٦١	٠,٦٦٧٥	٠,٣٢٣٨		٨
١	١	١	٠,٩٩٨٤	٠,٩٦٧٤	٠,٨١٣٩	٠,٥٠٠٠		٩
١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٨٩٥	٠,٩١١٥	٠,٦٧٦٢		١٠

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٢	٠,٩٦٤٨	٠,٨٢٠٤	١١	١٩
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٨٨٤	٠,٩٦٦٥	١٢	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٦٩	٠,٩٦٨٢	١٣	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٠٤	١٤	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٧٨	١٥	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٦	١٦	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	١٧	
٠,٨١٧٩	٠,٣٥٨٥	٠,١٢١٦	٠,٠١١٥	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠	٢٠
٠,٩٨٣١	٠,٧٣٥٨	٠,٣٩١٧	٠,٠٦٩٢	٠,٠٠٧٦	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٠٠	١	
٠,٩٩٩٠	٠,٩٢٤٥	٠,٦٧٦٩	٠,٢٠٦١	٠,٠٣٥٥	٠,٠٠٣٦	٠,٠٠٠٢	٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٨٤٦	٠,٨٦٧٠	٠,٤١١٤	٠,١٠٧١	٠,٠١٦٠	٠,٠٠١٣	٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٧٤	٠,٩٥٦٨	٠,٦٢٩٦	٠,٢٣٧٥	٠,٠٥١٠	٠,٠٠٥٩	٤	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٩٨٨٧	٠,٨٠٤٢	٠,٤١٦٤	٠,١٢٥٦	٠,٠٢٠٧	٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٧٩	٠,٩١٣٣	٠,٦٠٨٠	٠,٢٥٠٠	٠,٠٥٧٧	٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٦	٠,٩٦٧٩	٠,٧٧٢٣	٠,٤١٥٩	٠,١٣١٦	٧	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٠٠	٠,٨٨٦٧	٠,٥٩٥٦	٠,٢٥١٧	٨	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٧٤	٠,٩٥٢٠	٠,٧٥٥٣	٠,٤١١٩	٩	
١	١	٠,٩٩٩٤	٠,٩٨٢٩	٠,٩٨٢٩	٠,٨٧٢٥	٠,٥٨٨١	١٠	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٤٩	٠,٩٤٣٥	٠,٧٤٨٣	١١	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٧٩٠	٠,٨٦٨٤	١٢	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٣٥	٠,٩٤٢٣	١٣	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٤	٠,٩٧٩٣	١٤	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٤١	١٥	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٧	١٦	٢٠
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	١٧	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	١٨	
٠,٦٠٥٠	٠,٠٧٦٩	٠,٠٠٥٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠	٥٠
٠,٩١٠٦	٠,٢٧٩٤	٠,٠٣٣٨	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١	
٠,٩٨٦٢	٠,٥٤٠٥	٠,١١١٧	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٢	
٠,٩٩٨٤	٠,٧٦٠٤	٠,٢٥٠٣	٠,٠٠٥٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٣	
٠,٩٩٩٩	٠,٨٩٦٤	٠,٤٣١٢	٠,٠١٨٥	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٤	
١,٠٠٠٠	٠,٩٦٢٢	٠,٦١٦١	٠,٠٤٨٠	٠,٠٠٠٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٥	
١,٠٠٠٠	٠,٩٨٨٢	٠,٧٧٠٢	٠,١٠٣٤	٠,٠٠٢٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٦	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٦٨	٠,٨٧٧٩	٠,١٩٠٤	٠,٠٠٧٣	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	٧	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٢	٠,٩٤٢١	٠,٣٠٧٣	٠,٠١٨٣	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٠	٨	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٨	٠,٩٧٥٥	٠,٤٤٣٧	٠,٠٤٠٢	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٠٠	٩	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٠٦	٠,٥٨٣٦	٠,٠٧٨٩	٠,٠٠٢٢	٠,٠٠٠٠	١٠	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٦٨	٠,٧١٠٧	٠,١٣٩٠	٠,٠٠٥٧	٠,٠٠٠٠	١١	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٠	٠,٨١٣٩	٠,٢٢٢٩	٠,٠١٣٣	٠,٠٠٠٢	١٢	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٨٨٩٤	٠,٣٢٧٩	٠,٠٢٨٠	٠,٠٠٠٥	١٣	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٣٩٣	٠,٤٤٦٨	٠,٠٥٤٠	٠,٠٠١٣	١٤	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٦٩٢	٠,٥٦٩٢	٠,٠٩٥٥	٠,٠٠٣٣	١٥	
١	١	١	٠,٩٨٥٦	٠,٦٨٣٩	٠,١٥٦١	٠,٠٠٧٧	١٦	
١	١	١	٠,٩٩٣٧	٠,٧٨٢٢	٠,٢٣٦٩	٠,٠١٦٤	١٧	
١	١	١	٠,٩٩٧٥	٠,٨٥٩٤	٠,٣٣٥٦	٠,٠٣٢٥	١٨	
١	١	١	٠,٩٩٩١	٠,٩١٥٢	٠,٤٤٦٥	٠,٠٥٩٥	١٩	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المجموع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٥٢٢	٠,٥٩١٠	٠,١٠١٣	٢٠	٥٠
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٧٤٩	٠,٦٧٠١	٠,١٦١١	٢١	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٨٧٧	٠,٧٦٦٠	٠,٢٣٩٩	٢٢	
١	١	١	١	٠,٩٩٤٤	٠,٨٤٣٨	٠,٣٣٥٩	٢٣	
١	١	١	١	٠,٩٩٧٦	٠,٩٠٢٢	٠,٤٤٣٩	٢٤	
١	١	١	١	٠,٩٩٩١	٠,٩٤٢٧	٠,٥٥٦١	٢٥	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٦٨٦	٠,٦٦٤١	٢٦	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٨٤٠	٠,٧٦٠١	٢٧	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٢٤	٠,٨٣٨٩	٢٨	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٦٦	٠,٨٩٨٧	٢٩	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٨٦	٠,٩٤٠٥	٣٠	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٥	٠,٩٦٧٥	٣١	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٨٣٦	٣٢	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٢٣	٣٣	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٦٧	٣٤	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٨٧	٣٥	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٥	٣٦	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٣٧	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٣٨	
٠,٣٦٦٠	٠,٠٠٥٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠	١٠٠
٠,٧٣٥٨	٠,٠٣٧١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١	
٠,٩٢٠٦	٠,١١٨٣	٠,٠٠١٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٢	
٠,٩٨١٦	٠,٢٥٧٨	٠,٠٠٧٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٣	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
٠,٩٩٦٦	٠,٤٣٦٠	٠,٠٢٣٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٤	١٠٠
٠,٩٩٩٥	٠,١١٦٠	٠,٠٥٧٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٥	
٠,٩٩٩٩	٠,٧٦٦٠	٠,١١٧٢	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٦	
١,٠٠٠٠	٠,٨٧٢٠	٠,٢٠٦١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٧	
١,٠٠٠٠	٠,٩٣٦٩	٠,٣٢٠٩	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٨	
١,٠٠٠٠	٠,٩٧١٨	٠,٤٥١٣	٠,٠٠٢٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٩	
١,٠٠٠٠	٠,٩٨٨٥	٠,٥٨٣٢	٠,٠٠٥٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٠	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٥٧	٠,٧٠٣٠	٠,٠١٢٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١١	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨٥	٠,٨٠١٨	٠,٠٢٥٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٢	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٥	٠,٨٧٦١	٠,٠٤٦٩	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٣	
١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٩٢٧٤	٠,٠٨٠٤	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٤	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٦٠١	٠,١٢٨٥	٠,٠٠٠٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٥	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٧٩٤	٠,١٩٢٣	٠,٠٠١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٦	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٠٠	٠,٢٧١٢	٠,٠٠٢٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٧	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٥٤	٠,٣٦٢١	٠,٠٠٤٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٨	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٨١	٠,٤٦٠٢	٠,٠٠٨٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	١٩	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٢	٠,٥٥٩٥	٠,٠١٦٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٢٠	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٧	٠,٦٥٤٠	٠,٠٢٨٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٢١	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٩٩٩٩	٠,٧٣٨٩	٠,٠٤٧٩	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٠	٢٢	
١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	٠,٨١٠٩	٠,٠٧٥٥	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠	٢٣	
١	١	١	٠,٨٦٨٦	٠,١١٣٦	٠,٠٠٠٦	٠,٠٠٠٠	٢٤	
١	١	١	٠,٩١٢٥	٠,١٦٣١	٠,٠٠١٢	٠,٠٠٠٠	٢٥	
١	١	١	٠,٩٤٤٢	٠,٢٢٤٤	٠,٠٠٢٤	٠,٠٠٠٠	٢٦	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	٠,٩٦٥٨	٠,٢٩٦٤	٠,٠٠٤٦	٠,٠٠٠٠	٢٧	١٠٠
١	١	١	٠,٩٨٠٠	٠,٣٧٦٨	٠,٠٠٠٨٤	٠,٠٠٠٠٠	٢٨	
١	١	١	٠,٩٨٨٨	٠,٤٦٢٣	٠,٠٠١٤٨	٠,٠٠٠٠٠	٢٩	
١	١	١	٠,٩٩٣٩	٠,٥٤٩١	٠,٠٠٢٤٨	٠,٠٠٠٠٠	٣٠	
١	١	١	٠,٩٩٦٩	٠,٦٣٣١	٠,٠٠٣٩٨	٠,٠٠٠٠١	٣١	
١	١	١	٠,٩٩٨٤	٠,٧١٠٧	٠,٠٠٦١٥	٠,٠٠٠٠٢	٣٢	
١	١	١	٠,٩٩٩٣	٠,٧٧٩٣	٠,٠٠٩١٣	٠,٠٠٠٠٤	٣٣	
١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٨٣٧١	٠,٠١٣٠٣	٠,٠٠٠٠٩	٣٤	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٨٨٣٩	٠,٠١٧٩٥	٠,٠٠٠١٨	٣٥	
١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٢٠١	٠,٠٢٣٨٦	٠,٠٠٠٣٣	٣٦	
١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٤٧٠	٠,٠٣٠٦٨	٠,٠٠٠٦٠	٣٧	
١	١	١	١	٠,٩٦٦٠	٠,٣٨٢٢	٠,٠٠١٠٥	٣٨	
١	١	١	١	٠,٩٧٩٠	٠,٤٦٢١	٠,٠٠١٧٦	٣٩	
١	١	١	١	٠,٩٨٧٥	٠,٥٤٣٣	٠,٠٠٢٨٤	٤٠	
١	١	١	١	٠,٩٩٢٨	٠,٦٢٢٥	٠,٠٠٤٤٣	٤١	
١	١	١	١	٠,٩٩٦٠	٠,٦٩٦٧	٠,٠٠٦٦٦	٤٢	
١	١	١	١	٠,٩٩٦٩	٠,٧٦٣٥	٠,٠٠٩٦٧	٤٣	
١	١	١	١	٠,٩٩٨٩	٠,٨٢١١	٠,٠١٣٥٦	٤٤	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٥	٠,٨٦٨٩	٠,٠١٨٤١	٤٥	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٧	٠,٩٠٧٠	٠,٠٢٤٢١	٤٦	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٣٦٢	٠,٠٣٠٨٦	٤٧	
١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٥٧٧	٠,٠٣٨٢٢	٤٨	
١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٧٢٩	٠,٠٤٦٠٢	٤٩	

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

٠,٠١	٠,٠٥	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	ن س / ق	
١	١	١	١	١	٠,٩٨٣٢	٠,٥٣٩٨	٥٠	١٠٠
١	١	١	١	١	٠,٩٩٠٠	٠,٦١٧٨	٥١	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٤٢	٠,٦٩١٤	٥٢	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٦٨	٠,٧٥٧٩	٥٣	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٨٣	٠,٨١٥٩	٥٤	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩١	٠,٨٦٤٤	٥٥	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٦	٠,٩٠٣٣	٥٦	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٠,٩٣٣٤	٥٧	
١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٠,٩٥٥٧	٥٨	
١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٠,٩٧١٦	٥٩	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٨٢٤	٦٠	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٨٩٥	٦١	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٤٠	٦٢	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٦٧	٦٣	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٨٢	٦٤	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩١	٦٥	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٦	٦٦	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٨	٦٧	
١	١	١	١	١	١	٠,٩٩٩٩	٦٨	
١	١	١	١	١	١	١,٠٠٠٠	٦٩	

جدول ٩
توزيع بواسون
Poisson distribution

القيم تقسم على ١٠٠٠٠

١	٠,٩	٠,٨	٠,٧	٠,٦	٠,٥	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١	س / م
٣٦٧٩	٤٠٦٦	٤٤٩٣	٤٩٦٦	٥٤٨٨	٦٠٦٥	٦٧٠٣	٧٤٠٨	٨١٨٧	٩٠٤٨	٠
٣٦٧٩	٣٦٥٩	٣٥٩٥	٣٤٧٦	٣٣٩٣	٣٠٣٣	٢٦٨١	٢٣٢٢	١٩٣٧	١٥٠٥	١
١٨٣٩	١٦٤٧	١٤٣٨	١٢١٧	٩٨٨	٧٥٨	٥٣٦	٣٣٣	١٦٤	٠٠٤٥	٢
٠٦١٣	٠٤٩٤	٠٣٨٣	٠٢٨٤	٠١٦٦	٠١٢٦	٠٠٧٢	٠٠٣٣	٠٠١١	٠٠٠٢	٣
٠١٥٣	٠١١١	٠٠٧٧	٠٠٥٠	٠٠٣٠	٠٠١٦	٠٠٠٧	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٤
٠٠٣١	٠٠٢٠	٠٠١٢	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٥
٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٦
٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٧
٢	١,٩	١,٨	١,٧	١,٦	١,٥	١,٤	١,٣	١,٢	١,١	س / م
١٣٥٣	١٤٩٦	١٦٥٣	١٨٢٧	٢٠١٩	٢٢٣١	٢٤٦٦	٢٧٢٥	٣٠١٢	٣٣٢٩	٠
٢٧٠٧	٢٨٤٢	٢٩٧٥	٣١٠٦	٣٢٣٠	٣٣٤٧	٣٤٥٢	٣٥٤٣	٣٦١٤	٣٦٦٢	١
٢٧٠٧	٢٧٠٠	٢٦٧٨	٢٦٤٠	٢٥٨٤	٢٥١٠	٢٤١٧	٢٣٠٣	٢١٦٩	٢٠١٤	٢
١٨٠٤	١٧١٠	١٦٠٧	١٤٩٦	١٣٧١	١٢٥٥	١١٢٨	٩٩٨	٨٦٧	٧٣٨	٣
٠٩٠٢	٠٨١٢	٠٧٢٣	٠٦٣٦	٠٥٥١	٠٤٧١	٠٣٩٥	٠٣٢٤	٠٢٦٠	٠٢٠٣	٤
٠٣٦١	٠٣٠٩	٠٢٦٠	٠٢١٦	٠١٧٦	٠١٤١	٠١١١	٠٠٨٤	٠٠٦٢	٠٠٤٥	٥
٠١٢٠	٠٠٩٨	٠٠٧٨	٠٠٦١	٠٠٤٧	٠٠٣٥	٠٠٢٦	٠٠١٨	٠٠١٢	٠٠٠٨	٦
٠٠٣٤	٠٠٢٧	٠٠٢٠	٠٠١٥	٠٠١١	٠٠٠٨	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٧
٠٠٠٩	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٨
٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٢,١	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٥	٢,٦	٢,٧	٢,٨	٢,٩	٣
٥	١٢٢٥	١١٠٨	١٠٠٣	٩٠٧	٨٢١	٧٤٣	٦٧٢	٦٠٨	٥٥٠	٤٩٨
١	٢٥٧٢	٢٤٣٨	٢٣٠٦	٢١٧٧	٢٠٥٢	١٩٣١	١٨١٥	١٧٠٣	١٥٩٦	١٤٩٤
٢	٢٧٠٠	٢٦٨١	٢٦٥٢	٢٦١٣	٢٥٦٥	٢٥١٠	٢٤٥٠	٢٣٨٤	٢٣١٤	٢٢٤٠
٣	١٨٩٠	١٩٦٦	٢٠٣٣	٢٠٩٠	٢١٣٨	٢١٧٦	٢٢٠٥	٢٢٢٥	٢٢٣٧	٢٢٤٠
٤	٩٩٢	١٠٨٢	١١٦٩	١٢٥٤	١٣٣٦	١٤١٤	١٤٨٨	١٥٥٧	١٦٢٢	١٦٨٠
٥	٤١٧	٤٧٦	٥٣٨	٦٠٢	٦٦٨	٧٣٥	٨٠٤	٨٧٢	٩٤٠	١٠٠٨
٦	١٤٤	١٦٤	٢٠٦	٢٤١	٢٧٨	٣١٩	٣٦٢	٤٠٧	٤٥٥	٥٠٤
٧	٥٤	٦٨	٨٣	٩٩	١١٨	١٣٩	١٦٣	١٨٨	٢١٦	٢٤١
٨	١١	١٥	١٩	٢٥	٣١	٣٨	٤٧	٥٧	٦٨	٨١
٩	٣	٤	٥	٧	٩	١١	١٤	١٨	٢٢	٢٧
١٠	١	١	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٨
س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
٥	٤٥٠	٤٠٨	٣٦٩	٣٣٤	٣٠٢	٢٧٣	٢٤٧	٢٢٤	٢٠٢	١٨٣
١	١٣٩٧	١٣٠٤	١٢١٧	١١٣٥	١٠٥٧	٩٨٤	٩١٥	٨٥٠	٧٨٩	٧٣٣
٢	٢١٦٥	٢٠٨٧	٢٠٠٨	١٩٢٩	١٨٥٠	١٧٧١	١٦٩٢	١٦١٥	١٥٣٩	١٤٦٥
٣	٢٢٣٧	٢٢٢٦	٢٢٠٩	٢١٨٦	٢١٥٨	٢١٢٥	٢٠٨٧	٢٠٤٦	٢٠٠١	١٩٥٤
٤	١٧٣٤	١٧٨١	١٨٢٣	١٨٥٨	١٨٨٨	١٩١٢	١٩٣١	١٩٤٤	١٩٥١	١٩٥٤
٥	١٠٧٥	١١٤٠	١٢٠٣	١٢٦٤	١٣٢٢	١٣٧٧	١٤٢٩	١٤٧٧	١٥٢٢	١٥٦٣
٦	٥٥٥	٦٠٨	٦٦٢	٧١٦	٧٧١	٨٢٦	٨٨١	٩٣٦	٩٨٩	١٠٤٢
٧	٢٤٦	٢٧٨	٣١٢	٣٤٨	٣٨٥	٤٢٥	٤٦٦	٥٠٨	٥٥١	٥٩٥
٨	٩٥	١١١	١٢٩	١٤٨	١٦٩	١٩١	٢١٥	٢٤١	٢٦٩	٢٩٨
٩	٣٣	٤٠	٤٧	٥٦	٦٦	٧٦	٨٩	١٠٢	١١٦	١٣٢

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
١٠	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥٣
١١	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩
١٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س/م	٤,١	٤,٢	٤,٣	٤,٤	٤,٥	٤,٦	٤,٧	٤,٨	٤,٩	٥
٠	٠١٦٦	٠١٥٠	٠١٣٦	٠١٢٣	٠١١١	٠١٠١	٠٠٩١	٠٠٨٢	٠٠٧٤	٠٠٦٧
١	٠١٧٩	٠١٦٣	٠١٥٣	٠١٤٠	٠١٢٥	٠١١٣	٠١٠٥	٠٠٩٥	٠٠٨٦	٠٠٧٧
٢	١٣٩٣	١٣٢٣	١٢٥٤	١١٨٨	١١٢٥	١٠٦٣	١٠٠٥	٩٤٨	٨٩٤	٨٤٢
٣	١٩٠٤	١٨٥٢	١٨٩٨	١٨٧٥	١٨٤٧	١٨٣١	١٥٧٤	١٥١٧	١٤٦٠	١٤٠٤
٤	١٩٥١	١٩٤٤	١٩٣٣	١٩١٧	١٨٩٨	١٨٧٥	١٨٤٩	١٨٢٠	١٧٨٩	١٧٥٥
٥	١٦٠٠	١٦٣٣	١٦٦٢	١٦٨٧	١٧٠٨	١٧٢٥	١٧٣٨	١٧٤٧	١٧٥٣	١٧٥٥
٦	١٠٩٣	١١٤٣	١١٩١	١٢٣٧	١٢٨١	١٣٢٣	١٣٦٢	١٣٩٨	١٤٣٢	١٤٦٢
٧	٠٦٤٠	٠٦٨٦	٠٧٣٢	٠٧٧٨	٠٨٢٤	٠٨٦٩	٠٩١٤	٠٩٥٩	١٠٠٢	١٠٤٤
٨	٠٣٢٨	٠٣٦٠	٠٣٩٣	٠٤٢٨	٠٤٦٣	٠٥٠٠	٠٥٣٧	٠٥٧٥	٠٦١٤	٠٦٥٣
٩	٠١٥٠	٠١٦٨	٠١٨٨	٠٢٠٩	٠٢٣٢	٠٢٥٥	٠٢٨٠	٠٣٠٧	٠٣٣٤	٠٣٦٣
١٠	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨١	٠٠٩٢	٠١٠٤	٠١١٨	٠١٣٢	٠١٤٧	٠١٦٤	٠١٨١
١١	٠٠٢٣	٠٠٢٧	٠٠٣٢	٠٠٣٧	٠٠٤٣	٠٠٤٩	٠٠٥٦	٠٠٦٤	٠٠٧٣	٠٠٨٢
١٢	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٢	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٤
١٣	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣
١٤	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥
١٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ۹
توزیع بواسون

س/م	۰,۱	۰,۲	۰,۳	۰,۴	۰,۵	۰,۶	۰,۷	۰,۸	۰,۹	۶
۰	۰۰۶۱	۰۰۰۵	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱	۰۰۳۱	۰۰۰۷	۰۰۰۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۲	۰۰۰۹	۰۰۰۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۳	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۴	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۵	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۶	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۷	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۸	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۹	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۲	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۳	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۴	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۵	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱۶	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
س/م	۶,۱	۶,۲	۶,۳	۶,۴	۶,۵	۶,۶	۶,۷	۶,۸	۶,۹	۷
۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۲	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۳	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٦,٩	٦,٨	٦,٧	٦,٦	٦,٥	٦,٤	٦,٣	٦,٢	٦,١	٧
٤	١٢٩٤	١٢٤٩	١٢٠٥	١١٦٢	١١١٨	١٠٧٦	١٠٣٤	٩٩٢	٩٥٢	٩١٢
٥	١٥٧٩	١٥٤٩	١٥١٩	١٤٨٧	١٤٥٤	١٤٢٠	١٣٨٥	١٣٤٩	١٣١٤	١٢٧٧
٦	١٦٠٥	١٦٠١	١٥٩٥	١٥٨٦	١٥٧٥	١٥٦٢	١٥٤٦	١٥٢٩	١٥١١	١٤٩٠
٧	١٣٩٩	١٤١٨	١٤٣٥	١٤٥٠	١٤٦٢	١٤٧٢	١٤٨٠	١٤٨٦	١٤٨٩	١٤٩٠
٨	١٠٦٦	١٠٩٩	١١٣٠	١١٦٠	١١٨٨	١٢١٥	١٢٤٠	١٢٦٣	١٢٨٤	١٣٠٤
٩	٧٧٣	٧٥٧	٧٤١	٧٢٥	٧٠٨	٦٩١	٦٧٣	٦٥٤	٦٣٨	٦٢١
١٠	٤٤١	٤٦٩	٤٩٨	٥٢٨	٥٥٨	٥٨٨	٦١٨	٦٤٩	٦٧٩	٧١٠
١١	٢٤٥	٢٦٥	٢٨٥	٣٠٧	٣٣٠	٣٥٣	٣٧٧	٤٠١	٤٢٦	٤٥٢
١٢	١٢٤	١٣٧	١٥٠	١٦٤	١٧٩	١٩٤	٢١٠	٢٢٧	٢٤٥	٢٦٤
١٣	٥٥٨	٦٥	١٠٧٣	١٠٨١	١٠٨٩	١٠٩٨	١١٠٨	١١١٩	١١٣٠	١١٤٢
١٤	١٠٢٥	١٠٢٩	١٠٣٣	١٠٣٧	١٠٤١	١٠٤٦	١٠٥٢	١٠٥٨	١٠٦٤	١٠٧١
١٥	١٠١٠	١٠١٧	١٠١٤	١٠١٦	١٠١٨	١٠٢٠	١٠٢٣	١٠٢٦	١٠٢٩	١٠٣٣
١٦	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٠٥	١٠٠٦	١٠٠٧	١٠٠٨	١٠١٠	١٠١١	١٠١٣	١٠١٤
١٧	١٠٠١	١٠٠٢	١٠٠٢	١٠٠٣	١٠٠٣	١٠٠٣	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٠٦
١٨	١٠٠٠	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠١	١٠٠٢	١٠٠٢
س/م	٧,٩	٧,٨	٧,٧	٧,٦	٧,٥	٧,٤	٧,٣	٧,٢	٧,١	٨
٠	١٢٤١	١٢٠٤	١١٦٧	١١٣٠	١٠٩٤	١٠٥٧	١٠٢١	٩٨٦	٩٥١	٩١٦
١	١٠٥٩	١٠٥٤	١٠٤٩	١٠٤٥	١٠٤١	١٠٣٨	١٠٣٥	١٠٣٢	١٠٢٩	١٠٢٧
٢	٨٢٠٨	٨١٤	٨٠٨	٨٠٦	٨٠٦	٨٠٦	٨٠٦	٨٠٦	٨٠٦	٨٠٧
٣	٤٩٢	٤٦٤	٤٣٨	٤١٣	٣٨٩	٣٦٦	٣٤٥	٣٢٤	٣٠٥	٢٨٦
٤	٨٧٤	٨٣٦	٧٩٩	٧٦٤	٧٢٩	٦٩٦	٦٦٣	٦٣٢	٦٠٢	٥٧٣
٥	١٢٤١	١٢٠٤	١١٦٧	١١٣٠	١٠٩٤	١٠٥٧	١٠٢١	٩٨٦	٩٥١	٩١٦

تابع جدول ۹
توزیع بواسون

س/م	۷,۱	۷,۲	۷,۳	۷,۴	۷,۵	۷,۶	۷,۷	۷,۸	۷,۹	۸
۶	۱۴۶۸	۱۴۴۵	۱۴۲۰	۱۳۹۴	۱۳۶۷	۱۳۳۹	۱۳۱۱	۱۲۸۲	۱۲۵۲	۱۲۲۱
۷	۱۴۸۹	۱۴۸۶	۱۴۸۱	۱۴۷۴	۱۴۶۵	۱۴۵۴	۱۴۴۲	۱۴۲۸	۱۴۱۳	۱۳۹۶
۸	۱۴۲۱	۱۴۳۷	۱۴۵۱	۱۴۶۳	۱۴۷۳	۱۴۸۲	۱۴۸۸	۱۴۹۲	۱۴۹۵	۱۴۹۶
۹	۱۰۴۲	۱۰۷۰	۱۰۹۶	۱۱۲۱	۱۱۴۴	۱۱۶۷	۱۱۸۷	۱۲۰۷	۱۲۲۴	۱۲۴۱
۱۰	۰۷۴۰	۰۷۷۰	۰۸۰۰	۰۸۲۹	۰۸۵۸	۰۸۸۷	۰۹۱۴	۰۹۴۱	۰۹۶۷	۰۹۹۳
۱۱	۰۴۷۸	۰۵۰۴	۰۵۳۱	۰۵۵۸	۰۵۸۵	۰۶۱۳	۰۶۴۰	۰۶۶۷	۰۶۹۵	۰۷۲۲
۱۲	۰۲۸۳	۰۳۰۳	۰۳۲۳	۰۳۴۴	۰۳۶۶	۰۳۸۸	۰۴۱۱	۰۴۳۴	۰۴۵۷	۰۴۸۱
۱۳	۰۱۵۴	۰۱۶۸	۰۱۸۱	۰۱۹۶	۰۲۱۱	۰۲۲۷	۰۲۴۳	۰۲۶۰	۰۲۷۸	۰۲۹۶
۱۴	۰۰۷۸	۰۰۸۶	۰۰۹۵	۰۱۰۴	۰۱۱۳	۰۱۲۳	۰۱۳۴	۰۱۴۵	۰۱۵۷	۰۱۶۹
۱۵	۰۰۳۷	۰۰۴۱	۰۰۴۶	۰۰۵۱	۰۰۵۷	۰۰۶۲	۰۰۶۹	۰۰۷۵	۰۰۸۳	۰۰۹۰
۱۶	۰۰۱۶	۰۰۱۹	۰۰۲۱	۰۰۲۴	۰۰۲۶	۰۰۳۰	۰۰۳۳	۰۰۳۷	۰۰۴۱	۰۰۴۵
۱۷	۰۰۰۷	۰۰۰۸	۰۰۰۹	۰۰۱۰	۰۰۱۲	۰۰۱۳	۰۰۱۵	۰۰۱۷	۰۰۱۹	۰۰۲۱
۱۸	۰۰۰۳	۰۰۰۳	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۵	۰۰۰۶	۰۰۰۶	۰۰۰۷	۰۰۰۸	۰۰۰۹
۱۹	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۲	۰۰۰۲	۰۰۰۳	۰۰۰۳	۰۰۰۳	۰۰۰۴
۲۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۲
س/م	۸,۱	۸,۲	۸,۳	۸,۴	۸,۵	۸,۶	۸,۷	۸,۸	۸,۹	۹
۰	۰۰۰۳	۰۰۰۳	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴	۰۰۰۴
۱	۰۰۲۵	۰۰۲۳	۰۰۲۱	۰۰۱۹	۰۰۱۷	۰۰۱۶	۰۰۱۴	۰۰۱۳	۰۰۱۲	۰۰۱۱
۲	۰۱۰۰	۰۰۹۲	۰۰۸۶	۰۰۷۹	۰۰۷۴	۰۰۶۸	۰۰۶۳	۰۰۵۸	۰۰۵۴	۰۰۵۰
۳	۰۲۶۹	۰۲۵۲	۰۲۳۷	۰۲۲۲	۰۲۰۸	۰۱۹۵	۰۱۸۳	۰۱۷۱	۰۱۶۰	۰۱۵۰
۴	۰۵۴۴	۰۵۱۷	۰۴۹۱	۰۴۶۶	۰۴۴۳	۰۴۲۰	۰۳۹۸	۰۳۷۷	۰۳۵۷	۰۳۳۷
۵	۰۸۸۲	۰۸۴۹	۰۸۱۶	۰۷۸۴	۰۷۵۲	۰۷۲۲	۰۶۹۲	۰۶۶۳	۰۶۳۵	۰۶۰۷

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

٩	٨,٩	٨,٨	٨,٧	٨,٦	٨,٥	٨,٤	٨,٣	٨,٢	٨,١	س/م
٠,٩١١	٠,٩٤١	٠,٩٧٢	١,٠٠٣	١,٠٣٤	١,٠٦٦	١,٠٩٧	١,١٢٨	١,١٦٠	١,١٩١	٦
١,١٧١	١,١٩٧	١,٢٢٢	١,٢٤٧	١,٢٧١	١,٢٩٤	١,٣١٧	١,٣٣٨	١,٣٥٨	١,٣٧٨	٧
١,٣١٨	١,٣٣٢	١,٣٤٤	١,٣٥٦	١,٣٦٦	١,٣٧٥	١,٣٨٢	١,٣٨٨	١,٣٩٢	١,٣٩٥	٨
١,٣١٨	١,٣١٧	١,٣١٥	١,٣١١	١,٣٠٦	١,٢٩٩	١,٢٩٠	١,٢٨٠	١,٢٦٩	١,٢٥٦	٩
١,١٨٦	١,١٧٢	١,١٥٧	١,١٤٠	١,١٢٣	١,١٠٤	١,٠٨٤	١,٠٦٣	١,٠٤٠	١,٠١٧	١٠
٠,٩٧٠	٠,٩٤٨	٠,٩٢٥	٠,٩٠٢	٠,٨٧٨	٠,٨٥٣	٠,٨٢٨	٠,٨٠٢	٠,٧٧٦	٠,٧٤٩	١١
٠,٧٢٨	٠,٧٠٣	٠,٦٧٩	٠,٦٥٤	٠,٦٢٩	٠,٦٠٤	٠,٥٧٩	٠,٥٥٥	٠,٥٣٠	٠,٥٠٥	١٢
٠,٥٠٤	٠,٤٨١	٠,٤٥٩	٠,٤٣٨	٠,٤١٦	٠,٣٩٥	٠,٣٧٤	٠,٣٥٤	٠,٣٣٤	٠,٣١٥	١٣
٠,٣٢٤	٠,٣٠٦	٠,٢٨٩	٠,٢٧٢	٠,٢٥٦	٠,٢٤٠	٠,٢٢٥	٠,٢١٠	٠,١٩٦	٠,١٨٢	١٤
٠,١٩٤	٠,١٨٢	٠,١٦٩	٠,١٥٨	٠,١٤٧	٠,١٣٦	٠,١٢٦	٠,١١٦	٠,١٠٧	٠,٠٩٨	١٥
٠,١٠٩	٠,١٠١	٠,٠٩٣	٠,٠٨٦	٠,٠٧٩	٠,٠٧٢	٠,٠٦٦	٠,٠٦٠	٠,٠٥٥	٠,٠٥٠	١٦
٠,٠٥٨	٠,٠٥٣	٠,٠٤٨	٠,٠٤٤	٠,٠٤٠	٠,٠٣٦	٠,٠٣٣	٠,٠٢٩	٠,٠٢٦	٠,٠٢٤	١٧
٠,٠٢٩	٠,٠٢٦	٠,٠٢٤	٠,٠٢١	٠,٠١٩	٠,٠١٧	٠,٠١٥	٠,٠١٤	٠,٠١٢	٠,٠١١	١٨
٠,٠١٤	٠,٠١٢	٠,٠١١	٠,٠١٠	٠,٠٠٩	٠,٠٠٨	٠,٠٠٧	٠,٠٠٦	٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	١٩
٠,٠٠٦	٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠٤	٠,٠٠٤	٠,٠٠٣	٠,٠٠٣	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٢٠
١٠	٩,٩	٩,٨	٩,٧	٩,٦	٩,٥	٩,٤	٩,٣	٩,٢	٩,١	س/م
٠,٠٠٠	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠
٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠٦	٠,٠٠٧	٠,٠٠٧	٠,٠٠٨	٠,٠٠٩	٠,٠٠٩	٠,٠١٠	١
٠,٠٢٣	٠,٠٢٥	٠,٠٢٧	٠,٠٢٩	٠,٠٣١	٠,٠٣٤	٠,٠٣٧	٠,٠٤٠	٠,٠٤٣	٠,٠٤٦	٢
٠,٠٧٦	٠,٠٨١	٠,٠٨٧	٠,٠٩٣	٠,١٠٠	٠,١٠٧	٠,١١٥	٠,١٢٣	٠,١٣١	٠,١٤٠	٣
٠,١٨٩	٠,٢٠١	٠,٢١٣	٠,٢٢٦	٠,٢٤٠	٠,٢٥٤	٠,٢٦٩	٠,٢٨٥	٠,٣٠٢	٠,٣١٩	٤
٠,٣٧٨	٠,٣٩٨	٠,٤١٨	٠,٤٣٩	٠,٤٦٠	٠,٤٨٣	٠,٥٠٦	٠,٥٣٠	٠,٥٥٥	٠,٥٨١	٥

تابع جدول ۹
توزیع بواسون

س/م	۹,۱	۹,۲	۹,۳	۹,۴	۹,۵	۹,۶	۹,۷	۹,۸	۹,۹	۱۰
۶	۰.۸۸۱	۰.۸۵۱	۰.۸۲۲	۰.۷۹۳	۰.۷۶۴	۰.۷۳۶	۰.۷۰۹	۰.۶۸۲	۰.۶۵۶	۰.۶۳۱
۷	۱.۱۴۵	۱.۱۱۸	۱.۰۹۱	۱.۰۶۴	۱.۰۳۷	۱.۰۱۰	۰.۹۸۲	۰.۹۵۵	۰.۹۲۸	۰.۹۰۱
۸	۱.۳۰۲	۱.۲۸۶	۱.۲۶۹	۱.۲۵۱	۱.۲۳۲	۱.۲۱۲	۱.۱۹۱	۱.۱۷۰	۱.۱۴۸	۱.۱۲۶
۹	۱.۴۱۷	۱.۴۱۵	۱.۴۱۱	۱.۴۰۶	۱.۴۰۰	۱.۳۹۳	۱.۳۸۴	۱.۳۷۴	۱.۳۶۳	۱.۳۵۱
۱۰	۱.۵۹۸	۱.۶۱۰	۱.۶۱۹	۱.۶۲۸	۱.۶۳۵	۱.۶۴۱	۱.۶۴۵	۱.۶۴۹	۱.۶۵۰	۱.۶۵۱
۱۱	۰.۹۹۱	۱.۰۱۲	۱.۰۳۱	۱.۰۴۹	۱.۰۶۷	۱.۰۸۳	۱.۰۹۸	۱.۱۱۲	۱.۱۲۵	۱.۱۳۷
۱۲	۰.۷۵۲	۰.۷۷۶	۰.۷۹۹	۰.۸۲۲	۰.۸۴۴	۰.۸۶۶	۰.۸۸۸	۰.۹۰۸	۰.۹۲۸	۰.۹۴۸
۱۳	۰.۵۲۶	۰.۵۴۹	۰.۵۷۲	۰.۵۹۴	۰.۶۱۷	۰.۶۴۰	۰.۶۶۲	۰.۶۸۵	۰.۷۰۷	۰.۷۲۹
۱۴	۰.۳۴۲	۰.۳۶۱	۰.۳۸۰	۰.۳۹۹	۰.۴۱۹	۰.۴۳۹	۰.۴۵۹	۰.۴۷۹	۰.۵۰۰	۰.۵۲۱
۱۵	۰.۲۰۸	۰.۲۲۱	۰.۲۳۵	۰.۲۵۰	۰.۲۶۵	۰.۲۸۱	۰.۲۹۷	۰.۳۱۳	۰.۳۲۰	۰.۳۴۷
۱۶	۰.۱۱۸	۰.۱۲۷	۰.۱۳۷	۰.۱۴۷	۰.۱۵۷	۰.۱۶۸	۰.۱۸۰	۰.۱۹۲	۰.۲۰۴	۰.۲۱۷
۱۷	۰.۰۶۳	۰.۰۶۹	۰.۰۷۵	۰.۰۸۱	۰.۰۸۸	۰.۰۹۵	۰.۱۰۳	۰.۱۱۱	۰.۱۱۹	۰.۱۲۸
۱۸	۰.۰۳۲	۰.۰۳۵	۰.۰۳۹	۰.۰۴۲	۰.۰۴۶	۰.۰۵۱	۰.۰۵۵	۰.۰۶۰	۰.۰۶۵	۰.۰۷۱
۱۹	۰.۰۱۵	۰.۰۱۷	۰.۰۱۹	۰.۰۲۱	۰.۰۲۳	۰.۰۲۶	۰.۰۲۸	۰.۰۳۱	۰.۰۳۴	۰.۰۳۷
۲۰	۰.۰۰۷	۰.۰۰۸	۰.۰۰۹	۰.۰۱۰	۰.۰۱۱	۰.۰۱۲	۰.۰۱۴	۰.۰۱۵	۰.۰۱۷	۰.۰۱۹
۲۱	۰.۰۰۳	۰.۰۰۳	۰.۰۰۴	۰.۰۰۴	۰.۰۰۵	۰.۰۰۶	۰.۰۰۶	۰.۰۰۷	۰.۰۰۸	۰.۰۰۹
۲۲	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۲	۰.۰۰۲	۰.۰۰۲	۰.۰۰۲	۰.۰۰۳	۰.۰۰۳	۰.۰۰۴	۰.۰۰۴
۲۳	۰.۰۰۰	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۲	۰.۰۰۲
س/م	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
۱	۰.۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
۲	۰.۰۱۰	۰.۰۰۴	۰.۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰

تابع جدول ۹
توزیع بواسون

س/م	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۳	۰۰۳۷	۰۰۱۸	۰۰۰۸	۰۰۰۴	۰۰۰۲	۰۰۰۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۴	۰۰۰۲	۰۰۰۳	۰۰۲۷	۰۰۱۳	۰۰۰۶	۰۰۰۳	۰۰۰۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۵	۰۰۲۴	۰۰۲۷	۰۰۷۰	۰۰۳۷	۰۰۱۹	۰۰۱۰	۰۰۰۵	۰۰۰۲	۰۰۰۱	۰۰۰۱
۶	۰۰۱۱	۰۰۵۵	۰۰۲۵	۰۰۸۷	۰۰۴۸	۰۰۲۶	۰۰۱۴	۰۰۰۷	۰۰۰۴	۰۰۰۲
۷	۰۰۴۶	۰۰۴۷	۰۰۸۱	۰۰۷۴	۰۰۴۴	۰۰۲۰	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۱	۰۰۰۵
۸	۰۰۸۸	۰۰۵۵	۰۰۵۷	۰۰۴۴	۰۰۱۹	۰۰۱۲	۰۰۰۷	۰۰۰۴	۰۰۰۲	۰۰۰۱
۹	۰۰۸۵	۰۰۷۴	۰۰۶۱	۰۰۴۷	۰۰۳۴	۰۰۲۱	۰۰۱۳	۰۰۰۸	۰۰۰۵	۰۰۰۲
۱۰	۰۱۱۹	۰۰۴۸	۰۰۵۹	۰۰۶۳	۰۰۴۸	۰۰۳۴	۰۰۲۰	۰۰۱۰	۰۰۰۶	۰۰۰۳
۱۱	۰۱۱۹	۰۱۱۴	۰۰۱۵	۰۰۴۴	۰۰۶۳	۰۰۴۹	۰۰۳۵	۰۰۲۵	۰۰۱۶	۰۰۰۹
۱۲	۰۰۹۴	۰۱۱۴	۰۰۹۹	۰۰۸۴	۰۰۶۹	۰۰۶۱	۰۰۴۴	۰۰۳۸	۰۰۲۹	۰۰۱۶
۱۳	۰۰۲۶	۰۰۵۶	۰۰۹۹	۰۰۶۰	۰۰۵۶	۰۰۴۴	۰۰۳۵	۰۰۲۹	۰۰۲۱	۰۰۱۳
۱۴	۰۰۲۸	۰۰۰۵	۰۰۲۱	۰۰۶۰	۰۰۲۴	۰۰۳۰	۰۰۲۰	۰۰۱۰	۰۰۰۵	۰۰۰۳
۱۵	۰۰۳۴	۰۰۲۴	۰۰۸۵	۰۰۸۹	۰۰۲۴	۰۰۲۲	۰۰۱۶	۰۰۰۷	۰۰۰۳	۰۰۰۱
۱۶	۰۰۳۷	۰۰۴۳	۰۰۱۹	۰۰۶۶	۰۰۶۰	۰۰۲۲	۰۰۱۳	۰۰۰۸	۰۰۰۴	۰۰۰۲
۱۷	۰۰۳۷	۰۰۳۸	۰۰۵۰	۰۰۷۱	۰۰۴۷	۰۰۳۴	۰۰۲۳	۰۰۱۳	۰۰۰۸	۰۰۰۴
۱۸	۰۰۴۵	۰۰۵۶	۰۰۳۹	۰۰۵۴	۰۰۷۰	۰۰۴۰	۰۰۲۶	۰۰۱۶	۰۰۰۹	۰۰۰۵
۱۹	۰۰۸۴	۰۰۶۱	۰۰۲۲	۰۰۴۰	۰۰۵۷	۰۰۴۹	۰۰۳۱	۰۰۱۷	۰۰۰۹	۰۰۰۵
۲۰	۰۰۴۶	۰۰۹۷	۰۰۷۷	۰۰۸۶	۰۰۴۸	۰۰۵۹	۰۰۳۲	۰۰۱۸	۰۰۰۸	۰۰۰۵
۲۱	۰۰۲۴	۰۰۵۵	۰۰۰۹	۰۰۴۹	۰۰۴۹	۰۰۴۶	۰۰۲۶	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۴
۲۲	۰۰۱۲	۰۰۳۰	۰۰۶۵	۰۰۶۱	۰۰۴۴	۰۰۳۰	۰۰۲۳	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۴
۲۳	۰۰۰۶	۰۰۱۶	۰۰۳۷	۰۰۷۴	۰۰۳۳	۰۰۲۱	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۴	۰۰۰۲
۲۴	۰۰۰۳	۰۰۰۸	۰۰۲۰	۰۰۴۳	۰۰۸۳	۰۰۴۴	۰۰۲۶	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۴
۲۵	۰۰۰۱	۰۰۰۴	۰۰۱۰	۰۰۲۴	۰۰۵۰	۰۰۴۲	۰۰۲۶	۰۰۱۴	۰۰۰۸	۰۰۰۴

تابع جدول ۹
توزیع بواسون

سرد	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۶	۰۰۰۰	۰۰۰۲	۰۰۰۵	۰۰۱۳	۰۰۲۹	۰۰۵۷	۰۱۰۱	۰۱۶۴	۰۲۴۶	۰۳۴۳
۲۷	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۷	۰۰۱۶	۰۰۳۴	۰۰۶۳	۰۱۰۹	۰۱۷۳	۰۲۵۴
۲۸	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۳	۰۰۰۹	۰۰۱۹	۰۰۳۸	۰۰۷۰	۰۱۱۷	۰۱۸۱
۲۹	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۴	۰۰۱۱	۰۰۲۳	۰۰۴۴	۰۰۷۷	۰۱۲۵
۳۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۶	۰۰۱۳	۰۰۲۶	۰۰۴۹	۰۰۸۳
۳۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۳	۰۰۰۷	۰۰۱۵	۰۰۳۰	۰۰۵۴
۳۲	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۱	۰۰۰۴	۰۰۰۹	۰۰۱۸	۰۰۳۴
۳۳	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۵	۰۰۱۰	۰۰۲۰
۳۴	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۶	۰۰۱۲
۳۵	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۳	۰۰۰۷
۳۶	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲	۰۰۰۴
۳۷	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱	۰۰۰۲
۳۸	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱
۳۹	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۱

جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة
Wilcoxon signed rank test

- (١) القيم عبارة عن احتمال ص أو أقل (الجانب الأيسر) .
- (٢) لقيم n الكبيرة ، أكبر من ٢٠ نستخدم التوزيع الطبيعي ، باعتبار
أن المتغير $ط = \frac{ص - ص}{\sigma}$ ،
 $ص = \frac{n(n+1)}{4}$ ، $\sigma = \frac{n(n+1)(n+2)}{24}$

١ = ٥		٨ = ٥		٧ = ٥		٦ = ٥		٥ = ٥	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٠,٠٠٢٠	٠	٠,٠٢٧٣	١	٠,٠٠٩٤	٦	٠,٠٠٩٤	٤	٠,٠٣١٣	٠
٠,٠٠٣٩	١	٠,٠٣٩١	٥	٠,٠٤٨٤	٧	٠,٠٥٦٣	٥	٠,٠٣٢٥	١
٠,٠٠٥٩	٢	٠,٠٥٤٧	٦	٠,٠٦٧٥	٨	٠,٠٦٨٨	٦	٠,٠٣٣٨	٢
٠,٠٠٩٨	٣	٠,٠٧٤٣	٧	٠,٠٩٤٤	٩	٠,٠٨١٣	٧	٠,٠٣٦٣	٣
٠,٠١٣٧	٤	٠,٠٩٧٧	٨	٠,١٢٨٩	١٠	٠,١٢٣٨	٨	٠,٠٣٨٨	٤
٠,٠١٩٥	٥	٠,١٢٥٠	٩	٠,١٦٣٨	١١	٠,١٦١٩	٩	٠,٠٣٢٥	٥
٠,٠٢٧٣	٦	٠,١٥٦٣	١٠	٠,٢٠٦٣	١٢	٠,٢٠٠٠	١٠	٠,٠٣٦٣	٦
٠,٠٣٧١	٧	٠,١٩٤٤	١١	٠,٢٥٨٨	١٣	٧ = ٥	٠	٠,٢٠٠٠	٧
٠,٠٤٨٨	٨	٠,٢٣٠٥	١٢	٨ = ٥	٠,٠٠٧٨			١	٦ = ٥
٠,٠٤٤٥	٩	٠,٢٧٣٤	١٣			٠,٠١٥٦	١		
٠,٠٥٢٠	١٠	٠,٣٢٠٣	١٤	٠,٠٢٣٤	٢	٠,٠١٣٤	٢	٠,٠١٥٦	٠
٠,٠٦١٩	١١	٠,٣٧١٣	١٥	٠,٠٣٣٩	٣	٠,٠٢٣٤	٣	٠,٠٢٣٣	١
٠,٠٧٤٠	١٢	٠,٤٢١٩	١٦	٠,٠٤٧٨	٤	٠,٠٣٣٩	٤	٠,٠٣١٩	٢
٠,٠٨٠٤	١٣	٠,٤٧٧٧	١٧	٠,٠٦١٧	٥	٠,٠٤٢٢	٥	٠,٠٣١٩	٣
٠,٠٩٧٧	١٤	٠,٥٣٧٣	١٨	٠,٠٧٩٥	٦	٠,٠٧٨١	٥	٠,٠٧٨١	٣

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

٩ = ن		١٠ = ن		١١ = ن		١١ = ن		١٢ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
١٥	٠,٢١٢٩	١١	٠,٠٥٢٧	٢	٠,٠٠١٥	٢٤	٠,٢٣٧٤	٩	٠,٠٠٨١
١٦	٠,٢٤٨٠	١٢	٠,٠٦٥٤	٣	٠,٠٠٢٤	٢٥	٠,٢٥٩٨	١٠	٠,٠١٠٥
١٧	٠,٢٨٥٢	١٣	٠,٠٨٠١	٤	٠,٠٠٣٤	٢٦	٠,٢٨٨٦	١١	٠,٠١٣٤
١٨	٠,٣٢٢٢	١٤	٠,٠٩٦٧	٥	٠,٠٠٤٩	٢٧	٠,٣١٨٨	١٢	٠,٠١٧١
١٩	٠,٣٦٧٢	١٥	٠,١١٦٢	٦	٠,٠٠٦٨	٢٨	٠,٣٥٠١	١٣	٠,٠٢١٢
٢٠	٠,٤١٠٢	١٦	٠,١٣٧٧	٧	٠,٠٠٩٢	٢٩	٠,٣٨٢٣	١٤	٠,٠٢٦١
٢١	٠,٤٥٥١	١٧	٠,١٦١١	٨	٠,٠١٢٢	٣٠	٠,٤١٥٥	١٥	٠,٠٣٢٠
٢٢	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,١٨٧٥	٩	٠,٠١٦١	٣١	٠,٤٤٩٢	١٦	٠,٠٣٨٦
		١٩	٠,٢١٥٨	١٠	٠,٠٢١٠	٣٢	٠,٤٨٢٩	١٧	٠,٠٤٦١
		٢٠	٠,٢٤٦١	١١	٠,٠٢٦٩	٣٣	٠,٥١٧١	١٨	٠,٠٥٤٩
		٢١	٠,٢٧٨٣	١٢	٠,٠٣٣٧			١٩	٠,٠٦٤٧
		٢٢	٠,٣١٢٥	١٣	٠,٠٤١٥	ن =	١٢ =	٢٠	٠,٠٧٥٧
٠	٠,٠٠١٠	٢٣	٠,٣٤٧٧	١٤	٠,٠٥٠٨			٢١	٠,٠٨٨١
١	٠,٠٠٢٠	٢٤	٠,٣٨٤٨	١٥	٠,٠٦١٥			٢٢	٠,١٠١٨
٢	٠,٠٠٢٩	٢٥	٠,٤٢٢٩	١٦	٠,٠٧٣٧	٠	٠,٠٠٠٢	٢٣	٠,١١٦٧
٣	٠,٠٠٤٩	٢٦	٠,٤٦٠٩	١٧	٠,٠٨٧٤	١	٠,٠٠٠٥	٢٤	٠,١٣٣١
٤	٠,٠٠٦٨	٢٧	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,١٠٣٠	٢	٠,٠٠٠٧	٢٥	٠,١٥٠٦
٥	٠,٠٠٩٨			١٩	٠,١٢٠١	٣	٠,٠٠١٢	٢٦	٠,١٦٩٧
٦	٠,٠١٣٧	ن =	١١ =	٢٠	٠,١٣٩٢	٤	٠,٠٠١٧	٢٧	٠,١٩٠٢
٧	٠,٠١٨٦			٢١	٠,١٦٠٢	٥	٠,٠٠٢٤	٢٨	٠,٢١١٩
٨	٠,٠٢٤٤			٢٢	٠,١٨٢٦	٦	٠,٠٠٣٤	٢٩	٠,٢٣٤٩
٩	٠,٠٣٢٢			٢٣	٠,٢٠٦٥	٧	٠,٠٠٤٦	٣٠	٠,٢٥٩٢
١٠	٠,٠٤٢٠					٨	٠,٠٠٦١		

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

١٤ = ن		١٤ = ن		١٣ = ن		١٣ = ن		١٢ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٠,٠٥٩٤	٢٧	٠,٠٠٠٦	٥	٠,١٨٧٩	٣٢	٠,٠٠٥٢	١٠	٠,٢٨٤٧	٣١
٠,٠٦٧٦	٢٨	٠,٠٠٠٩	٦	٠,٢٠٧٢	٣٣	٠,٠٠٦٧	١١	٠,٣١١٠	٣٢
٠,٠٧٦٥	٢٩	٠,٠٠١٢	٧	٠,٢٢٧٤	٣٤	٠,٠٠٨٥	١٢	٠,٣٣٨٦	٣٣
٠,٠٨٦٣	٣٠	٠,٠٠١٥	٨	٠,٢٤٨٧	٣٥	٠,٠١٠٧	١٣	٠,٣٦٦٧	٣٤
٠,٠٩٦٩	٣١	٠,٠٠٢٠	٩	٠,٢٧٠٩	٣٦	٠,٠١٣٣	١٤	٠,٣٩٥٥	٣٥
٠,١٠٨٣	٣٢	٠,٠٠٢٦	١٠	٠,٢٩٣٩	٣٧	٠,٠١٦٤	١٥	٠,٤٢٥٠	٣٦
٠,١٢٠٦	٣٣	٠,٠٠٣٤	١١	٠,٣١٧٧	٣٨	٠,٠١٩٩	١٦	٠,٤٥٤٨	٣٧
٠,١٣٣٨	٣٤	٠,٠٠٤٣	١٢	٠,٣٤٢٤	٣٩	٠,٠٢٣٩	١٧	٠,٤٨٤٩	٣٨
٠,١٤٧٩	٣٥	٠,٠٠٥٤	١٣	٠,٣٦٧٧	٤٠	٠,٠٢٨٧	١٨	٠,٥١٥١	٣٩
٠,١٦٢٩	٣٦	٠,٠٠٦٧	١٤	٠,٣٩٣٤	٤١	٠,٠٣٤١	١٩	١٣ = ن	
٠,١٧٨٨	٣٧	٠,٠٠٨٣	١٥	٠,٤١٩٧	٤٢	٠,٠٤٠٢	٢٠		
٠,١٩٥٥	٣٨	٠,٠١٠١	١٦	٠,٤٤٦٣	٤٣	٠,٠٤٧١	٢١	٠,٠٠٠١	٠
٠,٢١٣١	٣٩	٠,٠١٢٣	١٧	٠,٤٧٣٠	٤٤	٠,٠٥٤٩	٢٢	٠,٠٠٠٢	١
٠,٢٣١٦	٤٠	٠,٠١٤٨	١٨	٠,٥٠٠٠	٤٥	٠,٠٦٣٦	٢٣	٠,٠٠٠٤	٢
٠,٢٥٠٨	٤١	٠,٠١٧٦	١٩	١٤ = ن		٠,٠٧٣٢	٢٤	٠,٠٠٠٦	٣
٠,٢٧٠٨	٤٢	٠,٠٢٠٩	٢٠			٠,٠٨٣٩	٢٥	٠,٠٠٠٩	٤
٠,٢٩١٥	٤٣	٠,٠٢٤٧	٢١	٠,٠٠٠١	٠	٠,٠٩٥٥	٢٦	٠,٠٠٠١٢	٥
٠,٣١٢٩	٤٤	٠,٠٢٩٠	٢٢	٠,٠٠٠١	١	٠,١٠٨٢	٢٧	٠,٠٠٠١٧	٦
٠,٣٣٤٩	٤٥	٠,٠٣٣٨	٢٣	٠,٠٠٠١	٢	٠,١٢١٩	٢٨	٠,٠٠٠٢٣	٧
٠,٣٥٧٤	٤٦	٠,٠٣٩٢	٢٤	٠,٠٠٠٢	٣	٠,١٣٦٧	٢٩	٠,٠٠٠٣١	٨
٠,٣٨٠٤	٤٧	٠,٠٤٥٣	٢٥	٠,٠٠٠٣	٤	٠,١٥٢٧	٣٠	٠,٠٠٠٤٠	٩
٠,٤٠٣٩	٤٨	٠,٠٥٢٠	٢٦	٠,٠٠٠٤	٥	٠,١٦٩٨	٣١		

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

١٦ = ن		١٥ = ن		١٥ = ن		١٥ = ن		١٤ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
١٧	٠,٠٠٣١	٥٩	٠,٠٠٤٩	٣٧	٠,٠٠٤٢	١٥	٠,٠٠٤٢	٤٩	٠,٠٠٤٢
١٨	٠,٠٠٣٨	٦٠	٠,٠٠٥١	٣٨	٠,٠٠٥١	١٦	٠,٠٠٥١	٥٠	٠,٠٠٥١
١٩	٠,٠٠٤٦	١٦ = ن		٣٩	٠,٠٠٦٢	١٧	٠,٠٠٦٢	٥١	٠,٠٠٦٢
٢٠	٠,٠٠٥٥			٤٠	٠,٠٠٧٥	١٨	٠,٠٠٧٥	٥٢	٠,٠٠٧٥
٢١	٠,٠٠٦٥	١٥ = ن		٤١	٠,٠٠٩٠	١٩	٠,٠٠٩٠	١٥ = ن	
٢٢	٠,٠٠٧٨			٤٢	٠,٠١٠٨	٢٠	٠,٠١٠٨		
٢٣	٠,٠٠٩١	١	٠,٠١٢٨	٤٣	٠,٠١٢٨	٢١	٠,٠١٢٨	١٥ = ن	
٢٤	٠,٠١٠٧	٢	٠,٠١٥١	٤٤	٠,٠١٥١	٢٢	٠,٠١٥١		
٢٥	٠,٠١٢٥	٣	٠,٠١٧٩	٤٥	٠,٠١٧٩	٢٣	٠,٠١٧٩	١٥ = ن	
٢٦	٠,٠١٤٥	٤	٠,٠٢٠٦	٤٦	٠,٠٢٠٦	٢٤	٠,٠٢٠٦		
٢٧	٠,٠١٦٨	٥	٠,٠٢٣٤	٤٧	٠,٠٢٣٤	٢٥	٠,٠٢٣٤	١٥ = ن	
٢٨	٠,٠١٩٣	٦	٠,٠٢٦٢	٤٨	٠,٠٢٦٢	٢٦	٠,٠٢٦٢		
٢٩	٠,٠٢٢٢	٧	٠,٠٢٩٠	٤٩	٠,٠٢٩٠	٢٧	٠,٠٢٩٠	١٥ = ن	
٣٠	٠,٠٢٥٣	٨	٠,٠٣١٩	٥٠	٠,٠٣١٩	٢٨	٠,٠٣١٩		
٣١	٠,٠٢٨٨	٩	٠,٠٣٤٧	٥١	٠,٠٣٤٧	٢٩	٠,٠٣٤٧	١٥ = ن	
٣٢	٠,٠٣٢٧	١٠	٠,٠٣٧٤	٥٢	٠,٠٣٧٤	٣٠	٠,٠٣٧٤		
٣٣	٠,٠٣٧٠	١١	٠,٠٤٠٩	٥٣	٠,٠٤٠٩	٣١	٠,٠٤٠٩	١٥ = ن	
٣٤	٠,٠٤١٦	١٢	٠,٠٤٤٨	٥٤	٠,٠٤٤٨	٣٢	٠,٠٤٤٨		
٣٥	٠,٠٤٦٧	١٣	٠,٠٤٨٠	٥٥	٠,٠٤٨٠	٣٣	٠,٠٤٨٠	١٥ = ن	
٣٦	٠,٠٥٢٣	١٤	٠,٠٥١٥	٥٦	٠,٠٥١٥	٣٤	٠,٠٥١٥		
٣٧	٠,٠٥٨٣	١٥	٠,٠٥٥٢	٥٧	٠,٠٥٥٢	٣٥	٠,٠٥٥٢	١٥ = ن	
٣٨	٠,٠٦٤٩	١٦	٠,٠٥٩٠	٥٨	٠,٠٥٩٨	٣٦	٠,٠٥٩٨		

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

١٧ = ن		١٧ = ن		١٧ = ن		١٦ = ن		١٦ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٠,١٦٤٥	٥٥	٠,١٦٩٨	٢٢	٠,٠٠٠٤	١١	٠,٢٧١٨	٦١	٠,٠٧١٩	٢٩
٠,١٧٦٤	٥٦	٠,٠٢٢٤	٢٤	٠,٠٠٠٥	١٢	٠,٢٩١٠	٦٢	٠,٠٧٩٥	٤٠
٠,١٨٨٩	٥٧	٠,٠٢٥٢	٢٥	٠,٠٠٠٧	١٣	٠,٤١٠٤	٦٣	٠,٠٨٧٧	٤١
٠,٢٠١٩	٥٨	٠,٠٢٨٤	٢٦	٠,٠٠٠٨	١٤	٠,٤٣٠١	٦٤	٠,٠٩٦٤	٤٢
٠,٢١٥٣	٥٩	٠,٠٣١٩	٢٧	٠,٠٠١٠	١٥	٠,٤٥٠٠	٦٥	٠,١٠٥٧	٤٣
٠,٢٢٩٣	٦٠	٠,٠٣٥٧	٢٨	٠,٠٠١٣	١٦	٠,٤٦٩٩	٦٦	٠,١١٥٦	٤٤
٠,٢٤٣٧	٦١	٠,٠٣٩٨	٢٩	٠,٠٠١٦	١٧	٠,٤٩٠٠	٦٧	٠,١٢٦١	٤٥
٠,٢٥٨٥	٦٢	٠,٠٤٤٣	٤٠	٠,٠٠١٩	١٨	٠,٥١٠٠	٦٨	٠,١٣٧٢	٤٦
٠,٢٧٣٨	٦٣	٠,٠٤٩٢	٤١	٠,٠٠٢٣	١٩	١٧ = ن		٠,١٤٨٩	٤٧
٠,٢٨٩٥	٦٤	٠,٠٥٤٤	٤٢	٠,٠٠٢٨	٢٠			٠,١٦١٣	٤٨
٠,٣٠٥٦	٦٥	٠,٠٦٠١	٤٣	٠,٠٠٣٣	٢١			٠,١٧٤٢	٤٩
٠,٣٢٢١	٦٦	٠,٠٦٦٢	٤٤	٠,٠٠٤٠	٢٢			٠,١٨٧٧	٥٠
٠,٣٣٨٩	٦٧	٠,٠٧٢٧	٤٥	٠,٠٠٤٧	٢٣	٠,٠٠٠٠	١	٠,٢٠١٩	٥١
٠,٣٥٥٩	٦٨	٠,٠٧٩٧	٤٦	٠,٠٠٥٥	٢٤	٠,٠٠٠٠	٢	٠,٢١٦٦	٥٢
٠,٣٧٣٣	٦٩	٠,٠٨٧١	٤٧	٠,٠٠٦٤	٢٥	٠,٠٠٠٠	٣	٠,٢٣١٩	٥٣
٠,٣٩١٠	٧٠	٠,٠٩٥٠	٤٨	٠,٠٠٧٥	٢٦	٠,٠٠٠١	٤	٠,٢٤٧٧	٥٤
٠,٤٠٨٨	٧١	٠,١٠٣٤	٤٩	٠,٠٠٨٧	٢٧	٠,٠٠٠١	٥	٠,٢٦٤١	٥٥
٠,٤٢٦٨	٧٢	٠,١١٢٣	٥٠	٠,٠٠٩١	٢٨	٠,٠٠٠١	٦	٠,٢٨٠٩	٥٦
٠,٤٤٥٠	٧٣	٠,١٢١٨	٥١	٠,٠٠٩٦	٢٩	٠,٠٠٠١	٧	٠,٢٩٨٣	٥٧
٠,٤٦٣٢	٧٤	٠,١٣١٧	٥٢	٠,٠١٠٣	٣٠	٠,٠٠٠٢	٨	٠,٣١٦١	٥٨
٠,٤٨١٦	٧٥	٠,١٤٢١	٥٣	٠,٠١٠٧	٣١	٠,٠٠٠٣	٩	٠,٣٣٤٣	٥٩
٠,٥٠٠٠	٧٦	٠,١٥٣٠	٥٤	٠,٠١١٤	٣٢	٠,٠٠٠٣	١٠	٠,٣٥٢٩	٦٠

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

١٩ = ن		١٨ = ن		١٨ = ن		١٨ = ن		١٨ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٠,٠٠٠٠	٠	٠,٢٠٨٦	٦٦	٠,٠٣٦٨	٤٤	٠,٠٠٢٠	٢٢	٠,٠٠٠٠	٠
٠,٠٠٠٠	١	٠,٢٢١١	٦٧	٠,٠٤٠٧	٤٥	٠,٠٠٢٤	٢٣	٠,٠٠٠٠	١
٠,٠٠٠٠	٢	٠,٢٣٤١	٦٨	٠,٠٤٤٩	٤٦	٠,٠٠٢٨	٢٤	٠,٠٠٠٠	٢
٠,٠٠٠٠	٣	٠,٢٤٧٥	٦٩	٠,٠٤٩٤	٤٧	٠,٠٠٣٣	٢٥	٠,٠٠٠٠	٣
٠,٠٠٠٠	٤	٠,٢٦١٣	٧٠	٠,٠٥٤٢	٤٨	٠,٠٠٣٨	٢٦	٠,٠٠٠٠	٤
٠,٠٠٠٠	٥	٠,٢٧٥٤	٧١	٠,٠٥٩٤	٤٩	٠,٠٠٤٥	٢٧	٠,٠٠٠٠	٥
٠,٠٠٠٠	٦	٠,٢٨٩٩	٧٢	٠,٠٦٤٩	٥٠	٠,٠٠٥٢	٢٨	٠,٠٠٠٠	٦
٠,٠٠٠٠	٧	٠,٣٠٤٧	٧٣	٠,٠٧٠٨	٥١	٠,٠٠٦٠	٢٩	٠,٠٠٠٠	٧
٠,٠٠٠٠	٨	٠,٣١٩٨	٧٤	٠,٠٧٧٠	٥٢	٠,٠٠٦٩	٣٠	٠,٠٠٠٠	٨
٠,٠٠٠٠	٩	٠,٣٣٥٣	٧٥	٠,٠٨٣٧	٥٣	٠,٠٠٨٠	٣١	٠,٠٠٠٠	٩
٠,٠٠٠٠	١٠	٠,٣٥٠٩	٧٦	٠,٠٩٠٧	٥٤	٠,٠٠٩١	٣٢	٠,٠٠٠٠	١٠
٠,٠٠٠٠	١١	٠,٣٦٦٩	٧٧	٠,٠٩٨٢	٥٥	٠,٠١٠٤	٣٣	٠,٠٠٠٠	١١
٠,٠٠٠٠	١٢	٠,٣٨٣٠	٧٨	٠,١٠٦١	٥٦	٠,٠١١٨	٣٤	٠,٠٠٠٠	١٢
٠,٠٠٠٠	١٣	٠,٣٩٩٤	٧٩	٠,١١٤٤	٥٧	٠,٠١٣٤	٣٥	٠,٠٠٠٠	١٣
٠,٠٠٠٠	١٤	٠,٤١٥٩	٨٠	٠,١٢٣١	٥٨	٠,٠١٥٢	٣٦	٠,٠٠٠٠	١٤
٠,٠٠٠٠	١٥	٠,٤٣٢٥	٨١	٠,١٣٢٣	٥٩	٠,٠١٧١	٣٧	٠,٠٠٠٠	١٥
٠,٠٠٠٠	١٦	٠,٤٤٩٣	٨٢	٠,١٤١٩	٦٠	٠,٠١٩٢	٣٨	٠,٠٠٠٠	١٦
٠,٠٠٠٠	١٧	٠,٤٦٦١	٨٣	٠,١٥١٩	٦١	٠,٠٢١٦	٣٩	٠,٠٠٠٠	١٧
٠,٠٠٠٠	١٨	٠,٤٨٣١	٨٤	٠,١٦٢٤	٦٢	٠,٠٢٤١	٤٠	٠,٠٠٠٠	١٨
٠,٠٠٠٠	١٩	٠,٥٠٠٠	٨٥	٠,١٧٣٣	٦٣	٠,٠٢٦٩	٤١	٠,٠٠٠٠	١٩
٠,٠٠٠٠	٢٠			٠,١٨٤٦	٦٤	٠,٠٣٠٠	٤٢	٠,٠٠٠٠	٢٠
٠,٠٠٠٠	٢١			٠,١٩٦٤	٦٥	٠,٠٣٣٣	٤٣	٠,٠٠٠٠	٢١

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

٢٠ = ن		١٩ = ن		١٩ = ن		١٩ = ن		١٩ = ن	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
١١	٠,٣٩٩١	٨٨	٠,١٢٩٠	٦٦	٠,٠٢٠١	٤٤	٠,٠٠١٠	٢٢	٠,٠٠٠١
١٢	٠,٤١٤٤	٨٩	٠,١٣٧٧	٦٧	٠,٠٢٢٣	٤٥	٠,٠٠١٢	٢٣	٠,٠٠٠٢
١٣	٠,٤٢٩٨	٩٠	٠,١٤٦٧	٦٨	٠,٠٢٤٧	٤٦	٠,٠٠١٤	٢٤	٠,٠٠٠٣
١٤	٠,٤٤٥٣	٩١	٠,١٥٦٢	٦٩	٠,٠٢٧٣	٤٧	٠,٠٠١٧	٢٥	٠,٠٠٠٤
١٥	٠,٤٦٠٩	٩٢	٠,١٦٦٠	٧٠	٠,٠٣٠١	٤٨	٠,٠٠٢٠	٢٦	٠,٠٠٠٥
١٦	٠,٤٧٦٥	٩٣	٠,١٧٦٢	٧١	٠,٠٣٣١	٤٩	٠,٠٠٢٣	٢٧	٠,٠٠٠٦
١٧	٠,٤٩٢٢	٩٤	٠,١٨٦٨	٧٢	٠,٠٣٦٤	٥٠	٠,٠٠٢٧	٢٨	٠,٠٠٠٧
١٨	٠,٥٠٧٨	٩٥	٠,١٩٧٧	٧٣	٠,٠٣٩٩	٥١	٠,٠٠٣١	٢٩	٠,٠٠٠٨
١٩			٠,٢٠٩٠	٧٤	٠,٠٤٣٧	٥٢	٠,٠٠٣٦	٣٠	٠,٠٠٠٩
٢٠	٢٠ = ن		٠,٢٢٠٧	٧٥	٠,٠٤٧٨	٥٣	٠,٠٠٤١	٣١	٠,٠٠١٠
٢١			٠,٢٣١٧	٧٦	٠,٠٥٢١	٥٤	٠,٠٠٤٧	٣٢	٠,٠٠١١
٢٢	٠,٠٠٠٠	١	٠,٢٤٥٠	٧٧	٠,٠٥٦٧	٥٥	٠,٠٠٥٤	٣٣	٠,٠٠١٢
٢٣	٠,٠٠٠٠	٢	٠,٢٥٧٦	٧٨	٠,٠٦١٦	٥٦	٠,٠٠٦٢	٣٤	٠,٠٠١٣
٢٤	٠,٠٠٠٠	٣	٠,٢٧٠٦	٧٩	٠,٠٦٦٨	٥٧	٠,٠٠٧٠	٣٥	٠,٠٠١٤
٢٥	٠,٠٠٠٠	٤	٠,٢٨٣٩	٨٠	٠,٠٧٢٣	٥٨	٠,٠٠٨٠	٣٦	٠,٠٠١٥
٢٦	٠,٠٠٠٠	٥	٠,٢٩٧٤	٨١	٠,٠٧٨٢	٥٩	٠,٠٠٩٠	٣٧	٠,٠٠١٦
٢٧	٠,٠٠٠٠	٦	٠,٣١١٣	٨٢	٠,٠٨٤٤	٦٠	٠,٠١٠٢	٣٨	٠,٠٠١٧
٢٨	٠,٠٠٠٠	٧	٠,٣٢٥٤	٨٣	٠,٠٩٠٩	٦١	٠,٠١١٥	٣٩	٠,٠٠١٨
٢٩	٠,٠٠٠٠	٨	٠,٣٣٩٧	٨٤	٠,٠٩٧٨	٦٢	٠,٠١٢٩	٤٠	٠,٠٠١٩
٣٠	٠,٠٠٠٠	٩	٠,٣٥٤٣	٨٥	٠,١٠٥١	٦٣	٠,٠١٤٥	٤١	٠,٠٠٢٠
٣١	٠,٠٠٠٠	١٠	٠,٣٦٩٠	٨٦	٠,١١٢٧	٦٤	٠,٠١٦٢	٤٢	٠,٠٠٢١
٣٢	٠,٠٠٠٠	١١	٠,٣٨٤٠	٨٧	٠,١٢٠٦	٦٥	٠,٠١٨٠	٤٣	٠,٠٠٢٢

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

		٢٠ = ١		٢٠ = ١		٢٠ = ١		٢٠ = ١	
		و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص
		٠,٤٢٠٤	٩٩	٠,١٥٥٩	٧٧	٠,٠٣١٩	٥٥	٠,٠٠٢٨	٣٣
		٠,٤٣٤٧	١٠٠	٠,١٦٥٠	٧٨	٠,٠٣٤٨	٥٦	٠,٠٠٣٢	٣٤
		٠,٤٤٩٢	١٠١	٠,١٧٤٤	٧٩	٠,٠٣٧٩	٥٧	٠,٠٠٣٦	٣٥
		٠,٤٦٣٦	١٠٢	٠,١٨٤١	٨٠	٠,٠٤١٣	٥٨	٠,٠٠٤٢	٣٦
		٠,٤٧٨٢	١٠٣	٠,١٩٤٢	٨١	٠,٠٤٤٨	٥٩	٠,٠٠٤٧	٣٧
		٠,٤٩٢٧	١٠٤	٠,٢٠٤٥	٨٢	٠,٠٤٨٧	٦٠	٠,٠٠٥٣	٣٨
				٠,٢١٥٢	٨٣	٠,٠٥٢٧	٦١	٠,٠٠٦٠	٣٩
				٠,٢٢١٢	٨٤	٠,٠٥٧٠	٦٢	٠,٠٠٦٨	٤٠
				٠,٢٣٧٥	٨٥	٠,٠٦١٥	٦٣	٠,٠٠٧٧	٤١
				٠,٢٤٩٠	٨٦	٠,٠٦٦٤	٦٤	٠,٠٠٨٦	٤٢
				٠,٢٦٠٨	٨٧	٠,٠٧١٥	٦٥	٠,٠٠٩٦	٤٣
				٠,٢٧٢٩	٨٨	٠,٠٧٦٨	٦٦	٠,٠١٠٧	٤٤
				٠,٢٨٥٣	٨٩	٠,٠٨٢٥	٦٧	٠,٠١٢٠	٤٥
				٠,٢٩٧٩	٩٠	٠,٠٨٨٤	٦٨	٠,٠١٣٣	٤٦
				٠,٣١٠٨	٩١	٠,٠٩٤٧	٦٩	٠,٠١٤٨	٤٧
				٠,٣٢٣٨	٩٢	٠,١٠١٢	٧٠	٠,٠١٦٤	٤٨
				٠,٣٣٧١	٩٣	٠,١٠٨١	٧١	٠,٠١٨١	٤٩
				٠,٣٥٠٦	٩٤	٠,١١٥٣	٧٢	٠,٠٢٠٠	٥٠
				٠,٣٦٤٣	٩٥	٠,١٢٢٧	٧٣	٠,٠٢٢٠	٥١
				٠,٣٧٨١	٩٦	٠,١٣٠٥	٧٤	٠,٠٢٤٢	٥٢
				٠,٣٩٢١	٩٧	٠,١٣٨٧	٧٥	٠,٠٢٦٦	٥٣
				٠,٤٠٦٢	٩٨	٠,١٤٧١	٧٦	٠,٠٢٩١	٥٤

جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون / مان - وتنى

Distribution of the rank sum statistic

Wilcoxon / mann - whitney

الجدول يعرض قيم H ، V_1 ، V_2 ، باعتبار أنه إذا تم اختيار عينتين بطريقة عشوائية من نفس المجتمع فإنه بالنسبة لقيم العينة الصغيرة (V_1) يكون احتمال (مجموع الرتب $\geq V_1$) $= H$. وكذلك فإن احتمال أن يكون (مجموع الرتب $\leq V_2$) $= H$.

وبالنسبة للعينات الكبيرة ، حيث يكون V_1 أو V_2 أكبر من ١٠ فإن مجموع الرتب V يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره $V = \frac{V_1 + V_2 + 1}{2}$

وتباين قدره $\sigma^2 = \frac{V_1(V_1+1) + V_2(V_2+1) - 1}{12}$

ويمكن استخدام جدول التوزيع المعيارى باعتبار أن المتغير هو V حيث

$$Z = \frac{V - \frac{V_1 + V_2 + 1}{2}}{\sigma}$$

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

1.87

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون — مان — وتي

ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح
١١	١٦	٠,٢٨٦	٥,٣	٨	١٨	٠,١٨٢	١٠,٢	٤	١٨	٠,٠٤٤	٨,٢	
١٢	١٥	٠,٣٩٣		٩	١٧	٠,٢٤٢		٥	١٧	٠,٠٨٩		
١٣	١٤	٠,٥٠٠		١٠	١٦	٠,٣٠٣		٦	١٦	٠,١٣٣		
٦	٢٤	٠,٠١٢	٦,٣	١١	١٥	٠,٣٧٩		٧	١٥	٠,٢٠٠		
٧	٢٣	٠,٠٢٤		١٢	١٤	٠,٤٥٥		٨	١٤	٠,٢٦٧		
٨	٢٢	٠,٠٤٨		١٣	١٣	٠,٥٤٥		٩	١٣	٠,٣٥٦		
٩	٢١	٠,٠٨٣		٦	١٥	٠,٠٥٠	٣,٣	١٠	١٢	٠,٤٤٤		
١٠	٢٠	٠,١٣١		٧	١٤	٠,١٠٠		١١	١١	٠,٥٥٦		
١١	١٩	٠,١٩٠		٨	١٣	٠,٢٠٠		٣	٢١	٠,٠١٨	٩,٢	
١٢	١٨	٠,٢٧٤		٩	١٢	٠,٣٥٠		٤	٢٠	٠,٠٣٦		
١٣	١٧	٠,٣٥٧		١٠	١١	٠,٥٠٠		٥	١٩	٠,٠٧٣		
١٤	١٦	٠,٤٥٢		٦	١٨	٠,٠٢٨	٤,٣	٦	١٨	٠,١٠٩		
١٥	١٥	٠,٥٤٨		٧	١٧	٠,٠٥٧		٧	١٧	٠,١٦٤		
٦	٢٧	٠,٠٠٨	٧,٣	٨	١٦	٠,١١٤		٨	١٦	٠,٢١٨		
٧	٢٦	٠,٠١٧		٩	١٥	٠,٢٠٠		٩	١٥	٠,٢٩١		
٨	٢٥	٠,٠٣٣		١٠	١٤	٠,٣١٤		١٠	١٤	٠,٣٦٤		
٩	٢٤	٠,٠٥٨		١١	١٣	٠,٤٢٩		١١	١٣	٠,٤٤٥		
١٠	٢٣	٠,٠٩٢		١٢	١٢	٠,٥٧١		١٢	١٢	٠,٥٤٥		
١١	٢٢	٠,١٣٣		٦	٢١	٠,٠١٨	٥,٣	٣	٢٣	٠,٠١٥	١٠,٢	
١٢	٢١	٠,١٩٢		٧	٢٠	٠,٠٣٦		٤	٢٢	٠,٠٣٠		
١٣	٢٠	٠,٢٥٨		٨	١٩	٠,٠٧١		٥	٢١	٠,٠٦١		
١٤	١٩	٠,٣٣٣		٩	١٨	٠,١٢٥		٦	٢٠	٠,٠٩١		
١٥	١٨	٠,٤١٧		١٠	١٧	٠,١٩٦		٧	١٩	٠,١٣٦		

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتي

ن.١٢	ح	ص ١ ح	ص ح	ن.١٢	ح	ص ١ ح	ص ح	ن.١٢	ح	ص ١ ح	ص ح
٧.٣	١,٥٠٠	١٧	١٦	٩.٣	١,٢٤١	٢٤	١٥	٤.٤	١,٠٥٧	٢٤	١٢
٨.٣	١,٠٠٦	٣٠	٦		١,٣٠٠	٢٣	١٦		١,١٠٠	٢٣	١٣
	١,٠١٢	٢٩	٧		١,٣٦٣	٢٢	١٧		١,١٧١	٢٢	١٤
	١,٠٢٤	٢٨	٨		١,٤٣٢	٢١	١٨		١,٢٤٣	٢١	١٥
	١,٠٤٢	٢٧	٩		١,٥٠٠	٢٠	١٩		١,٣٤٣	٢٠	١٦
	١,٠٦٧	٢٦	١٠	١٠.٣	١,٥٠٣	٣٦	٦		١,٤٤٣	١٩	١٧
	١,٠٩٧	٢٥	١١		١,٥٠٧	٣٥	٧		١,٥٥٧	١٨	١٨
	١,١٣٩	٢٤	١٢		١,٥١٤	٣٤	٨	٥.٤	١,٥٠٨	٣٠	١٠
	١,١٨٨	٢٣	١٣		١,٥٢٤	٣٣	٩		١,٥١٦	٢٩	١١
	١,٢٤٨	٢٢	١٤		١,٥٣٨	٣٢	١٠		١,٥٣٢	٢٨	١٢
	١,٣١٥	٢١	١٥		١,٥٥٦	٣١	١١		١,٥٥٦	٢٧	١٣
	١,٣٨٧	٢٠	١٦		١,٥٨٠	٣٠	١٢		١,٥٩٥	٢٦	١٤
	١,٤٦١	١٩	١٧		١,٦٠٨	٢٩	١٣		١,٦٤٣	٢٥	١٥
	١,٥٣٩	١٨	١٨		١,٦٤٣	٢٨	١٤		١,٦٠٦	٢٤	١٦
٩.٣	١,٥٠٥	٣٣	٦		١,٦٨٥	٢٧	١٥		١,٦٧٨	٢٣	١٧
	١,٥٠٩	٣٢	٧		١,٦٣٤	٢٦	١٦		١,٦٦٥	٢٢	١٨
	١,٥١٨	٣١	٨		١,٦٨٧	٢٥	١٧		١,٤٥٢	٢١	١٩
	١,٥٣٢	٣٠	٩		١,٦٤٦	٢٤	١٨		١,٥٤٨	٢٠	٢٠
	١,٥٥٠	٢٩	١٠		١,٤٠٦	٢٣	١٩	٦.٤	١,٥٠٥	٣٤	١٠
	١,٥٧٣	٢٨	١١		١,٤٦٩	٢٢	٢٠		١,٥١٠	٣٣	١١
	١,٥٠٥	٢٧	١٢		١,٥٣١	٢١	٢١		١,٥١٩	٣٢	١٢
	١,٦٤١	٢٦	١٣	٤.٤	١,٥١٤	٢٦	١٠		١,٥٣٣	٣١	١٣
	١,٦٨٦	٢٥	١٤		١,٥٢٩	٢٥	١١		١,٥٥٧	٣٠	١٤

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

1.9.

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

1.91

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

ص ح	ص ح	ح	ن.و.و	ص ح	ص ح	ح	ن.و.و	ص ح	ص ح	ح	ن.و.و
٢٨	٥٢	٠,٠٨٢	١٠,٥	٢٨	٤٧	٠,١٢٠	٩,٥	٢٦	٤٤	٠,١١١	٨,٥
٢٩	٥١	٠,١٠٣		٢٩	٤٦	٠,١٤٩		٢٧	٤٣	٠,١٤٢	
٣٠	٥٠	٠,١٢٧		٣٠	٤٥	٠,١٨٢		٢٨	٤٢	٠,١٧٧	
٣١	٤٩	٠,١٥٥		٣١	٤٤	٠,٢١٩		٢٩	٤١	٠,٢١٧	
٣٢	٤٨	٠,١٨٥		٣٢	٤٣	٠,٢٥٩		٣٠	٤٠	٠,٢٦٢	١
٣٣	٤٧	٠,٢٢٠		٣٣	٤٢	٠,٣٠٣		٣١	٣٩	٠,٣١١	
٣٤	٤٦	٠,٢٥٧		٣٤	٤١	٠,٣٥٠		٣٢	٣٨	٠,٣٦٢	
٣٥	٤٥	٠,٢٩٧		٣٥	٤٠	٠,٣٩٩		٣٣	٣٧	٠,٤١٦	
٣٦	٤٤	٠,٣٣٩		٣٦	٣٩	٠,٤٤٩		٣٤	٣٦	٠,٤٧٢	
٣٧	٤٣	٠,٣٨٤		٣٧	٣٨	٠,٥٠٠		٣٥	٣٥	٠,٥٢٨	
٣٨	٤٢	٠,٤٣٠		٣٨	٣٥	٠,٥٥٠	١٠,٥	٣٥	٣٠	٠,٥٥٠	٩,٥
٣٩	٤١	٠,٤٧٧		٣٩	٣٤	٠,٥٩٦		٣٦	٢٩	٠,٥٩٦	
٤٠	٤٠	٠,٥٢٣		٤٠	٣٣	٠,٦٤٠		٣٧	٢٨	٠,٦٤٠	
٤١	٣٩	٠,٥٦٩	٦,٦	٤١	٣٢	٠,٦٨٤		٣٨	٢٧	٠,٦٨٤	
٤٢	٣٨	٠,٦١٥		٤٢	٣١	٠,٧٢٨		٣٩	٢٦	٠,٧٢٨	
٤٣	٣٧	٠,٦٦١		٤٣	٣٠	٠,٧٧٤		٤٠	٢٥	٠,٧٧٤	
٤٤	٣٦	٠,٨٠٨		٤٤	٢٩	٠,٨٢٠		٤١	٢٤	٠,٨٢٠	
٤٥	٣٥	٠,٨٥٤		٤٥	٢٨	٠,٨٦٤		٤٢	٢٣	٠,٨٦٤	
٤٦	٣٤	٠,٩٠٠		٤٦	٢٧	٠,٩٠٠		٤٣	٢٢	٠,٩٠٠	
٤٧	٣٣	٠,٩٤٦		٤٧	٢٦	٠,٩٤٦		٤٤	٢١	٠,٩٤٦	
٤٨	٣٢	٠,٩٩٢		٤٨	٢٥	٠,٩٩٢		٤٥	٢٠	٠,٩٩٢	
٤٩	٣١	١,٠٣٨		٤٩	٢٤	١,٠٣٨		٤٦	١٩	١,٠٣٨	
٥٠	٣٠	١,٠٨٤		٥٠	٢٣	١,٠٨٤		٤٧	١٨	١,٠٨٤	

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون — مان — وتي

ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ح	ص ح
٣٦	٥٤	٠,١٤١	٨,٦	٣٥	٤٩	٠,١٨٣	٧,٦	٣١	٤٧	٠,١٢٠	٦,٦
٣٧	٥٣	٠,١٧٢		٣٦	٤٨	٠,٢٢٣		٣٢	٤٦	٠,١١٥	
٣٨	٥٢	٠,٢٠٧		٣٧	٤٧	٠,٢٦٧		٣٣	٤٥	٠,١٩٧	
٣٩	٥١	٠,٢٤٥		٣٨	٤٦	٠,٣١٤		٣٤	٤٤	٠,٢٤٢	
٤٠	٥٠	٠,٢٨٦		٣٩	٤٥	٠,٣٦٥		٣٥	٤٣	٠,٢٩٤	
٤١	٤٩	٠,٣٣١		٤٠	٤٤	٠,٤١٨		٣٦	٤٢	٠,٣٥٠	
٤٢	٤٨	٠,٣٧٧		٤١	٤٣	٠,٤٧٣		٣٧	٤١	٠,٤٠٩	
٤٣	٤٧	٠,٤٢٦		٤٢	٤٢	٠,٥٢٧		٣٨	٤٠	٠,٤٦٩	
٤٤	٤٦	٠,٤٧٥		٤٣	٤١	٠,٥٨٠	٨,٦	٣٩	٣٩	٠,٥٣١	
٤٥	٤٥	٠,٥٢٥		٤٤	٤٠	٠,٦٣١		٤٠	٣٨	٠,٥٩٦	٧,٦
٤٦	٤٤	٠,٥٧٤	٩,٦	٤٥	٣٩	٠,٦٨٢		٤١	٣٧	٠,٦٦١	
٤٧	٤٣	٠,٦٢٤		٤٦	٣٨	٠,٧٣٣		٤٢	٣٦	٠,٧٢٦	
٤٨	٤٢	٠,٦٧٤		٤٧	٣٧	٠,٧٨٤		٤٣	٣٥	٠,٧٩١	
٤٩	٤١	٠,٧٢٤		٤٨	٣٦	٠,٨٣٥		٤٤	٣٤	٠,٨٥٦	
٥٠	٤٠	٠,٧٧٤		٤٩	٣٥	٠,٨٨٦		٤٥	٣٣	٠,٩٢١	
٥١	٣٩	٠,٨٢٤		٥٠	٣٤	٠,٩٣٦		٤٦	٣٢	٠,٩٨٦	
٥٢	٣٨	٠,٨٧٤		٥١	٣٣	٠,٩٨٦		٤٧	٣١	١,٠٤١	
٥٣	٣٧	٠,٩٢٤		٥٢	٣٢	١,٠٣٦		٤٨	٣٠	١,٠٩٦	
٥٤	٣٦	١,٠٠٠		٥٣	٣١	١,٠٨٦		٤٩	٢٩	١,١٥١	
٥٥	٣٥	١,٠٥٠		٥٤	٣٠	١,١٣٦		٥٠	٢٨	١,٢٠٦	
٥٦	٣٤	١,١٠٠		٥٥	٢٩	١,١٨٦		٥١	٢٧	١,٢٦١	
٥٧	٣٣	١,١٥٠		٥٦	٢٨	١,٢٣٦		٥٢	٢٦	١,٣١٦	
٥٨	٣٢	١,٢٠٠		٥٧	٢٧	١,٢٨٦		٥٣	٢٥	١,٣٧١	
٥٩	٣١	١,٢٥٠		٥٨	٢٦	١,٣٣٦		٥٤	٢٤	١,٤٢٦	
٦٠	٣٠	١,٣٠٠		٥٩	٢٥	١,٣٨٦		٥٥	٢٣	١,٤٨١	
٦١	٢٩	١,٣٥٠		٦٠	٢٤	١,٤٣٦		٥٦	٢٢	١,٥٣٦	
٦٢	٢٨	١,٤٠٠		٦١	٢٣	١,٤٨٦		٥٧	٢١	١,٥٩١	
٦٣	٢٧	١,٤٥٠		٦٢	٢٢	١,٥٣٦		٥٨	٢٠	١,٦٤٦	
٦٤	٢٦	١,٥٠٠		٦٣	٢١	١,٥٨٦		٥٩	١٩	١,٧٠١	
٦٥	٢٥	١,٥٥٠		٦٤	٢٠	١,٦٣٦		٦٠	١٨	١,٧٥٦	
٦٦	٢٤	١,٦٠٠		٦٥	١٩	١,٦٨٦		٦١	١٧	١,٨١١	
٦٧	٢٣	١,٦٥٠		٦٦	١٨	١,٧٣٦		٦٢	١٦	١,٨٦٦	
٦٨	٢٢	١,٧٠٠		٦٧	١٧	١,٧٨٦		٦٣	١٥	١,٩٢١	
٦٩	٢١	١,٧٥٠		٦٨	١٦	١,٨٣٦		٦٤	١٤	١,٩٧٦	
٧٠	٢٠	١,٨٠٠		٦٩	١٥	١,٨٨٦		٦٥	١٣	٢,٠٣١	
٧١	١٩	١,٨٥٠		٧٠	١٤	١,٩٣٦		٦٦	١٢	٢,٠٨٦	
٧٢	١٨	١,٩٠٠		٧١	١٣	١,٩٨٦		٦٧	١١	٢,١٤١	
٧٣	١٧	١,٩٥٠		٧٢	١٢	٢,٠٣٦		٦٨	١٠	٢,١٩٦	
٧٤	١٦	٢,٠٠٠		٧٣	١١	٢,٠٨٦		٦٩	٩	٢,٢٥١	
٧٥	١٥	٢,٠٥٠		٧٤	١٠	٢,١٣٦		٧٠	٨	٢,٣٠٦	
٧٦	١٤	٢,١٠٠		٧٥	٩	٢,١٨٦		٧١	٧	٢,٣٦١	
٧٧	١٣	٢,١٥٠		٧٦	٨	٢,٢٣٦		٧٢	٦	٢,٤١٦	
٧٨	١٢	٢,٢٠٠		٧٧	٧	٢,٢٨٦		٧٣	٥	٢,٤٧١	
٧٩	١١	٢,٢٥٠		٧٨	٦	٢,٣٣٦		٧٤	٤	٢,٥٢٦	
٨٠	١٠	٢,٣٠٠		٧٩	٥	٢,٣٨٦		٧٥	٣	٢,٥٨١	
٨١	٩	٢,٣٥٠		٨٠	٤	٢,٤٣٦		٧٦	٢	٢,٦٣٦	
٨٢	٨	٢,٤٠٠		٨١	٣	٢,٤٨٦		٧٧	١	٢,٦٩١	
٨٣	٧	٢,٤٥٠		٨٢	٢	٢,٥٣٦		٧٨	٠	٢,٧٤٦	
٨٤	٦	٢,٥٠٠		٨٣	١	٢,٥٨٦		٧٩	٠	٢,٨٠١	
٨٥	٥	٢,٥٥٠		٨٤	٠	٢,٦٣٦		٨٠	٠	٢,٨٥٦	
٨٦	٤	٢,٦٠٠		٨٥	٠	٢,٦٨٦		٨١	٠	٢,٩١١	
٨٧	٣	٢,٦٥٠		٨٦	٠	٢,٧٣٦		٨٢	٠	٢,٩٦٦	
٨٨	٢	٢,٧٠٠		٨٧	٠	٢,٧٨٦		٨٣	٠	٣,٠٢١	
٨٩	١	٢,٧٥٠		٨٨	٠	٢,٨٣٦		٨٤	٠	٣,٠٧٦	
٩٠	٠	٢,٨٠٠		٨٩	٠	٢,٨٨٦		٨٥	٠	٣,١٣١	
٩١	٠	٢,٨٥٠		٩٠	٠	٢,٩٣٦		٩١	٠	٣,١٨٦	
٩٢	٠	٢,٩٠٠		٩١	٠	٢,٩٨٦		٩٢	٠	٣,٢٤١	
٩٣	٠	٢,٩٥٠		٩٢	٠	٣,٠٣٦		٩٣	٠	٣,٢٩٦	
٩٤	٠	٣,٠٠٠		٩٣	٠	٣,٠٨٦		٩٤	٠	٣,٣٥١	
٩٥	٠	٣,٠٥٠		٩٤	٠	٣,١٣٦		٩٥	٠	٣,٤٠٦	
٩٦	٠	٣,١٠٠		٩٥	٠	٣,١٨٦		٩٦	٠	٣,٤٦١	
٩٧	٠	٣,١٥٠		٩٦	٠	٣,٢٣٦		٩٧	٠	٣,٥١٦	
٩٨	٠	٣,٢٠٠		٩٧	٠	٣,٢٨٦		٩٨	٠	٣,٥٧١	
٩٩	٠	٣,٢٥٠		٩٨	٠	٣,٣٣٦		٩٩	٠	٣,٦٢٦	
١٠٠	٠	٣,٣٠٠		٩٩	٠	٣,٣٨٦		١٠٠	٠	٣,٦٨١	

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتي

ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح
٢٨	٧٧	٠,٠٠٠	٧,٧	٢٩	٧٣	٠,٠٠٨	١٠,٦	٣٤	٦٢	٠,٠٥٧	٩,٦
٢٩	٧٦	٠,٠٠١		٣٠	٧٢	٠,٠١١		٣٥	٦١	٠,٠٧٢	
٣٠	٧٥	٠,٠٠١		٣١	٧١	٠,٠١٦		٣٦	٦٠	٠,٠٩١	
٣١	٧٤	٠,٠٠٢		٣٢	٧٠	٠,٠٢١		٣٧	٥٩	٠,١١٢	
٣٢	٧٣	٠,٠٠٣		٣٣	٦٩	٠,٠٢٨		٣٨	٥٨	٠,١٣٦	
٣٣	٧٢	٠,٠٠٦		٣٤	٦٨	٠,٠٣٦		٣٩	٥٧	٠,١٦٤	
٣٤	٧١	٠,٠٠٩		٣٥	٦٧	٠,٠٤٧		٤٠	٥٦	٠,١٩٤	
٣٥	٧٠	٠,٠١٣		٣٦	٦٦	٠,٠٥٩		٤١	٥٥	٠,٢٢٨	
٣٦	٦٩	٠,٠١٩		٣٧	٦٥	٠,٠٧٤		٤٢	٥٤	٠,٢٦٤	
٣٧	٦٨	٠,٠٢٧		٣٨	٦٤	٠,٠٩٠		٤٣	٥٣	٠,٣٠٣	
٣٨	٦٧	٠,٠٣٦		٣٩	٦٣	٠,١١٠		٤٤	٥٢	٠,٣٤٤	
٣٩	٦٦	٠,٠٤٩		٤٠	٦٢	٠,١٣٢		٤٥	٥١	٠,٣٨٨	
٤٠	٦٥	٠,٠٦٤		٤١	٦١	٠,١٥٧		٤٦	٥٠	٠,٤٣٢	
٤١	٦٤	٠,٠٨٢		٤٢	٦٠	٠,١٨٤		٤٧	٤٩	٠,٤٧٧	
٤٢	٦٣	٠,١٠٤		٤٣	٥٩	٠,٢١٤		٤٨	٤٨	٠,٥٢٣	
٤٣	٦٢	٠,١٣٠		٤٤	٥٨	٠,٢٤٦		٤٩	٤٧	٠,٥٧٧	
٤٤	٦١	٠,١٥٩		٤٥	٥٧	٠,٢٨١		٥٠	٤٦	٠,٦٣٨	
٤٥	٦٠	٠,١٩١		٤٦	٥٦	٠,٣١٨		٥١	٤٥	٠,٧٠٩	
٤٦	٥٩	٠,٢٢٨		٤٧	٥٥	٠,٣٥٦		٥٢	٤٤	٠,٧٨٨	
٤٧	٥٨	٠,٢٦٧		٤٨	٥٤	٠,٣٩٦		٥٣	٤٣	٠,٨٧٧	
٤٨	٥٧	٠,٣١٠		٤٩	٥٣	٠,٤٣٧		٥٤	٤٢	٠,٩٧٧	
٤٩	٥٦	٠,٣٥٥		٥٠	٥٢	٠,٤٧٩		٥٥	٤١	٠,١٠٨	
٥٠	٥٥	٠,٤٠٢		٥١	٥١	٠,٥٢١		٥٦	٤٠	٠,١٦٨	

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتنى

1.90

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون — مان — وتنى

ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ح	ص ح	ص ح	ص ح	ص ح	ص ح	ص ح
٥٢	٨٤	٠,٠٥٢	٨٠,٨	٥٧	٦٩	٠,٣٠٠	١٠,٧	٣٤	٩٢	٠,٠٠١	١٠,٧
٥٣	٨٣	٠,٠٦٥		٥٨	٦٨	٠,٣٣٥		٣٥	٩١	٠,٠٠٢	
٥٤	٨٢	٠,٠٨٠		٥٩	٦٧	٠,٣٧٠		٣٦	٩٠	٠,٠٠٣	
٥٥	٨١	٠,٠٩٧		٦٠	٦٦	٠,٤٠٦		٣٧	٨٩	٠,٠٠٥	
٥٦	٨٠	٠,١١٧		٦١	٦٥	٠,٤٤٣		٣٨	٨٨	٠,٠٠٧	
٥٧	٧٩	٠,١٣٩		٦٢	٦٤	٠,٤٨١		٣٩	٨٧	٠,٠٠٩	
٥٨	٧٨	٠,١٦٤		٦٣	٦٣	٠,٥١٩		٤٠	٨٦	٠,٠١٢	
٥٩	٧٧	٠,١٩١		٦٤	٦٢	٠,٥٥٠	٨,٨	٤١	٨٥	٠,٠١٧	
٦٠	٧٦	٠,٢٢١		٦٥	٦١	٠,٥٨٠		٤٢	٨٤	٠,٠٢٢	
٦١	٧٥	٠,٢٥٣		٦٦	٦٠	٠,٦١٠		٤٣	٨٣	٠,٠٢٨	
٦٢	٧٤	٠,٢٨٧		٦٧	٥٩	٠,٦٤٠		٤٤	٨٢	٠,٠٣٥	
٦٣	٧٣	٠,٣٢٣		٦٨	٥٨	٠,٦٦٠		٤٥	٨١	٠,٠٤٤	
٦٤	٧٢	٠,٣٦٠		٦٩	٥٧	٠,٦٨٠		٤٦	٨٠	٠,٠٥٤	
٦٥	٧١	٠,٣٩٩		٧٠	٥٦	٠,٧٠٠		٤٧	٧٩	٠,٠٦٧	
٦٦	٧٠	٠,٤٣٩		٧١	٥٥	٠,٧٢٠		٤٨	٧٨	٠,٠٨١	
٦٧	٦٩	٠,٤٨٠		٧٢	٥٤	٠,٧٤٠		٤٩	٧٧	٠,٠٩٧	
٦٨	٦٨	٠,٥٢٠		٧٣	٥٣	٠,٧٦٠		٥٠	٧٦	٠,١١٥	
٦٩	٦٧	٠,٥٦٠	٩,٨	٧٤	٥٢	٠,٧٨٠		٥١	٧٥	٠,١٣٥	
٧٠	٦٦	٠,٦٠٠		٧٥	٥١	٠,٨٠٠		٥٢	٧٤	٠,١٥٧	
٧١	٦٥	٠,٦٤٠		٧٦	٥٠	٠,٨٢٠		٥٣	٧٣	٠,١٨٢	
٧٢	٦٤	٠,٦٨٠		٧٧	٤٩	٠,٨٤٠		٥٤	٧٢	٠,٢٠٩	
٧٣	٦٣	٠,٧٢٠		٧٨	٤٨	٠,٨٦٠		٥٥	٧١	٠,٢٣٧	
٧٤	٦٢	٠,٧٦٠		٧٩	٤٧	٠,٨٨٠		٥٦	٧٠	٠,٢٦٨	
٧٥	٦١	٠,٨٠٠		٨٠	٤٦	٠,٩٠٠					
٧٦	٦٠	٠,٨٤٠		٨١	٤٥	٠,٩٢٠					
٧٧	٥٩	٠,٨٨٠		٨٢	٤٤	٠,٩٤٠					
٧٨	٥٨	٠,٩٢٠		٨٣	٤٣	٠,٩٦٠					
٧٩	٥٧	٠,٩٦٠		٨٤	٤٢	٠,٩٨٠					
٨٠	٥٦	١,٠٠٠		٨٥	٤١	١,٠٠٠					
٨١	٥٥	١,٠٤٠		٨٦	٤٠	١,٠٤٠					
٨٢	٥٤	١,٠٨٠		٨٧	٣٩	١,٠٨٠					
٨٣	٥٣	١,١٢٠		٨٨	٣٨	١,١٢٠					
٨٤	٥٢	١,١٦٠		٨٩	٣٧	١,١٦٠					
٨٥	٥١	١,٢٠٠		٩٠	٣٦	١,٢٠٠					
٨٦	٥٠	١,٢٤٠		٩١	٣٥	١,٢٤٠					
٨٧	٤٩	١,٢٨٠		٩٢	٣٤	١,٢٨٠					
٨٨	٤٨	١,٣٢٠		٩٣	٣٣	١,٣٢٠					
٨٩	٤٧	١,٣٦٠		٩٤	٣٢	١,٣٦٠					
٩٠	٤٦	١,٤٠٠		٩٥	٣١	١,٤٠٠					
٩١	٤٥	١,٤٤٠		٩٦	٣٠	١,٤٤٠					
٩٢	٤٤	١,٤٨٠		٩٧	٢٩	١,٤٨٠					
٩٣	٤٣	١,٥٢٠		٩٨	٢٨	١,٥٢٠					
٩٤	٤٢	١,٥٦٠		٩٩	٢٧	١,٥٦٠					
٩٥	٤١	١,٦٠٠		١٠٠	٢٦	١,٦٠٠					
٩٦	٤٠	١,٦٤٠									
٩٧	٣٩	١,٦٨٠									
٩٨	٣٨	١,٧٢٠									
٩٩	٣٧	١,٧٦٠									
١٠٠	٣٦	١,٨٠٠									

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

1.97

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون - مان - وتني

1.91

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون — مان — وتنى

ص ح	ص-١ ح	ح	٢٠,١٠	ص ح	ص-١ ح	ح	٢٠,١٠	ص ح	ص-١ ح	ح	٢٠,١٠
١٠٤	١٠٦	٠,٤٨٥	١٠,١٠	٨١	١٢٩	٠,٠٣٨	١٠,١٠	٨٧	٩٣	٠,٤٢١	١٠,٩
١٠٥	١٠٥	٠,٥١٥		٨٢	١٢٨	٠,٠٤٥		٨٨	٩٢	٠,٤٥٢	
				٨٣	١٢٧	٠,٠٥٣		٨٩	٩١	٠,٤٨٤	
				٨٤	١٢٦	٠,٠٦٢		٩٠	٩٠	٠,٥١٦	
				٨٥	١٢٥	٠,٠٧٢		٩٥	١٥٥	١,٠٠٠	١٠,١٠
				٨٦	١٢٤	٠,٠٨٣		٦٣	١٤٧	٠,٠٠٠	
				٨٧	١٢٣	٠,٠٩٥		٦٤	١٤٦	٠,٠٠١	
				٨٨	١٢٢	٠,١٠٩		٦٥	١٤٥	٠,٠٠١	
				٨٩	١٢١	٠,١٢٤		٦٦	١٤٤	٠,٠٠١	
				٩٠	١٢٠	٠,١٤٠		٦٧	١٤٣	٠,٠٠١	
				٩١	١١٩	٠,١٥٧		٦٨	١٤٢	٠,٠٠٢	
				٩٢	١١٨	٠,١٧٦		٦٩	١٤١	٠,٠٠٣	
				٩٣	١١٧	٠,١٩٧		٧٠	١٤٠	٠,٠٠٣	
				٩٤	١١٦	٠,٢١٨		٧١	١٣٩	٠,٠٠٤	
				٩٥	١١٥	٠,٢٤١		٧٢	١٣٨	٠,٠٠٦	
				٩٦	١١٤	٠,٢٦٤		٧٣	١٣٧	٠,٠٠٧	
				٩٧	١١٣	٠,٢٨٩		٧٤	١٣٦	٠,٠٠٩	
				٩٨	١١٢	٠,٣١٥		٧٥	١٣٥	٠,٠١٢	
				٩٩	١١١	٠,٣٤٢		٧٦	١٣٤	٠,٠١٤	
				١٠٠	١١٠	٠,٣٧٠		٧٧	١٣٣	٠,٠١٨	
				١٠١	١٠٩	٠,٣٩٨		٧٨	١٣٢	٠,٠٢٢	
				١٠٢	١٠٨	٠,٤٢٧		٧٩	١٣١	٠,٠٢٦	
				١٠٣	١٠٧	٠,٤٥٦		٨٠	١٣٠	٠,٠٣٢	

جدول ١٢

توزيع إحصاء اختبار كروسكال - واليز

Critical values of the kruskal - wallis statistic

٠,٩٠	٠,٩٥	٠,٩٩	حجوم العينات		
			٢	٣	٤
٣,٧١٤٣	٤,٥٧١٤	٤,٥٧١٤	٢	٢	٢
٣,٨٥٧١	٤,٢٨٥٧	٤,٢٨٥٧	١	٢	٣
٤,٤٦٤٣	٤,٥٠٠٠	٥,٣٥٧١	٢	٢	
٤,٠٠٠٠	٤,٥٧١٤	٥,١٤٢٩	١	٣	
٤,٢٥٠٠	٥,١٣٨٩	٦,٢٥٠٠	٢	٣	
٤,٦٠٠٠	٥,٠٦٦٧	٦,٤٨٨٩	٣	٣	
٤,٠١٧٩	٤,٨٢١٤	٤,٨٢١٤	١	٢	٤
٤,١٦٦٧	٥,١٢٥٠	٦,٠٠٠٠	٢	٢	
٣,٨٨٨٩	٥,٠٠٠٠	٥,٨٣٣٣	١	٣	
٤,٤٤٤٤	٥,٤٠٠٠	٦,٣٠٠٠	٢	٣	
٤,٧٠٠٠	٥,٧٢٧٣	٦,٧٠٩١	٣	٣	
٤,٠٦٦٧	٤,٨٦٦٧	٦,١٦٦٧	١	٤	
٤,٤٤٥٥	٥,٢٣٦٤	٦,٨٧٢٧	٢	٤	
٤,٧٧٣	٥,٥٧٥٨	٧,١٣٦٤	٣	٤	
٤,٥٠٠٠	٥,٦٥٣٨	٧,٥٣٨٥	٤	٤	
٤,٠٥٠٠	٤,٤٥٠٠	٥,٢٥٠٠	١	٢	٥
٤,٢٩٣٣	٥,٠٤٠٠	٦,١٣٣٣	٢	٢	
٣,٨٤٠٠	٤,٨٧١١	٦,٤٠٠٠	١	٣	
٤,٤٩٤٦	٥,١٠٥٥	٦,٨٢١٨	٢	٣	
٤,٤١٢١	٥,٥١٥٢	٦,٩٨١٨	٣	٣	
٣,٩٦٠٠	٤,٨٦٠٠	٦,٨٤٠٠	١	٤	

جدول ١٢
توزيع إحصاء اختبار كروسكال - واليز

٠,٩٠	٠,٩٥	٠,٩٩	حجوم العينات		
			٢	٤	٥
٤,٥١٨٢	٥,٢٦٨٢	٧,١١٨٢	٢	٤	٥
٤,٥٢٣١	٥,٦٣٠٨	٧,٣٩٤٩	٣	٤	
٤,٦١٨٧	٥,٦١٧٦	٧,٧٤٤٠	٤	٤	
٤,٠٣٦٤	٤,٩٠٩١	٦,٨٣٦٤	١	٥	
٤,٥٠٧٧	٥,٢٤٦٢	٧,٢٦٩٢	٢	٥	
٤,٥٣٦٣	٥,٦٢٦٤	٧,٥٤٢٩	٣	٥	
٤,٥٢٠٠	٥,٦٤٢٩	٧,٧٩١٤	٤	٥	
٤,٥٠٠٠	٥,٦٦٠٠	٧,٩٨٠٠	٥	٥	

جدول ١٣

توزيع إحصاء معامل كندال للاتفاق

وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

**Kendall coefficient of concordance
and friedman analysis of variance statistics**

(أ) الجدول يعرض احتمال الحصول على قيمة معينة τ_c أو تزيد عليها
المصدر : (Kendall (1970 .

(ب) إذا زادت قيمة τ_c عن ٧ يستخدم جدول توزيع χ^2 بدرجات
حرية $n - 1$ (جدول ٥) وذلك للإحصاء :

$$ص = (n - 1) \tau_c^2$$

حيث τ_c معامل كندال للاتفاق ،

$$\tau_c = \frac{\sum R_i^2 - \frac{n(n+1)^2}{4}}{n(n-1)}$$

n عدد المفردات المطلوب ترتيبها

m عدد المحكمين

$$\tau_c = \frac{m(m-1)}{2}$$

R_i = مجموع الرتب المعطاه لكل مفردة

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

$$3 = 0$$

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	ع / ٢
١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	٠
٠,٩٧٤	٠,٩٧١	٠,٩٦٧	٠,٩٦٤	٠,٩٥٦	٠,٩٥٤	٠,٩٣١	٠,٩٤٤	٠,٨٣٣	٢
٠,٨٣٠	٠,٨١٤	٠,٧٩٤	٠,٧٦٨	٠,٧٤٠	٠,٦٩١	٠,٦٥٣	٠,٥٢٨	٠,٥٠٠	٦
٠,٧١٠	٠,٦٨٥	٠,٦٥٤	٠,٦٢٠	٠,٥٧٠	٠,٥٢٢	٠,٤٣١	٠,٣٦١	٠,١٦٧	٨
٠,٦٠١	٠,٥٦٩	٠,٥٣١	٠,٤٨٦	٠,٤٣٠	٠,٣٦٧	٠,٢٧٣	٠,١٩٤		١٤
٠,٤٣٦	٠,٣٩٨	٠,٣٥٥	٠,٣٠٥	٠,٢٥٢	٠,١٨٢	٠,١٢٥	٠,٠٢٨		١٨
٠,٣٦٨	٠,٣٢٨	٠,٢٨٥	٠,٢٣٧	٠,١٨٤	٠,١٢٤	٠,٠٦٩			٢٤
٠,٣١٦	٠,٢٧٨	٠,٢٣٦	٠,١٩٢	٠,١٤٢	٠,٠٩٣	٠,٠٤٢			٢٦
٠,٢٢٢	٠,١٨٧	٠,١٤٩	٠,١١٢	٠,٠٧٢	٠,٠٣٩	٠,٠٠٤			٣٢
٠,١٨٧	٠,١٥٤	٠,١٢٠	٠,٠٨٥	٠,٠٥٢	٠,٠٢٤				٣٨
٠,١٣٥	٠,١٠٧	٠,٠٧٩	٠,٠٥١	٠,٠٢٩	٠,٠٠٨				٤٢
٠,٠٩٢	٠,٠٦٩	٠,٠٤٤	٠,٠٢٧	٠,٠١٢	٠,٠٠٧				٥٠
٠,٠٧٨	٠,٠٥٧	٠,٠٣٨	٠,٠٢١	٠,٠٠٨					٥٤
٠,٠٦٦	٠,٠٤٨	٠,٠٣٠	٠,٠١٦	٠,٠٠٥					٥٦
٠,٠٤٦	٠,٠٣١	٠,٠١٨	٠,٠٠٨	٠,٠٠١					٦٢
٠,٠٣٠	٠,٠١٩	٠,٠٠٩	٠,٠٠٣	٠,٠٠١					٧٢
٠,٠٢٦	٠,٠١٦	٠,٠٠٨	٠,٠٠٢						٧٤
٠,٠١٨	٠,٠١٠	٠,٠٠٤	٠,٠٠١						٧٨
٠,٠١٢	٠,٠٠٦	٠,٠٠٢	٠,٠٠١						٨٦
٠,٠٠٧	٠,٠٠٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٠						٩٦
٠,٠٠٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠						٩٨
٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠							١٠٤

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

$$٤ = ٥$$

٥ = ٢	ع	٥ = ٢	٣ = ٢	ع
٠,٠٥٥	٦١	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١
٠,٠٤٤	٦٥	٠,٩٧٥	٠,٩٥٨	٣
٠,٠٣٤	٦٧	٠,٩٤٤	٠,٩١٠	٥
٠,٠٣١	٦٩	٠,٨٥٧	٠,٧٢٧	٩
٠,٠٢٣	٧٣	٠,٧٧١	٠,٦٠٨	١١
٠,٠٢٠	٧٥	٠,٧٠٩	٠,٥٢٤	١٣
٠,٠١٧	٧٧	٠,٦٥٢	٠,٤٤٦	١٧
٠,٠١٢	٨١	٠,٥٦١	٠,٣٤٢	١٩
٠,٠٠٨٧	٨٣	٠,٥٢١	٠,٣٠٠	٢١
٠,٠٠٦٧	٨٥	٠,٤٤٥	٠,٢٠٧	٢٥
٠,٠٠٥٥	٨٩	٠,٤٠٨	٠,١٧٥	٢٧
٠,٠٠٣١	٩١	٠,٣٧٢	٠,١٤٨	٢٩
٠,٠٠٢٣	٩٣	٠,٢٩٨	٠,٠٧٥	٣٣
٠,٠٠١٨	٩٧	٠,٢٦٠	٠,٠٥٤	٣٥
٠,٠٠١٦	٩٩	٠,٢٢٦	٠,٠٣٣	٣٧
٠,٠٠١٤	١٠١	٠,٢١٠	٠,٠١٧	٤١
٠,٠٠٠٦٤	١٠٥	٠,١٦٢	٠,٠١٧	٤٣
٠,٠٠٠٣٣	١٠٧	٠,١٤١	٠,٠١٧	٤٥
٠,٠٠٠٢١	١٠٩	٠,١٢٣		٤٩
٠,٠٠٠١٤	١١٣	٠,١٠٧		٥١
٠,٠٠٠٠٤٨	١١٧	٠,٠٩٣		٥٣
٠,٠٠٠٠٠٣	١٢٥	٠,٠٧٥		٥٧
		٠,٠٦٧		٥٩

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

$$u = \frac{1}{2}$$

ع	٢ = ٢	٤ = ٢	٦ = ٢	ع	٤ = ٢	٦ = ٢
٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	٤٦	٠,٠٦٨	٠,٢١٨
٢	٠,٩٥٨	٠,٩٩٢	٠,٩٩٦	٤٨	٠,٠٥٤	٠,١٩٧
٤	٠,٨٣٣	٠,٩٢٨	٠,٩٥٧	٥٠	٠,٠٥٢	٠,١٩٤
٦	٠,٧٩٢	٠,٩٠٠	٠,٩٤٠	٥٢	٠,٠٣٦	٠,١٦٣
٨	٠,٦٢٥	٠,٨٠٠	٠,٨٧٤	٥٤	٠,٠٣٣	٠,١٥٥
١٠	٠,٥٤٢	٠,٧٥٤	٠,٨٤٤	٥٦	٠,٠١٩	٠,١٢٧
١٢	٠,٤٥٨	٠,٦٧٧	٠,٧٨٩	٥٨	٠,٠١٤	٠,١١٤
١٤	٠,٣٧٥	٠,٦٤٩	٠,٧٧٢	٦٢	٠,٠١٢	٠,١٠٨
١٦	٠,٢٠٨	٠,٥٢٤	٠,٦٧٩	٦٤	٠,٠٠٦٩	٠,٠٨٩
١٨	٠,١٦٧	٠,٥٠٨	٠,٦٦٨	٦٦	٠,٠٠٦٢	٠,٠٨٨
٢٠	٠,٠٤٢	٠,٤٣٢	٠,٦٠٩	٦٨	٠,٠٠٢٧	٠,٠٧٣
٢٢		٠,٣٨٩	٠,٥٧٤	٧٠	٠,٠٠٢٧	٠,٠٦٦
٢٤		٠,٣٥٥	٠,٥٤١	٧٢	٠,٠٠١٦	٠,٠٦٠
٢٦		٠,٣٢٤	٠,٥١٢	٧٤		٠,٠٥٦
٣٠		٠,٢٤٢	٠,٤٣١	٧٦		٠,٠٤٣
٣٢		٠,٢٠٠	٠,٣٨٦	٧٨		٠,٠٤١
٣٤		٠,١٩٠	٠,٣٧٥	٨٠		٠,٠٣٧
٣٦		٠,١٥٨	٠,٣٣٨	٨٤		٠,٠٣٢
٣٨		٠,١٤١	٠,٣١٧	٩٠		٠,٠٢٢
٤٠		٠,١٠٥	٠,٢٧٠	٩٤		٠,٠١٧
٤٢		٠,٠٩٤	٠,٢٥٦	١٠٠		٠,٠١٠
٤٤		٠,٠٧٧	٠,٢٣٠	١١٠		٠,٠٠٥٧

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

$$٣ = ٢ ، ٥ = ٧$$

٣ = ٢	ع	٣ = ٢	ع	٣ = ٢	ع
٠,٠٦٣	٦٠	٠,٤٧٥	٣٠	١,٠٠٠	٠
٠,٠٥٦	٦٢	٠,٤٣٢	٣٢	١,٠٠٠	٢
٠,٠٤٥	٦٤	٠,٤٠٦	٣٤	٠,٩٨٨	٤
٠,٠٣٨	٦٦	٠,٣٤٧	٣٦	٠,٩٧٢	٦
٠,٠٢٨	٦٨	٠,٣٢٦	٣٨	٠,٩٤١	٨
٠,٠٢٦	٧٠	٠,٢٩١	٤٠	٠,٩١٤	١٠
٠,٠١٧	٧٢	٠,٢٥٣	٤٢	٠,٨٤٥	١٢
٠,٠١٥	٧٤	٠,٢٣٦	٤٤	٠,٨٣١	١٤
٠,٠٠٧٨	٧٦	٠,٢١٣	٤٦	٠,٧٦٨	١٦
٠,٠٠٥٣	٧٨	٠,١٧٢	٤٨	٠,٧٢٠	١٨
٠,٠٠٤٠	٨٠	٠,١٦٣	٥٠	٠,٦٨٢	٢٠
٠,٠٠٢٨	٨٢	٠,١٢٧	٥٢	٠,٦٤٩	٢٢
٠,٠٠٠٩	٨٦	٠,١١٧	٥٤	٠,٥٩٥	٢٤
٠,٠٠٠٠٧	٩٠	٠,٠٩٦	٥٦	٠,٥٥٩	٢٦
		٠,٠٨٠	٥٨	٠,٤٩٣	٢٨

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

٢	٥						قيم إضافية ٣ = ٥
	٣	٤	٥	٦	٧	٨	ع

القيم عند مستوى معنوية ٠,٠٥

٣			٦٤,٤	١٠٣,٩	١٥٧,٣	٩	٥٤,٠
٤	٤٩,٥		٨٨,٤	١٤٣,٣	٢١٧,٠	١٢	٧١,٩
٥	٦٢,٦	١١٢,٣		١٨٢,٤	٢٧٦,٢	١٤	٨٣,٨
٦	٧٥,٧	١٣٦,١	٢٢١,٤		٣٣٥,٢	١٦	٩٥,٨
٨	٤٨,١	١٠١,٧	١٨٣,٧	٢٩٩,٠		١٨	١٠٧,٧
١٠	٦٠,٠	١٢٧,٨	٢٣١,٢	٣٧٦,٧	٥٧١,٠		
١٥	٨٩,٨	١٩٢,٩	٣٤٩,٨	٥٧٠,٥	٨٦٤,٩		
٢٠	١١٩,٧	٢٥٨,٠	٤٦٨,٥	٧٦٤,٤	١١٥٨,٧		

القيم عند مستوى معنوية ٠,٠١

٣			٧٥,٦	١٢٢,٨	١٨٥,٦	٩	٧٥,٩
٤	٦١,٤	١٠٩,٣		١٧٦,٢	٢٦٥,٠	١٢	١٠٣,٥
٥	٨٠,٥	١٤٢,٨	٢٢٩,٤		٣٤٣,٨	١٤	١٢١,٩
٦	٩٩,٥	١٧٦,١	٢٨٢,٤	٤٢٢,٦		١٦	١٤٠,٢
٨	٦٦,٨	١٣٧,٤	٢٤٢,٧	٣٨٨,٣	٥٧٩,٩	١٨	١٥٨,٦
١٠	٨٥,١	١٧٥,٣	٣٠٩,١	٤٩٤,٠	٧٣٧,٠		
١٥	١٣١,٠	٢٦٩,٨	٤٧٥,٢	٧٥٨,٢	١١٢٩,٥		
٢٠	١٧٧,٠	٣٦٤,٢	٦٤١,٢	١٠٢٢,٢	١٥٢١,٩		

Fisher's transformation

$$\frac{1}{2} = ط \text{ لو } [(s-1)/(s+1)]$$

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعي

إذا كانت قيمة r سالبة ، استخدم الجدول مع إضافة إشارة سالبة .

ط	ر	ط	ر	ط	ر	ط	ر
١,٠٩٨٩	٠,٨٠	٠,٦٩٣١	٠,٦٠	٠,٤٧٣٩	٠,٤٠	٠,٢٠٢٧	٠,٢٠
١,١٧٧٠	٠,٨١	٠,٧٠٨٩	٠,٦١	٠,٤٧٥٦	٠,٤١	٠,٢١٣٢	٠,٢١
١,١٥٦٨	٠,٨٢	٠,٧٢٥٠	٠,٦٢	٠,٤٤٧٧	٠,٤٢	٠,٢٢٣٧	٠,٢٢
١,١٨٨١	٠,٨٣	٠,٧٤١٢	٠,٦٣	٠,٤٥٩٩	٠,٤٣	٠,٢٣٤٢	٠,٢٣
١,٢٢١٢	٠,٨٤	٠,٧٥٨٢	٠,٦٤	٠,٤٧٢٢	٠,٤٤	٠,٢٤٤٨	٠,٢٤
١,٢٥٦٢	٠,٨٥	٠,٧٧٥٣	٠,٦٥	٠,٤٨٤٧	٠,٤٥	٠,٢٥٥٤	٠,٢٥
١,٢٩٣٣	٠,٨٦	٠,٧٩٢٨	٠,٦٦	٠,٤٩٧٣	٠,٤٦	٠,٢٦٦١	٠,٢٦
١,٣٣٣١	٠,٨٧	٠,٨١٠٧	٠,٦٧	٠,٥١٠١	٠,٤٧	٠,٢٧٦٩	٠,٢٧
١,٣٧٥٨	٠,٨٨	٠,٨٢٩١	٠,٦٨	٠,٥٢٣٠	٠,٤٨	٠,٢٨٧٧	٠,٢٨
١,٤٢١٩	٠,٨٩	٠,٨٤٨٠	٠,٦٩	٠,٥٣٦١	٠,٤٩	٠,٢٩٨٥	٠,٢٩
١,٤٧٢٢	٠,٩٠	٠,٨٦٧٣	٠,٧٠	٠,٥٤٩٢	٠,٥٠	٠,٣٠٩٢	٠,٣٠
١,٥٢٧٥	٠,٩١	٠,٨٨٧١	٠,٧١	٠,٥٦٢٧	٠,٥١	٠,٣٢٠٥	٠,٣١
١,٥٨٩١	٠,٩٢	٠,٩٠٧٩	٠,٧٢	٠,٥٧٦٣	٠,٥٢	٠,٣٣١٦	٠,٣٢
١,٦٥٨٤	٠,٩٣	٠,٩٢٨٧	٠,٧٣	٠,٥٩٠١	٠,٥٣	٠,٣٤٢٨	٠,٣٣
١,٧٣٨٠	٠,٩٤	٠,٩٥٠٥	٠,٧٤	٠,٦٠٤٢	٠,٥٤	٠,٣٥٤١	٠,٣٤
١,٨٢١٨	٠,٩٥	٠,٩٧٣٠	٠,٧٥	٠,٦١٨٤	٠,٥٥	٠,٣٦٥٤	٠,٣٥
١,٩١٥٩	٠,٩٦	٠,٩٩٦٢	٠,٧٦	٠,٦٣٢٨	٠,٥٦	٠,٣٧٦٩	٠,٣٦
٢,٠١٢٣	٠,٩٧	١,٠٢٠٣	٠,٧٧	٠,٦٤٧٥	٠,٥٧	٠,٣٨٨٤	٠,٣٧
٢,١١٧٦	٠,٩٨	١,٠٤٥٤	٠,٧٨	٠,٦٦٢٥	٠,٥٨	٠,٤٠٠١	٠,٣٨
٢,٢٢١٧	٠,٩٩	١,٠٧١٤	٠,٧٩	٠,٦٧٧٧	٠,٥٩	٠,٤١١٨	٠,٣٩

جدول ١٥

توزيع معامل ارتباط بيرسون

Pearson correlation coefficient

قيم r (م) تستخدم لاختبارات المعنوية الخاصة بمعامل ارتباط بيرسون للتوزيعات الطبيعية ذات المتغيرين .

القيم الغير متواجدة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام الصيغة .

$$r_{\alpha} = (r - r_{\alpha}) / \sqrt{r^2 + r_{\alpha}^2 - 2rr_{\alpha}}$$

$r = 0.005$	$r = 0.025$	$r = 0.05$	r
0.990	0.950	0.900	4
0.959	0.878	0.805	5
0.917	0.811	0.729	6
0.875	0.754	0.669	7
0.834	0.707	0.621	8
0.798	0.666	0.582	9
0.765	0.632	0.549	10
0.735	0.602	0.521	11
0.708	0.576	0.497	12
0.684	0.553	0.476	13
0.661	0.532	0.458	14
0.641	0.514	0.441	15
0.623	0.497	0.426	16
0.606	0.482	0.412	17
0.590	0.468	0.400	18
0.575	0.456	0.389	19
0.561	0.444	0.378	20
0.549	0.433	0.369	21

تابع جدول ١٥

٢	٠,٠٥ = ٠	٠,٠٢٥ = ٠	٠,٠٥ = ٠
٢٢	٠,٣٦٠	٠,٤٢٣	٠,٥٣٧
٢٣	٠,٣٥٢	٠,٤١٣	٠,٥٢٦
٢٤	٠,٣٤٤	٠,٤٠٤	٠,٥١٥
٢٥	٠,٣٣٧	٠,٣٩٦	٠,٥٠٥
٢٦	٠,٣٣٠	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦
٢٧	٠,٣٢٢	٠,٣٨١	٠,٤٨٧ ^١
٢٨	٠,٣١٧	٠,٣٧٤	٠,٤٧٩
٢٩	٠,٣١١	٠,٣٦٧	٠,٤٧١
٣٠	٠,٣٠٦	٠,٣٦١	٠,٤٦٣
٣١	٠,٣٠١	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٣٢	٠,٢٩٦	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٣٣	٠,٢٩١	٠,٣٤٤	٠,٤٤٢
٣٤	٠,٢٨٧	٠,٣٣٩	٠,٤٣٦
٣٥	٠,٢٨٣	٠,٣٣٤	٠,٤٣٠
٣٦	٠,٢٧٩	٠,٣٢٩	٠,٤٢٤
٣٧	٠,٢٧٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٣٨	٠,٢٧١	٠,٣٢٠	٠,٤١٣
٣٩	٠,٢٦٧	٠,٣١٦	٠,٤٠٨
٤٠	٠,٢٦٤	٠,٣١٢	٠,٤٠٣
٤١	٠,٢٦٠	٠,٣٠٨	٠,٣٩٨
٤٢	٠,٢٥٧	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
٤٣	٠,٢٥٤	٠,٣٠١	٠,٣٨٩
٤٤	٠,٢٥١	٠,٢٩٧	٠,٣٨٤
٤٥	٠,٢٤٨	٠,٢٩٤	٠,٣٨٠

تابع جدول ١٥

ن	م = ٠,٠٥	م = ٠,٠٢٥	م = ٠,٠٠٥
٤٦	٠,٢٤٦	٠,٢٩١	٠,٣٧٦
٤٧	٠,٢٤٣	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢
٤٨	٠,٢٤٠	٠,٢٨٥	٠,٣٦٨
٤٩	٠,٢٣٨	٠,٢٨٢	٠,٣٦٥
٥٠	٠,٢٣٥	٠,٢٧٩	٠,٣٦١

جدول ١٦
توزيع معامل ارتباط سبيرمان
Spearman correlation coefficient

قيم r_s (م) تستخدم في معامل ارتباط سبيرمان

$r_s = 0.00$	$r_s = 0.25$	$r_s = 0.50$	n
—	—	0.800	٤
—	0.900	0.800	٥
0.943	0.829	0.771	٦
0.893	0.750	0.719	٧
0.857	0.714	0.619	٨
0.817	0.683	0.583	٩
0.782	0.636	0.552	١٠
0.746	0.609	0.527	١١
0.727	0.580	0.497	١٢
0.698	0.550	0.478	١٣
0.675	0.534	0.459	١٤
0.654	0.518	0.443	١٥
0.632	0.500	0.427	١٦
0.610	0.485	0.412	١٧
0.598	0.472	0.399	١٨
0.583	0.458	0.390	١٩
0.568	0.445	0.379	٢٠
0.550	0.435	0.369	٢١

تابع جدول ١٦

ن	م = ٠,٠٥	م = ٠,٠٢٥	م = ٠,٠١٥
٢٢	٠,٣٦٠	٠,٤٢٤	٠,٥٤٣
٢٣	٠,٣٥٢	٠,٤١٥	٠,٥٣١
٢٤	٠,٣٤٤	٠,٤٠٦	٠,٥٢٠
٢٥	٠,٣٣٦	٠,٣٩٨	٠,٥١٠
٢٦	٠,٣٣٠	٠,٣٨٩	٠,٥٠٠
٢٧	٠,٣٢٤	٠,٣٨٢	٠,٤٩٢
٢٨	٠,٣١٨	٠,٣٧٥	٠,٤٨٣
٢٩	٠,٣١١	٠,٣٦٩	٠,٤٧٤
٣٠	٠,٣٠٦	٠,٣٦٢	٠,٤٦٧
٣١	٠,٣٠١	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٣٢	٠,٢٩٦	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٣٣	٠,٢٩١	٠,٣٤٤	٠,٤٤٢
٣٤	٠,٢٨٧	٠,٣٣٩	٠,٤٣٦
٣٥	٠,٢٨٣	٠,٣٣٤	٠,٤٣٠
٣٦	٠,٢٧٩	٠,٣٢٩	٠,٤٢٤
٣٧	٠,٢٧٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٣٨	٠,٢٧١	٠,٣٢٠	٠,٤١٣
٣٩	٠,٢٦٧	٠,٣١٦	٠,٤٠٨
٤٠	٠,٢٦٤	٠,٣١٢	٠,٤٠٣
٤١	٠,٢٦٠	٠,٣٠٨	٠,٣٩٨
٤٢	٠,٢٥٧	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
٤٣	٠,٢٥٤	٠,٣٠١	٠,٣٨٩
٤٤	٠,٢٥١	٠,٢٩٧	٠,٣٨٤
٤٥	٠,٢٤٨	٠,٢٩٤	٠,٣٨٠
٤٦	٠,٢٤٦	٠,٢٩١	٠,٣٧٦
٤٧	٠,٢٤٣	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢

تابع جدول ۱۶

۰,۰۰۵ = م	۰,۰۲۵ = م	۰,۰۵ = م	ن
۰,۳۶۸	۰,۲۸۵	۰,۲۴۰	۴۸
۰,۳۶۵	۰,۲۸۲	۰,۲۳۸	۴۹
۰,۳۶۱	۰,۲۷۹	۰,۲۳۵	۵۰

جدول ١٧
توزيع إحصاء اختبار كولموجوروف
Kolmogorov statistic

القيم الموضحة بالجدول هي قيم التوزيع الأصلي إذا كانت $n \geq ٤٠$
القيم الأخرى تقريبية ، وهي تطابق القيم الأصلية في معظم الحالات
وللحصول على تقريب أفضل في حال $n < ٤٠$ نستبدل المقام \sqrt{n} بالمقدار
 $\sqrt{n + \frac{1}{10}}$

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين
٠,٩٠٠	٠,٩٥٠	٠,٩٧٥	٠,٩٩٠	٠,٩٩٥	١ = n
٠,٦٨٤	٠,٧٧٦	٠,٨٤٢	٠,٩٠٠	٠,٩٢٩	٢
٠,٥٦٥	٠,٦٣٦	٠,٧٠٨	٠,٧٨٥	٠,٨٢٩	٣
٠,٤٩٣	٠,٥٦٥	٠,٦٢٤	٠,٦٨٩	٠,٧٣٤	٤
٠,٤٤٧	٠,٥٠٩	٠,٥٦٣	٠,٦٢٧	٠,٦٦٩	٥
٠,٤١٠	٠,٤٦٨	٠,٥١٩	٠,٥٧٧	٠,٦١٧	٦
٠,٣٨١	٠,٤٣٦	٠,٤٨٣	٠,٥٣٨	٠,٥٧٦	٧
٠,٣٥٨	٠,٤١٠	٠,٤٥٤	٠,٥٠٧	٠,٥٤٢	٨
٠,٣٣٩	٠,٣٨٧	٠,٤٣٠	٠,٤٨٠	٠,٥١٣	٩
٠,٣٢٣	٠,٣٦٩	٠,٤٠٩	٠,٤٥٧	٠,٤٨٩	١٠
٠,٣٠٨	٠,٣٥٢	٠,٣٩١	٠,٤٣٧	٠,٤٦٨	١١
٠,٢٩٦	٠,٣٣٨	٠,٣٧٥	٠,٤١٩	٠,٤٤٩	١٢
٠,٢٨٥	٠,٣٢٥	٠,٣٦١	٠,٤٠٤	٠,٤٣٢	١٣
٠,٢٧٥	٠,٣١٤	٠,٣٤٩	٠,٣٩٠	٠,٤١٨	١٤
٠,٢٦٦	٠,٣٠٤	٠,٣٣٨	٠,٣٧٧	٠,٤٠٤	١٥
٠,٢٥٨	٠,٢٩٥	٠,٣٢٧	٠,٣٦٦	٠,٣٩٢	١٦

تابع جدول ۱۷
توزیع احصاء اختبار کولموجوروف

اختبار طرف واحد اختبار طرفین	۰,۹۹۵ ۰,۹۹	۰,۹۹ ۰,۹۸	۰,۹۷۵ ۰,۹۵	۰,۹۵ ۰,۹۰	۰,۹۰ ۰,۸۰
ن = ۱۷	۰,۳۸۱	۰,۳۵۵	۰,۳۱۸	۰,۲۸۶	۰,۲۵۰
۱۸	۰,۳۷۱	۰,۳۴۶	۰,۳۰۹	۰,۲۷۹	۰,۲۴۴
۱۹	۰,۳۶۱	۰,۳۳۷	۰,۳۰۱	۰,۲۷۱	۰,۲۳۷
۲۰	۰,۳۵۲	۰,۳۲۹	۰,۲۹۴	۰,۲۶۵	۰,۲۳۲
۲۱	۰,۳۴۴	۰,۳۲۱	۰,۲۸۷	۰,۲۵۹	۰,۲۲۶
۲۲	۰,۳۳۷	۰,۳۱۴	۰,۲۸۱	۰,۲۵۳	۰,۲۲۱
۲۳	۰,۳۳۰	۰,۳۰۷	۰,۲۷۵	۰,۲۴۷	۰,۲۱۶
۲۴	۰,۳۲۳	۰,۳۰۱	۰,۲۶۹	۰,۲۴۲	۰,۲۱۲
۲۵	۰,۳۱۷	۰,۲۹۵	۰,۲۶۴	۰,۲۳۸	۰,۲۰۸
۲۶	۰,۳۱۱	۰,۲۹۰	۰,۲۵۹	۰,۲۳۳	۰,۲۰۴
۲۷	۰,۳۰۵	۰,۲۸۴	۰,۲۵۴	۰,۲۲۹	۰,۲۰۰
۲۸	۰,۳۰۰	۰,۲۷۹	۰,۲۵۰	۰,۲۲۵	۰,۱۹۷
۲۹	۰,۲۹۵	۰,۲۷۵	۰,۲۴۶	۰,۲۲۱	۰,۱۹۳
۳۰	۰,۲۹۰	۰,۲۷۰	۰,۲۴۲	۰,۲۱۸	۰,۱۹۰
۳۱	۰,۲۸۵	۰,۲۶۶	۰,۲۳۸	۰,۲۱۴	۰,۱۸۷
۳۲	۰,۲۸۱	۰,۲۶۲	۰,۲۳۴	۰,۲۱۱	۰,۱۸۴
۳۳	۰,۲۷۷	۰,۲۵۸	۰,۲۳۱	۰,۲۰۸	۰,۱۸۲
۳۴	۰,۲۷۳	۰,۲۵۴	۰,۲۲۷	۰,۲۰۵	۰,۱۷۹
۳۵	۰,۲۶۹	۰,۲۵۱	۰,۲۲۴	۰,۲۰۲	۰,۱۷۷
۳۶	۰,۲۶۵	۰,۲۴۷	۰,۲۲۱	۰,۱۹۹	۰,۱۷۴
۳۷	۰,۲۶۲	۰,۲۴۴	۰,۲۱۸	۰,۱۹۶	۰,۱۷۲

تابع جدول ١٧
توزيع إحصاء اختبار كولموجوروف

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
$n = 38$	٠,٢٥٨	٠,٢٤١	٠,٢١٥	٠,١٩٤	٠,١٧٠
٣٩	٠,٢٥٥	٠,٢٣٨	٠,٢١٣	٠,١٩١	٠,١٦٨
٤٠	٠,٢٥٢	٠,٢٣٥	٠,٢١٠	٠,١٨٩	٠,١٦٥
$n < 40$ (تقريب)	١,٦٣ \sqrt{n}	١,٥٢ \sqrt{n}	١,٣٦ \sqrt{n}	١,٢٢ \sqrt{n}	١,٠٧ \sqrt{n}

جدول ١٨
توزيع إحصاء اختبار ليفورز للتوزيع الطبيعي
Lilliefors test statistic

٠,٨٠	٠,٨٥	٠,٩٠	٠,٩٥	٠,٩٩	
٠,٣٠٠	٠,٣١٩	٠,٣٥٢	٠,٣٨١	٠,٤١٧	$z = u$
٠,٣٨٥	٠,٣٩٩	٠,٣١٥	٠,٣٣٧	٠,٤٠٥	٥
٠,٣٩٥	٠,٣٧٧	٠,٣٩٤	٠,٣١٩	٠,٣٦٤	٦
٠,٣٤٧	٠,٣٥٨	٠,٣٧٥	٠,٣٠٠	٠,٣٤٨	٧
٠,٣٣٣	٠,٣٤٤	٠,٣٦١	٠,٣٨٥	٠,٣٣١	٨
٠,٣٣٣	٠,٣٣٣	٠,٣٤٩	٠,٣٧١	٠,٣١١	٩
٠,٣١٥	٠,٣٣٤	٠,٣٣٩	٠,٣٥٨	٠,٣٩٤	١٠
٠,٣١٥	٠,٣٣٤	٠,٣٣٩	٠,٣٥٨	٠,٣٩٤	١٠
٠,٣٠٦	٠,٣١٧	٠,٣٣٠	٠,٣٤٩	٠,٣٨٤	١١
٠,٢٩٩	٠,٣١٧	٠,٣٣٣	٠,٣٤٧	٠,٣٧٥	١٢
٠,٢٩٠	٠,٣٠٧	٠,٣١٤	٠,٣٣٤	٠,٣٦٨	١٣
٠,٢٨٣	٠,٢٩٤	٠,٣٠٧	٠,٣٣٧	٠,٣٦١	١٤
٠,٢٧٧	٠,٢٨٧	٠,٣٠١	٠,٣٣٠	٠,٣٥٧	١٥
٠,٢٧٣	٠,٢٨٢	٠,٢٩٥	٠,٣١٣	٠,٣٥٠	١٦
٠,٢٦٩	٠,٢٧٧	٠,٢٩٥	٠,٣٠٦	٠,٣٤٥	١٧
٠,٢٦٦	٠,٢٧٣	٠,٢٩٤	٠,٣٠٠	٠,٣٣٩	١٨
٠,٢٦٣	٠,٢٦٩	٠,٢٩٤	٠,٢٩٥	٠,٣٣٥	١٩
٠,٢٦٠	٠,٢٦٦	٠,٢٩٤	٠,٢٩٠	٠,٣٣١	٢٠
٠,٢٤٧	٠,٢٤٧	٠,٢٩٨	٠,٢٧٣	٠,٣٠٠	٢٥
٠,٢٣١	٠,٢٣٦	٠,٢٤٤	٠,٢٦١	٠,٢٨٧	٣٠
٠,٢٣٦	٠,٢٣٨	٠,٢٤٥	٠,٢٨٦	١,٠٣١	$٣٠ <$
\sqrt{u}	\sqrt{u}	\sqrt{u}	\sqrt{u}	\sqrt{u}	

جدول ١٩
توزيع إحصاء اختبار سميروف
Smirnov test statistic

$$n = n_1 = n_2$$

إذا كانت $n < ٤٠$ نستعمل التقريب الموضح في نهاية الجدول

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين
٣ / ٢	٣ / ٢				$n = ٣$
٤ / ٣	٤ / ٣	٤ / ٣			٤
٥ / ٣	٥ / ٣	٥ / ٤	٥ / ٤	٥ / ٤	٥
٦ / ٣	٦ / ٤	٦ / ٤	٦ / ٥	٦ / ٥	٦
٧ / ٤	٧ / ٤	٧ / ٥	٧ / ٥	٧ / ٥	٧
٨ / ٤	٨ / ٤	٨ / ٥	٨ / ٥	٨ / ٦	٨
٩ / ٤	٩ / ٥	٩ / ٥	٩ / ٦	٩ / ٦	٩
١٠ / ٤	١٠ / ٥	١٠ / ٦	١٠ / ٦	١٠ / ٧	١٠
١١ / ٥	١١ / ٥	١١ / ٦	١١ / ٧	١١ / ٧	١١
١٢ / ٥	١٢ / ٥	١٢ / ٦	١٢ / ٧	١٢ / ٧	١٢
١٣ / ٥	١٣ / ٦	١٣ / ٦	١٣ / ٧	١٣ / ٨	١٣
١٤ / ٥	١٤ / ٦	١٤ / ٧	١٤ / ٧	١٤ / ٨	١٤
١٥ / ٥	١٥ / ٦	١٥ / ٧	١٥ / ٨	١٥ / ٨	١٥
١٦ / ٦	١٦ / ٦	١٦ / ٧	١٦ / ٨	١٦ / ٩	١٦
١٧ / ٦	١٧ / ٧	١٧ / ٧	١٧ / ٨	١٧ / ٩	١٧
١٨ / ٦	١٨ / ٧	١٨ / ٨	١٨ / ٩	١٨ / ٩	١٨
١٩ / ٦	١٩ / ٧	١٩ / ٨	١٩ / ٩	١٩ / ٩	١٩
٢٠ / ٦	٢٠ / ٧	٢٠ / ٨	٢٠ / ٩	٢٠ / ١٠	٢٠
٢١ / ٦	٢١ / ٧	٢١ / ٨	٢١ / ٩	٢١ / ١٠	٢١

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف
($n = ١$ $n = ٢$ $n = ٣$)

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين
٢٢/٧	٢٢/٨	٢٢/٨	٢٢/١٠	٢٢/١٠	٢٢ = n
٢٣/٧	٢٣/٨	٢٣/٩	٢٣/١٠	٢٣/١٠	٢٣
٢٤/٧	٢٤/٨	٢٤/٩	٢٤/١٠	٢٤/١١	٢٤
٢٥/٧	٢٥/٨	٢٥/٩	٢٥/١٠	٢٥/١١	٢٥
٢٦/٧	٢٦/٨	٢٦/٩	٢٦/١٠	٢٦/١١	٢٦
٢٧/٧	٢٧/٨	٢٧/٩	٢٧/١١	٢٧/١١	٢٧
٢٨/٨	٢٨/٩	٢٨/١٠	٢٨/١١	٢٨/١٢	٢٨
٢٩/٨	٢٩/٩	٢٩/١٠	٢٩/١١	٢٩/١٢	٢٩
٣٠/٨	٣٠/٩	٣٠/١٠	٣٠/١١	٣٠/١٢	٣٠
٣١/٨	٣١/٩	٣١/١٠	٣١/١١	٣١/١٢	٣١
٣٢/٨	٣٢/٩	٣٢/١٠	٣٢/١٢	٣٢/١٢	٣٢
٣٤/٨	٣٤/١٠	٣٤/١١	٣٤/١٢	٣٤/١٣	٣٤
٣٦/٩	٣٦/١٠	٣٦/١١	٣٦/١٢	٣٦/١٣	٣٦
٣٨/٩	٣٨/١٠	٣٨/١١	٣٨/١٣	٣٨/١٤	٣٨
٤٠/٩	٤٠/١٠	٤٠/١٢	٤٠/١٣	٤٠/١٤	٤٠
١,٥٢	١,٧٣	١,٩٢	٢,١٥	٢,٣٠	$n < ٤٠$ (تقريب)
\sqrt{n}	\sqrt{n}	\sqrt{n}	\sqrt{n}	\sqrt{n}	

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء اختبار سميرنوف $\mu \neq \mu_0$

نعتبر μ تمثل حجم العينة الأقل ، μ_0 الحجم الأكبر .
إذا كانت μ_0 أو μ غير متضمنة بالجدول نستعمل تقريب العينات
الكبيرة الموضح في نهاية الجدول .

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
$\mu = 1$ $\mu = 2$					
١٠					
٢					
٤					
٥				٥ / ٤	
٦				٦ / ٥	
٧				٧ / ٦	
٨			٨ / ٧	٨ / ٧	
٩			٩ / ٨	٩ / ٨	
١٠			١٠ / ٩	١٠ / ٩	
٤			٤ / ٣	٤ / ٣	
٥			٥ / ٤	٥ / ٤	
٦			٦ / ٥	٦ / ٥	
٧		٧ / ٦	٧ / ٦	٧ / ٦	
٨		٨ / ٧	٨ / ٧	٨ / ٧	
٩	٩ / ٨	٩ / ٨	٩ / ٧	٩ / ٧	
١٠	١٠ / ٩	١٠ / ٩	١٠ / ٨	١٠ / ٧	
١٢	١٢ / ١١	١٢ / ١١	١٢ / ١٠	١٢ / ٩	

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف
 $\gamma \neq \gamma_0$

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين	
					$\gamma - \gamma_0$	$\gamma - \gamma_0$
٥ / ٣	٤ / ٣	٥ / ٤	٥ / ٤		٦	
١٢ / ٧	٣ / ٢	٤ / ٣	٦ / ٥	٦ / ٥	٧	
٢٨ / ١٧	٧ / ٥	٤ / ٣	٧ / ٦	٧ / ٦	٨	
٨ / ٥	٨ / ٥	٤ / ٣	٨ / ٧	٨ / ٧	٩	
٩ / ٥	٣ / ٢	٤ / ٣	٩ / ٧	٩ / ٨	١٠	
٢٠ / ١١	٢٠ / ١٣	١٠ / ٧	٥ / ٤	٥ / ٤	١٢	
١٢ / ٧	٣ / ٢	٣ / ٢	٤ / ٣	٦ / ٥	١٦	
١٦ / ٩	٨ / ٥	١٦ / ١١	٤ / ٣	١٦ / ١٣	٦	٥
٥ / ٣	٣ / ٢	٣ / ٢	٦ / ٥	٦ / ٥	٧	
٧ / ٤	٣٥ / ٢٣	٧ / ٥	٣٥ / ٢٩	٧ / ٦	٨	
٢٠ / ١١	٨ / ٥	٤٠ / ٢٧	٥ / ٤	٥ / ٤	٩	
٩ / ٥	٥ / ٣	٤٥ / ٣١	٩ / ٧	٥ / ٤	١٠	
٢ / ١	٥ / ٣	١٠ / ٧	١٠ / ٧	٥ / ٤	١٥	
١٥ / ٨	٥ / ٣	٣ / ٢	١٥ / ١١	١٥ / ١١	٢٠	
٢ / ١	٢٠ / ١١	٥ / ٣	١٠ / ٧	٤ / ٣	٧	٦
٤٢ / ٢٣	٧ / ٤	٤٢ / ٢٩	٧ / ٥	٦ / ٥	٨	
٢ / ١	١٢ / ٧	٣ / ٢	٤ / ٣	٤ / ٣	٩	
٢ / ١	٩ / ٥	٣ / ٢	١٨ / ١٣	٩ / ٧	١٠	
٢ / ١	٣٠ / ١٩	٣٠ / ١٩	١٠ / ٧	١٥ / ١١	١٢	
٢ / ١	١٢ / ٧	١٢ / ٧	٣ / ٢	٤ / ٣	١٨	
٩ / ٤	٩ / ٥	١٨ / ١١	٣ / ٢	١٨ / ١٣	٢٤	
٢٤ / ١١	٢ / ١	١٢ / ٧	٨ / ٥	٣ / ٢		

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف
 $\mu \neq \mu$

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين	
٥٦/٢٧	٥٦/٢٣	٨ / ٥	٥٦/٤١	٤ / ٣	٨ = μ	$\mu = ٧$
٦٣/٣١	٩ / ٥	٦٣/٤٠	٧ / ٥	٦٣/٤٧	٩	
٧٠/٣٣	٧٠/٣٩	٧٠/٤٣	١٠ / ٧	٧ / ٥	١٠	
٧ / ٣	٧ / ١	٧ / ٤	١٤ / ٩	٧ / ٥	١٤	
٧ / ٣	٢٨/١٣	٢٨/١٥	٢٨/١٧	١٤ / ٩	٢٨	
٩ / ٤	٢٤/١٣	٨ / ٥	٣ / ٢	٤ / ٣	٩	٨
٤٠/١٩	٤٠/٢١	٤٠/٢٣	٤٠/٢٧	١٠ / ٧	١٠	
٢٤/١١	٢ / ١	١٢ / ٧	٨ / ٥	٣ / ٢	١٢	
١٦/ ٧	٢ / ١	١٦/ ٩	٨ / ٥	٨ / ٥	١٦	
٣٢/١٣	١٦/ ٧	٢ / ١	١٦/ ٩	٣٢/١٩	٣٢	
١٥/ ٧	٢ / ١	٤٥/٢٦	٣ / ٢	٤٥/٣١	١٠	٩
٩ / ٤	٢ / ١	٩ / ٥	١٨/١١	٣ / ٢	١٢	
٤٥/١٩	٤٥/٢٢	١٥/ ٨	٥ / ٣	٤٥/٢٩	١٥	
١٨/ ٧	٩ / ٤	٢ / ١	٩ / ٥	١٨/١١	١٨	
٣٦/١٣	١٢/ ٥	٣٦/١٧	٣٦/١٩	٩ / ٥	٣٦	
٥ / ٢	١٥/ ٧	٢ / ١	٣٠/١٧	٣٠/١٩	١٥	١٠
٥ / ٢	٢٠/ ٩	٢ / ١	٢٠/١١	٥ / ٣	٢٠	
٢٠/ ٧	٥ / ٢	٢٠/ ٩	٢ / ١		٤٠	
٦٠/٢٣	٢٠/ ٩	٢ / ١	٢٠/١١	١٢ / ٧	١٥	١٢
٨ / ٣	١٦/ ٧	٤٨/٢٣	٢٤/١٣	١٢/ ٧	١٦	
٣٦/١٣	١٢/ ٥	٣٦/١٧	٣٦/١٩	٩ / ٥	١٨	
٣٠/١١	١٢/ ٥	١٥/ ٧	٦٠/٣١	٣٠/١٧	٢٠	

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف
 $\mu_1 \neq \mu_2$

٠,٩٠ ٠,٨٠	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	اختبار طرف واحد اختبار طرفين
٢٠/٧ ٨٠/٢٧	٥/٢ ٨٠/٣١	٣٠/١٣ ٤٠/١٧	٦٠/٢٩ ٤٠/١٩	٦٠/٣١ ٨٠/٤١	$\mu_1 - \mu_2 = 15$ $\mu_1 - \mu_2 = 20$
١,٠٧	١,٢٢	١,٣٦	١,٥٢	١,٦٣	تقريب المعينات الكبيرة
					$\sqrt{\frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2}} =$

جدول ٢٠
توزيع إحصاء هارتلي ف
Hartley's statistic

$$0.05 = \alpha$$

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٢/١
٧٠.٤	٦٦.٦	٥٥.٠	٤٧.٥	٤٠.٣	٣٣.٣	٢٦.٦	٢٠.٢	١٤.٢	٨.٧	٣.٩	٠.٠	٢
١٢.٤	١١.٤	١٠.٤	٩.٣	٨.٣	٧.٢	٦.٢	٥.١	٤.٢	٣.٨	٣.٠	٢.٤	٣
٥١.٤	٤٨	٤٤.٦	٤١.١	٣٧.٥	٣٣.٦	٢٩.٥	٢٥.٢	٢٠.٦	١٥.٥	٩.٦	٤.٦	٤
٢٩.٩	٢٨.٢	٢٦.٥	٢٤.٧	٢٢.٩	٢٠.٨	١٨.٧	١٦.٣	١٣.٧	١٠.٨	٧.١٥	٤.١٥	٥
٢٠.٧	١٩.٧	١٨.٦	١٧.٥	١٦.٣	١٥	١٣.٧	١٢.١	١٠.٤	٨.٣٨	٥.٨٢	٣.٨٢	٦
١٥.٨	١٥.١	١٤.٣	١٣.٥	١٢.٧	١١.٨	١٠.٨	٩.٧	٨.٤٤	٦.٩٤	٤.٩٩	٣.٩٩	٧
١٢.٧	١٢.٢	١١.٧	١١.١	١٠.٥	٩.٧٨	٩.٠٣	٨.١٢	٧.١٨	٦	٤.٤٣	٣.٤٣	٨
١٠.٧	١٠.٣	٩.٩١	٩.٤٥	٨.٩٥	٨.٤١	٧.٨	٧.١١	٦.٣٦	٥.٣٤	٤.٠٣	٣.٠٣	٩
٩.٣٤	٩.٠١	٨.٦٦	٨.٢٨	٧.٨٧	٧.٤٢	٦.٩٢	٦.٣٤	٥.٦٧	٤.٨٥	٣.٧٢	٢.٧٢	١٠
٧.٤٨	٧.٢٥	٧	٦.٧٢	٦.٤٢	٦.١٢	٥.٧٢	٥.٣	٤.٧٩	٤.١٦	٣.٢٨	٢.٢٨	١٢
٥.٩٣	٥.٧٧	٥.٥٩	٥.٤	٥.١٩	٤.٩٥	٤.٦٨	٤.٣٧	٤.٠١	٣.٥٤	٢.٨٦	٢.٨٦	١٥
٤.٥٩	٤.٤٩	٤.٣٧	٤.٢٤	٤.١٠	٣.٩٤	٣.٧٦	٣.٥٤	٣.٢٩	٢.٩٥	٢.٤٦	٢.٤٦	٢٠
٣.٣٩	٣.٣٦	٣.٢٩	٣.٢١	٣.١٢	٣.٠٢	٢.٩١	٢.٧٨	٢.٦١	٢.٤	٢.٠٧	٢.٠٧	٣٠
٢.٣٦	٢.٣٣	٢.٢٠	٢.٢٦	٢.٢٢	٢.١٧	٢.١١	٢.٠٤	١.٩٦	١.٨٥	١.٥٧	١.٥٧	٦٠
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	∞

تابع جدول ٢٠
توزيع إحصاء هارتلي ف ١

$$0.01 = m$$

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٣٦٠.٥	٣٢٠.٤	٢٨١.٣	٢٤٣.٢	٢٠٦.٣	١٧٠.٥	١٣٦.٢	١٠٣.٦	٧٢.٩	٤٤.٨	١٩.٩	٢	
٣٦١	٣٣٧	٣١٠	٢٨١	٢٤٩	٢١٦	١٨٤	١٥١	١٢٠	٨٥	٤٧.٥	٣	
١٢٠	١١٣	١٠٦	٩٧	٨٩	٧٩	٦٩	٥٩	٤٩	٣٧	٢٢.٢	٤	
٦٠	٥٧	٥٤	٥٠	٤٦	٤٢	٣٨	٣٣	٢٨	٢٢	١٤.٩	٥	
٣٧	٣٦	٣٤	٣٢	٣٠	٢٧	٢٥	٢٢	١٩.١	١٥.٥	١١.١	٦	
٢٧	٢٦	٢٤	٢٣	٢٢	٢٠	١٨.٤	١٦.٥	١٤.٥	١٢.١	٨.٨٩	٧	
٢١	١٩.٨	١٨.٩	١٧.٩	١٦.٩	١٥.٨	١٤.٥	١٣.٢	١١.٧	٩.٩	٧.٥٠	٨	
١٦.٦	١٦.٠	١٥.٣	١٤.٧	١٣.٩	١٣.١	١٢.١	١١.١	٩.٩	٨.٥	٦.٥٤	٩	
١٣.٩	١٣.٤	١٢.٩	١٢.٤	١١.٨	١١.١	١٠.٤	٩.٦	٨.٦	٧.٤	٥.٨٥	١٠	
١٠.٦	١٠.٢	٩.٩	٩.٥	٩.١	٨.٧	٨.٢	٧.٦	٦.٩	٦.١	٤.٩١	١٢	
٨.٠	٧.٨	٧.٥	٧.٣	٧.١	٦.٧	٦.٤	٦.٠	٥.٥	٤.٩	٤.٠٧	١٥	
٥.٩	٥.٨	٥.٦	٥.٥	٥.٣	٥.١	٤.٩	٤.٦	٤.٣	٣.٨	٣.٣٢	٢٠	
٤.٢	٤.١	٤.٠	٣.٩	٣.٨	٣.٧	٣.٦	٣.٤	٣.٣	٣.٠	٢.٦٣	٣٠	
٢.٧	٢.٧	٢.٦	٢.٦	٢.٥	٢.٥	٢.٤	٢.٤	٢.٣	٢.٢	١.٩٦	٦٠	
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	∞	

جدول ٢١
توزيع إحصاء كوكران
Critical values for cochrans test

يستخدم لاختبار تجانس التباين .

- القيم بالجدول خاصة بالإحصاء : (أكبر α) / مج α
- وحيث إن كل قيم (α) وعددها (٢) لها درجات حرية (د)
- تم حذف العلامة العشرية ، وتقسم القيم بالجدول على ١٠ ٠٠٠

جدول ٢١
توزيع إحصاء كوكران
المتين ٩٥

القيم تقسم على ١٠.٠٠٠

م/د	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٦	٣٦	١٤٤	∞
٢	٩٩٨٥	٩٧٥٠	٩٦٩٢	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٣	٩٦٩٩	٩٧٠٩	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٤	٩٦٠٩	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٥	٩٥١٢	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٦	٩٤٠٨	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٧	٩٣١٢	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٨	٩٢١٨	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٩	٩١٢٥	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
١٠	٩٠٣٠	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
١٢	٨٩٣٤	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
١٥	٨٨٣٨	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٢٠	٨٧٤٢	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٢٤	٨٦٤٦	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٣٠	٨٥٥٠	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٤٠	٨٤٥٤	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
٦٠	٨٣٥٨	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
١٢٠	٨٢٦٢	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠
∞	٨١٦٦	٩٦٩٧	٩٦٩٧	٩٦٥٧	٩٦٧٢	٩٧٧٢	٩٨٣٤	٩٨٩٦	٩٩٥٨	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠

تابع جدول ۲۱
توزیع احصاء کوکران
المئين ۹۹

1129

جدول ٢٢
توزيع إحصاء ديكون لاختبار القيم المتطرفة

Dixon's statistic for outliers

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

٠,٧٠	٠,٨٠	٠,٩٠	٠,٩٥	٠,٩٨	٠,٩٩	٠,٩٩٥	n	الإحصاء
٦٨٤	٧٨١	٨٨٦	٩٤١	٩٧١	٩٨٨	٩٩٤	٣	$\frac{s_2 - s_1}{s_2 - s_1} = \frac{1}{1}$
٤٧١	٥٦٠	٦٧٩	٧٦٥	٨٤٦	٨٨٩	٩٢٦	٤	
٣٧٣	٤٥١	٥٥٧	٦٤٢	٧٢٩	٧٨٠	٨٢١	٥	
٣١٨	٣٨٦	٤٨٢	٥٦٠	٦٤٤	٦٩٨	٧٤٠	٦	
٢٨١	٣٤٤	٤٣٤	٥٠٧	٥٨٦	٦٣٧	٦٨٠	٧	
٣١٨	٣٨٥	٤٧٩	٥٥٤	٦٣١	٦٨٣	٧٢٥	٨	$\frac{s_3 - s_1}{s_3 - s_1} = \frac{1}{1}$
٢٨٨	٣٥٢	٤٤١	٥١٢	٥٨٧	٦٣٥	٦٧٧	٩	
٢٦٥	٣٢٥	٤٠٩	٤٧٧	٥٥١	٥٩٧	٦٣٩	١٠	
٣٩١	٤٤٢	٥١٧	٥٧٦	٦٣٨	٦٧٩	٧١٣	١١	$\frac{s_4 - s_1}{s_4 - s_1} = \frac{1}{1}$
٣٧٠	٤١٩	٤٩٠	٥٤٦	٦٠٥	٦٤٢	٦٧٥	١٢	
٣٥١	٣٩٩	٤٦٧	٥٢١	٥٧٨	٦١٥	٦٤٩	١٣	
٣٧٠	٤٢١	٤٩٢	٥٤٦	٦٠٢	٦٤١	٦٧٤	١٤	$\frac{s_5 - s_1}{s_5 - s_1} = \frac{1}{1}$
٣٥٣	٤٠٢	٤٧٢	٥٢٥	٥٧٩	٦١٦	٦٤٧	١٥	
٣٣٨	٣٨٦	٤٥٤	٥٠٧	٥٥٩	٥٩٥	٦٢٤	١٦	
٣٢٥	٣٧٣	٤٣٨	٤٩٠	٥٤٢	٥٧٧	٦٠٥	١٧	
٣١٤	٣٦١	٤٢٤	٤٧٥	٥٢٧	٥٦١	٥٨٩	١٨	
٣٠٤	٣٥٠	٤١٢	٤٦٢	٥١٤	٥٤٧	٥٧٥	١٩	
٢٩٥	٣٤٠	٤٠١	٤٥٠	٥٠٢	٥٣٥	٥٦٢	٢٠	
٢٨٧	٣٣١	٣٩١	٤٤٠	٤٩١	٥٢٤	٥٥١	٢١	
٢٨٠	٣٢٣	٣٨٢	٤٣٠	٤٨١	٥١٤	٥٤١	٢٢	
٢٧٤	٣١٦	٣٧٤	٤٢١	٤٧٢	٥٠٥	٥٣٢	٢٣	
٢٦٨	٣١٠	٣٦٧	٤١٣	٤٦٤	٤٩٧	٥٢٤	٢٤	
٢٦٢	٣٠٤	٣٦٠	٤٠٦	٤٥٧	٤٨٩	٥١٦	٢٥	

جدول ٢٣

توزيع عدد الدفعات الكلي

Distribution of total number of Runs

المجموعة الأولى من الجداول تعطى احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل . ولحجوم العينات $n_1 = n_2 = n$ التي تكون أكبر من ١٠ تستخدم المجموعة الثانية من الجداول . وفي هذه المجموعة الأخيرة فإن :

— الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٥ ، تعطى عدد الدفعات د بحيث إن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود .

— الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ ، ٠,٩٧٥ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٥ ، تعطى عدد الدفعات بحيث إن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه ، أقل من الاحتمالات ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠٥ على التوالي .

$$1 + \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} = \bar{d}$$

$$\frac{(n_1 - n_2 - n_1 n_2) n_1 n_2}{(1 - n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2)} = \sigma^2$$

لقيم n_1 ، n_2 الكبيرة يقترب توزيع (د) من التوزيع الطبيعي .

جدول ٢٣
توزيع عدد الدفعات الكلي
Total number of Runs

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٢٠٠	٥٠٠	٩٠٠	١٠٠٠					٣	٢
١٣٣	٤٠٠	٨٠٠	١٠٠٠					٤	
٩٥	٣٣٣	٧١٤	١٠٠٠					٥	
٧١	٢٨٦	٦٤٣	١٠٠٠					٦	
٥٦	٢٥٠	٥٨٣	١٠٠٠					٧	
٤٤	٢٢٢	٥٣٣	١٠٠٠					٨	
٣٦	٢٠٠	٤٩١	١٠٠٠					٩	
٣٠	١٨٢	٤٥٥	١٠٠٠					١٠	
١٠٠	٣٠٠	٧٠٠	٩٠٠	١٠٠٠				٣	٣
٥٧	٢٠٠	٥٤٣	٨٠٠	٩٧١	١٠٠٠			٤	
٣٦	١٤٣	٤٢٩	٧١٤	٩٢٩	١٠٠٠			٥	
٢٤	١٠٧	٣٤٥	٦٤٣	٨٨١	١٠٠٠			٦	
١٧	٨٣	٢٨٣	٥٨٣	٨٣٣	١٠٠٠			٧	
١٢	٦٧	٢٣٦	٥٣٣	٧٨٨	١٠٠٠			٨	
٩	٥٥	٢٠٠	٤٩١	٧٤٥	١٠٠٠			٩	
٧	٤٥	١٧١	٤٥٥	٧٠٦	١٠٠٠			١٠	
٢٩	١١٤	٣٧١	٦٢٩	٨٨٦	٩٧١	١٠٠٠		٤	٤
١٦	٧١	٢٦٢	٥٠٠	٧٨٦	٩٢٩	٩٩٢	١٠٠٠	٥	
١٠	٤٨	١٩٠	٤٠٥	٦٩٠	٨٨١	٩٧١	١٠٠٠	٦	
٦	٣٣	١٤٢	٣٣٣	٦٠٦	٨٣٣	٩٥٤	١٠٠٠	٧	
٤	٢٤	١٠٩	٢٧٩	٥٣٣	٧٨٨	٩٢٩	١٠٠٠	٨	
٣	١٨	٨٥	٢٣٦	٤٧١	٧٤٥	٩٠٢	١٠٠٠	٩	
٢	١٤	٦٨	٢٠٣	٤١٩	٧٠٦	٨٧٤	١٠٠٠	١٠	

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

[illegible]

تابع جدول ٢٣
توزيع عدد الدفعات الكلي

σ	\bar{z}	٠,٠٠٥	٠,٠١	٠,٠٢٥	٠,٠٥	٠,١٥	٠,٢٥	٠,٤٩٥	٠,٤٩	٠,٤٩٥	$\nu = \nu_2$
٢,٢٩	١٢	٥	٦	٧	٧	١٦	١٦	١٧	١٨	١٨	١١
٢,٤٠	١٣	٦	٧	٧	٨	١٧	١٨	١٨	١٩	١٩	١٢
٢,٥٠	١٤	٧	٧	٨	٩	١٨	١٩	٢٠	٢٠	٢٠	١٣
٢,٦٠	١٥	٧	٨	٩	١٠	١٩	٢٠	٢١	٢١	٢٢	١٤
٢,٦٩	١٦	٨	٩	١٠	١١	٢٠	٢١	٢٢	٢٢	٢٣	١٥
٢,٧٨	١٧	٩	١٠	١١	١١	٢٢	٢٢	٢٣	٢٣	٢٤	١٦
٢,٨٧	١٨	١٠	١٠	١١	١٢	٢٣	٢٤	٢٤	٢٥	٢٥	١٧
٢,٩٦	١٩	١٠	١١	١٢	١٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٦	٢٧	١٨
٣,٠٤	٢٠	١١	١٢	١٣	١٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٨	١٩
٣,١٢	٢١	١٢	١٣	١٤	١٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٢٩	٢٠
٣,٢٠	٢٢	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٥	٢٥
٣,٢٨	٢٣	٢٠	٢١	٢٢	٢٤	٢٧	٢٩	٣٠	٣١	٣١	٣٠
٤,١٥	٢٦	٢٤	٢٥	٢٧	٢٨	٤٣	٤٤	٤٦	٤٧	٤٧	٣٥
٤,٤٤	٤١	٢٩	٣٠	٣١	٣٣	٤٨	٥٠	٥١	٥٢	٥٢	٤٠
٤,٧٢	٤٦	٣٣	٣٤	٣٦	٣٧	٥٤	٥٥	٥٧	٥٨	٥٨	٤٥
٤,٩٧	٥١	٣٧	٣٨	٤٠	٤٢	٥٩	٦١	٦٣	٦٤	٦٤	٥٠
٥,٢٢	٥٦	٤٢	٤٣	٤٥	٤٦	٦٥	٦٦	٦٨	٦٩	٦٩	٥٥
٥,٤٥	٦١	٤٦	٤٧	٤٩	٥١	٧٠	٧٢	٧٤	٧٥	٧٥	٦٠
٥,٦٨	٦٦	٥٠	٥٢	٥٤	٥٦	٧٥	٧٧	٧٩	٨١	٨١	٦٥
٥,٨٩	٧١	٥٥	٥٦	٥٨	٦٠	٨١	٨٣	٨٥	٨٦	٨٦	٧٠
٦,١٠	٧٦	٥٩	٦١	٦٣	٦٥	٨٦	٨٨	٩٠	٩٢	٩٢	٧٥
٦,٣٠	٨١	٦٤	٦٥	٦٨	٧٠	٩١	٩٣	٩٦	٩٧	٩٧	٨٠
٦,٥٠	٨٦	٦٨	٧٠	٧٢	٧٤	٩٧	٩٩	١٠١	١٠٣	١٠٣	٨٥
٦,٦٩	٩١	٧٣	٧٤	٧٧	٧٩	١٠٢	١٠٤	١٠٧	١٠٨	١٠٨	٩٠
٦,٨٧	٩٦	٧٧	٧٩	٨٢	٨٤	١٠٧	١٠٩	١١٢	١١٤	١١٤	٩٥
٧,٠٥	١٠١	٨٢	٨٤	٨٦	٨٨	١١٣	١١٥	١١٧	١١٩	١١٩	١٠٠

مطابع الدار الهندسية/القاهرة

تليفاكس: ٥٤٠٢٥٩٨ محمول: ٠١٢٢٣٤٩٠١١